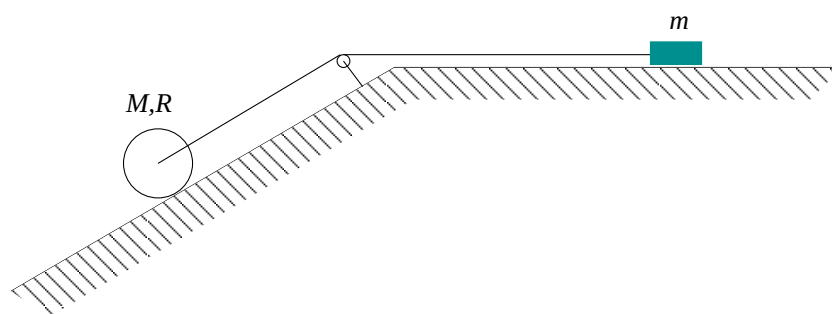




Corso di Laurea in Fisica e F.A.M.
Prova scritta di Meccanica 2
(Prof P. Chiaradia)
Giugno 2009

Problema

Un disco pesante ed omogeneo ($M = 10 \text{ kg}$, $R = 20 \text{ cm}$) è attaccato tramite una fune inestensibile ad un blocco di massa $m = 20 \text{ kg}$. Il disco si trova su un piano inclinato ($\alpha = 30^\circ$ rispetto all'orizzontale) e può ruotare senza attrito intorno ad un asse (mozzo) a cui è attaccata la fune. Sui piani vi è attrito statico e dinamico i cui coefficienti sono legati dalla relazione $\mu_s = 4/3\mu_d$.



Calcolare:

- 1) l'intervallo di valori di μ_s tale che il sistema non sia in equilibrio e il disco rotoli;
- 2) l'accelerazione del sistema per un valore di μ_s al centro dell'intervallo di cui al punto 1;
- 3) la tensione della fune T ;
- 4) Il lavoro complessivo speso per attrito nei primi 3 secondi, assumendo che il sistema parta da fermo.

Al fine dei calcoli, si trascurino le masse della carrucola e della fune.

Soluzione

Scriviamo innanzitutto le equazioni del moto relative ai due corpi in esame

$$Ma = Mg \sin \alpha - S - T \quad I\dot{\omega} = RS \quad ma = T - \mu mg$$

Dove T è la tensione della fune, S è la forza di attrito statico che agisce sul cilindro e lo fa rotolare. Abbiamo volutamente lasciato l'attrito generico (né statico né dinamico) perché l'equazione vale sia nel caso statico ($a = 0$, $\mu = \mu_s$) che nel caso dinamico.

scrivendo $\dot{\omega} = a/R$ e $I = 1/2MR^2$ otteniamo il sistema di tre equazioni e tre incognite (a , S e T).

$$Ma = Mg \sin \alpha - S - T \quad \frac{1}{2}Ma = S \quad ma = T - \mu mg \quad (1)$$

Sommando le tre equazioni otteniamo subito l'accelerazione del sistema che vale:

$$a = \frac{M \sin \alpha - \mu_s m}{\frac{3}{2}M + m} g$$

Da questa ricaviamo subito il limite superiore del coefficiente di attrito statico, affinché il sistema si possa mettere in moto spontaneamente dovrà essere

$$M \sin \alpha - \mu_s m > 0 \quad \Rightarrow \quad \mu_s < \frac{M \sin \alpha}{m} = 0.25$$

L'altro limite (quello inferiore) si troverà dalla condizione di rotolamento. Infatti, affinché il disco ruoti e non scivoli dovrà essere

$$S < Mg \cos \alpha \mu_s$$

cioè la forza S di contatto, che fa rotolare il disco deve essere minore della massima forza di attrito statico. Sostituendo il valore trovato di a nella seconda delle equazioni (1) otteniamo

$$\frac{1}{2}M \frac{M \sin \alpha - \frac{3}{4}\mu_s m}{\frac{3}{2}M + m} < Mg \cos \alpha \mu_s$$

Si badi che nell'accelerazione ora si è posto $\mu = \mu_d = \frac{3}{4}\mu_s$ poichè infatti sto cercando il limite inferiore di μ_s ed il sistema ora si muove. Risolvendo per μ_s si trova:

$$\mu_s > \frac{4M \sin \alpha}{4(3M + 2m) \cos \alpha + 3m} = 0.066$$

Calcoliamo ora l'accelerazione e la tensione della fune per μ a metà dell'intervallo ($\mu_s = 0.158$, $\mu_d = 0.1185$)

$$a = \frac{M \sin \alpha - \mu_d m}{\frac{3}{2}M + m} g = 0.737 \text{ m/s}^2 \quad T = m(a + \mu_d g) = 38.0 \text{ N}$$

La sola forza di attrito che fa lavoro è quella di attrito dinamico sul blocco e il lavoro nei primi $\Delta t = 3$ secondi vale:

$$L_a = \mu_d mgL = \mu_d mg \frac{1}{2} a \Delta t^2 = 77.1 \text{ J}$$