



Corsi di Laurea in Fisica e F.A.M.

Prova scritta di Meccanica 1

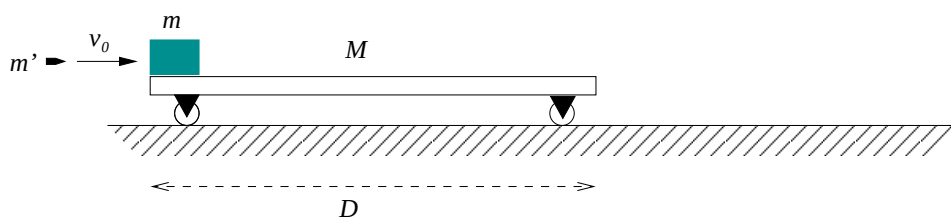
(Prof P. Chiaradia)

Settembre 2009

Problema

Un carrello di massa $M = 200$ kg è lungo $D = 10$ m e può scorrere senza attrito lungo dei binari orizzontali. Sul bordo sinistro del piano del carrello è posizionato un blocchetto di massa $m = 4$ kg e tra il piano del carrello e il blocchetto il coefficiente di attrito dinamico vale $\mu_d = 0.15$ (vedi figura). Inizialmente carrello e blocco sono in quiete.

All'istante $t = 0$ un proiettile di massa $m' = 50$ g e velocità $v_0 = 300$ m/s (orizzontale e nella direzione del binario del carrello) urta in modo completamente anelastico il blocchetto.



Calcolare:

- 1) L'energia persa nell'urto tra proiettile e blocchetto;
- 2) l'energia persa per attrito dal blocchetto sul piano del carrello;
- 3) quanta strada fa il blocchetto sul carrello prima di fermarsi;
- 4) l'istante in cui il blocchetto si ferma rispetto al carrello.

Soluzione

L'urto tra proiettile e blocchetto è un urto completamente anelastico e dalla conservazione della quantità di moto possiamo trovare subito la velocità del blocchetto immediatamente dopo l'urto

$$m'v_0 = (m + m')v \quad \Rightarrow \quad v = \frac{m'}{m + m'}v_0 = 3.70 \text{ m/s}$$

L'urto avviene in un intervallo di tempo molto breve e l'azione della forza di attrito offerta dal carrello si può trascurare.

Possiamo dunque già calcolare l'energia persa nell'urto che vale

$$\Delta E_1 = \frac{1}{2}m'v_0^2 - \frac{1}{2}(m + m')v^2 = \frac{1}{2}m'v_0^2 \frac{m}{m + m'} = 2220 \text{ Joule}$$

Per calcolare la perdita di energia per attrito si può procedere analogamente. Infatti il sistema formato da carrello e blocchetto è isolato e dunque si deve conservare la quantità di moto (l'attrito è una forza interna al sistema). Imponiamo la conservazione della quantità di moto quando il blocchetto si ferma rispetto al carrello ed entrambi hanno la stessa velocità v_f .

$$(m + m')v = (M + m + m')v_f \quad \Rightarrow \quad v_f = \frac{m + m'}{M + m + m'}v$$

A questo punto possiamo calcolare l'energia persa per attrito calcolando la differenza di energia cinetica del sistema (teorema delle forze vive)

$$\Delta E_2 = \frac{1}{2}(m + m')v^2 - \frac{1}{2}(M + m + m')v_f^2 = \frac{1}{2}m'v_0^2 \frac{m'M}{(m + m')(M + m + m')} = 27.2 \text{ Joule}$$

Per calcolare la strada fatta dal blocchetto sul carrello, basterà dividere questa energia ΔE_2 per il modulo della forza di attrito.

$$d = \frac{\Delta E_2}{\mu_d mg} = 4.63 \text{ m}$$

Questo risultato, fra l'altro, dimostra che il blocchetto si ferma sul carrello e non cade dalla parte opposta.

Per calcolare l'istante in cui il blocchetto si ferma, dobbiamo necessariamente passare all'equazioni delle forze per il blocchetto e per il carrello che sono rispettivamente:

$$(m + m')a = -\mu_d(m + m')g \quad Ma_c = \mu_d(m + m')g$$

essendo la forza di attrito $F_a = (m + m')\mu_d g$ che agisce in modo uguale ed opposto su blocco e carrello (rallenta il primo ed accelera il secondo) e avendo indicato con a_c l'accelerazione del carrello.

Possiamo dunque scrivere le equazioni orarie della velocità e calcolare il tempo in cui il blocchetto si ferma uguagliando le velocità dei due corpi (si tenga conto che il blocchetto ha una velocità iniziale v).

$$v - \mu_d g t^* = \mu_d \frac{m + m'}{M} g t^* \quad \Rightarrow \quad t^* = \frac{M m' v_0}{\mu_d g (M + m + m')(m + m')} = 2.47 \text{ sec}$$

Lo studente volenteroso potrebbe calcolare il lavoro dell'attrito calcolando con le equazioni orarie del blocco e del carrello lo spostamento relativo d e dimostrare che si ottiene lo stesso risultato trovato con il teorema delle forze vive.