



Corsi di Laurea in Fisica e F.A.M.

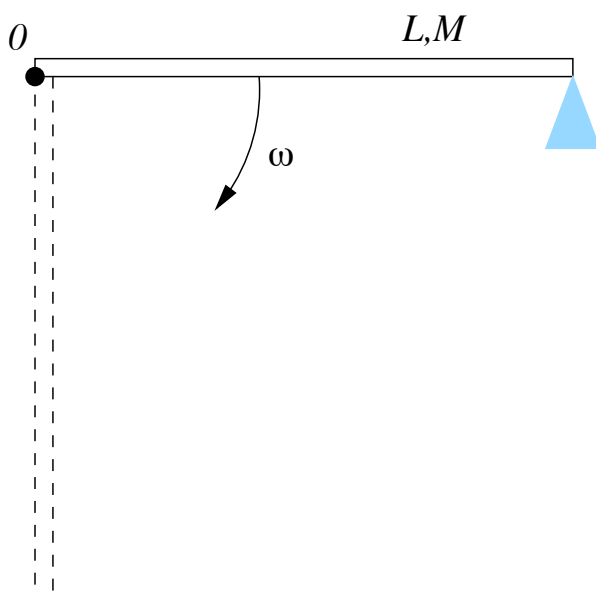
Prova scritta di Meccanica 2

(Prof P. Chiaradia)

15 luglio 2009

Problema

Un'asta rigida omogenea di lunghezza $L = 80$ cm e massa $M = 1.2$ kg è vincolata a ruotare senza attrito intorno ad un asse orizzontale passante per un suo estremo. Inizialmente l'asta è tenuta orizzontale da un supporto posizionato sotto il suo estremo libero. Ad un certo istante tale supporto è rimosso.



Calcolare:

- 1) la reazione vincolare $\vec{R}_1$ in O immediatamente dopo che si è tolto il supporto;
- 2) l'accelerazione dell'estremo libero dell'asta immediatamente dopo che si è tolto il supporto;
- 3) la velocità e l'accelerazione angolari dell'asta in funzione dell'angolo ϕ che questa forma con l'orizzontale.
- 4) la reazione vincolare $\vec{R}_2$ in O quando l'asta passa per la posizione verticale,

Soluzione

Nel momento che si rimuove il supporto, le forze che agiscono sull'asta sono il peso e la reazione sul perno (verticale rivolta verso l'alto). Scriviamo le equazioni per il moto del baricentro e per la rotazione rispetto al perno (prima e seconda equazioni cardinali).

$$Ma_{CM} = Mg - R_1 \quad I\dot{\omega} = Mg\frac{L}{2}$$

L'accelerazione del baricentro è ovviamente verticale rivolta verso il basso. D'altra parte valgono le relazioni

$$a_{CM} = \dot{\omega}\frac{L}{2} \quad I = \frac{1}{3}ML^2$$

e sostituendo si può risolvere il sistema, ottenendo

$$a_{CM} = \frac{3}{4}g = 7.35 \text{ m/s}^2 \quad R_1 = \frac{1}{4}Mg = 2.94 \text{ N}$$

L'accelerazione dell'estremo libero dell'asta vale allora

$$a = 2a_{CM} = \frac{3}{2}g = 14.7 \text{ m/s}^2$$

La velocità angolare dell'asta in funzione dell'angolo si può ricavare dalla conservazione dell'energia, non essendoci attrito.

$$\frac{1}{2}I\omega^2 = Mg\frac{L}{2}\sin\phi \quad \Rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{3g}{L}\sin\phi} \quad (1)$$

L'accelerazione la troviamo dalla seconda equazione cardinale, applicata all'asta in un generico istante, quando questa forma un angolo ϕ

$$I\dot{\omega} = Mg\frac{L}{2}\cos\phi \quad \Rightarrow \quad \dot{\omega} = \frac{3g}{2L}\cos\phi$$

La stessa espressione si sarebbe potuta ottenere derivando l'equazione (1).

Infine calcoliamo la reazione R_2 quando l'asta passa per la verticale. Questa è data dal peso più la forza centrifuga cioè

$$R_2 = Mg + M\omega^2|_{\phi=\pi/2}\frac{L}{2} = M\frac{5}{2}g = 29.4 \text{ N}$$