



Corsi di Laurea in Fisica e F.A.M.

Prova scritta di Meccanica 1

(Prof P. Chiaradia)

15 Luglio 2009

Problema

Un blocco di massa $m = 8$ kg scivola su una superficie orizzontale con velocità $V_0 = 3$ m/s. Ad un certo istante il blocco urta un piattello di massa trascurabile, che è attaccato per mezzo di una molla (anch'essa di massa trascurabile) ad un secondo blocco di massa $M = 12$ kg (vedi figura). La costante elastica della molla vale $k = 500$ N/m e la sua lunghezza a riposo è $d = 0.5$ m. Si assuma infine trascurabile l'attrito dei blocchi sul piano.



Calcolare:

- 1) la velocità del centro di massa del sistema (massa m e massa M) dopo l'urto;
- 2) la distanza tra i due blocchi nel momento di massimo avvicinamento;
- 3) la velocità delle due masse dopo che la massa m si è staccata dal piattello.
- 4) l'espressione dell'energia durante la compressione della molla.

Si discuta inoltre se l'urto è elastico o anelastico.

Soluzione

Non agendo forze esterne, si conserva la quantità di moto e possiamo scrivere

$$mv_0 = (m + M)V_{CM} \quad \Rightarrow \quad V_{CM} = \frac{m}{M + m}v_0 = 1.2 \text{ m/s}$$

Dunque il baricentro del sistema ha una velocità costante.

Il massimo avvicinamento tra i due blocchi si può trovare con considerazioni energetiche. Nel momento in cui la loro distanza è minima i due blocchi sono fermi nel sistema del centro di massa ed hanno entrambi velocità V_{CM} nel sistema del laboratorio. Scriveremo allora

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}(m + M)V_{CM}^2 + \frac{1}{2}k\Delta x^2$$

dove Δx è quanto si comprime la molla rispetto alla sua posizione di riposo. Sostituendo l'espressione trovata per V_{CM} otteniamo

$$\Delta x = v_0 \sqrt{\frac{mM}{k(M + m)}} \quad \Rightarrow \quad d_{\min} = d - \Delta x = 0.206 \text{ m}$$

Per determinare le velocità dopo che la molla si è ridistesa e le due masse si allontanano, conviene passare nel sistema del centro di massa. Si tratta di un urto elastico in quanto la molla restituisce tutta l'energia ai blocchi, ridistendendosi. Nel sistema del centro di massa le velocità prima dell'urto della massa m e della massa M sono rispettivamente:

$$v = \frac{M}{M + m}v_0 \quad V = -\frac{m}{M + m}v_0$$

Dopo l'urto semplicemente, cambiano di segno:

$$v' = -\frac{M}{M + m}v_0 = \quad V' = \frac{m}{M + m}v_0$$

Per trovare le velocità nel sistema del laboratorio basterà sommarci la velocità del centro di massa:

$$u' = V_{CM} + v' = -\frac{M - m}{M + m}v_0 = -0.6 \text{ m/s} \quad U' = V_{CM} + V' = \frac{2m}{M + m}v_0 = 2.4 \text{ m/s}$$

Per quanto riguarda il bilancio energetico nella fase di compressione della molla, l'energia si conserva, non essendoci forze dissipative (non tragga in inganno il fatto che il blocco m urta e si attacca al piattello, infatti quest'ultimo ha massa nulla). Questa è in parte cinetica (blocchi che si muovono) e in parte potenziale della molla, che si comprime e poi si allunga. Possiamo cioè scrivere

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}Mv_2^2 + \frac{1}{2}k\Delta x^2 = \text{costante}$$

Infine possiamo dire che l'urto è chiaramente elastico. Si tratta di un urto un po' "anomalo" in quanto non avviene in tempi rapidi e con forze impulsive (come l'urto tra pianeti, galassie etc...).