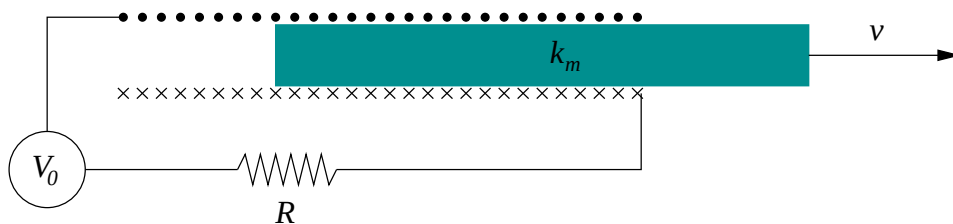




Corso di Laurea in Fisica e F.A.M.
Modulo di Elettromagnetismo 2 (Prof P. Chiaradia)
 23 Giugno 2008

Problema

Un solenoide rettilineo ($\Sigma = 3 \text{ cm}^2$, $n = 20 \text{ cm}^{-1}$, $R = 3 \Omega$) è percorso da una corrente $i = 20 \text{ A}$, essendo connesso ad un generatore di f.e.m. V_0 . Si consideri ora una sbarra di ferro ($k_m = 2000$), avente la stessa sezione del solenoide, parzialmente inserita all'interno di quest'ultimo (vedi figura). La sbarra viene fatta muovere con velocità costante $v = 0.5 \text{ m/s}$ verso l'esterno o verso l'interno del solenoide e si vuole che la corrente che circola nel circuito valga sempre i .



- 1) Calcolare i valori della f.e.m. V_0 che realizzano tale situazione.
- 2) Calcolare la forza che bisogna applicare alla sbarra, perchè questa proceda con velocità costante
- 3) Discutere in termini di potenza dissipata, il bilancio energetico del sistema (energia meccanica, magnetica, etc...)

Soluzione

Consideriamo il sistema come due solenoidi, uno in aria e l'altro con un nucleo di ferro; lo spostamento della sbarra provoca una variazione del coefficiente di autoinduzione L e quindi essendo i costante, abbiamo una f.e.m. indotta data dalla legge:

$$E = -i \frac{dL}{dt} \quad (1)$$

Il coefficiente di autoinduzione può essere scritto come la somma dei coefficienti dei due solenoidi

$$L = \mu_0 n^2 \Sigma [x + k_m (l - x)] \quad (2)$$

dove x è la lunghezza del solenoide in aria e $l - x$ è la parte con il ferro. La f.e.m. vale $E = -i dL/dt$; diciamo $dx/dt = v$ se la sbarra esce dal solenoide e $dx/dt = -v$ se la sbarra entra nel solenoide. Abbiamo allora:

$$\begin{aligned} E_1 &= -i\mu_0 n^2 \Sigma v(1 - k_m) = i\mu_0 n^2 \Sigma v \chi_m > 0 \\ E_2 &= -i\mu_0 n^2 \Sigma v(-1 + k_m) = -i\mu_0 n^2 \Sigma v \chi_m < 0 \end{aligned}$$

in accordo con la legge di Lenz. La legge di Ohm del circuito è $V_0 + E = Ri$ e nei due casi si ottiene:

$$\begin{aligned} V_{0,1} &= (R - \mu_0 n^2 \Sigma v \chi_m) i = 29.85 \text{ V} \\ V_{0,2} &= (R + \mu_0 n^2 \Sigma v \chi_m) i = 90.15 \text{ V} \end{aligned}$$

La comparsa della f.e.m. indotta dallo spostamento della sbarra corrisponde ad una variazione della resistenza apparente del circuito e quindi ad una diversa tensione da applicare al generatore perchè scorra sempre la corrente i . Se la sbarra è ferma il generatore deve fornire il valore centrale $V_0 = iR = 60 \text{ V}$.

Calcoliamo ora la forza come il gradiente dell'energia (magnetica), con i costante.

$$dW_{mag} = \frac{i^2}{2} dL = -\frac{i^2}{2} \mu_0 n^2 \Sigma \chi_m dx \quad \Rightarrow \quad F = \frac{dW_{mag}}{dx} = -\frac{i^2}{2} \mu_0 n^2 \Sigma \chi_m$$

Sulla sbarra agisce dunque una forza costante che tende a risucchiarla verso l'interno del solenoide. Affinchè il moto si uniforment, bisogna contrastare questa forza con una forza esterna

$$F_{est} = -F = \frac{i^2}{2} \mu_0 n^2 \Sigma \chi_m = 603 \text{ N}$$

Per quanto riguarda il bilancio energetico, la potenza necessaria per far passare la corrente $i = 20 \text{ A}$ nella resistenza $R = 3 \Omega$ vale $P_R = Ri^2 = 1200 \text{ W}$. Quando la sbarra esce, il generatore eroga una potenza $V_{0,1}i = 597 \text{ W}$, l'energia magnetica diminuisce fornendo una potenza $-dW_{mag}/dt = (i^2/2)\mu_0 n^2 \Sigma \chi_m v = 301.5 \text{ W}$ ed i restanti 301.5 W vengono dal lavoro esterno compiuto sulla sbarra con potenza $F_{est}v$. Quindi l'energia magnetica diminuisce, le forze del campo fanno un lavoro negativo (uguale alla diminuzione di energia) e il generatore, in corrispondenza può erogare meno energia. Si deve infatti tener presente che il sistema solenoide-ferro non è isolato essendoci il generatore che mantiene costante la corrente. Quando invece la sbarra entra, il generatore fornisce $V_{0,2}i = 1803 \text{ W}$, di cui 1200 W sono spesi sulla resistenza, 301.5 W vanno in aumento dell'energia magnetica e altri 301.5 W vanno in lavoro (sempre per unità di tempo) compiuto per trattenere la sbarra che entra.