

Rette del piano cartesiano e loro equazione

Equazione generale della retta

$$ax + by + c = 0$$

asse x

$$y = 0$$

asse y

$$x = 0$$

retta parallela all'asse x

$$y = k$$

retta parallela all'asse y

$$x = h$$

retta passante per l'origine

$$ax + by = 0$$

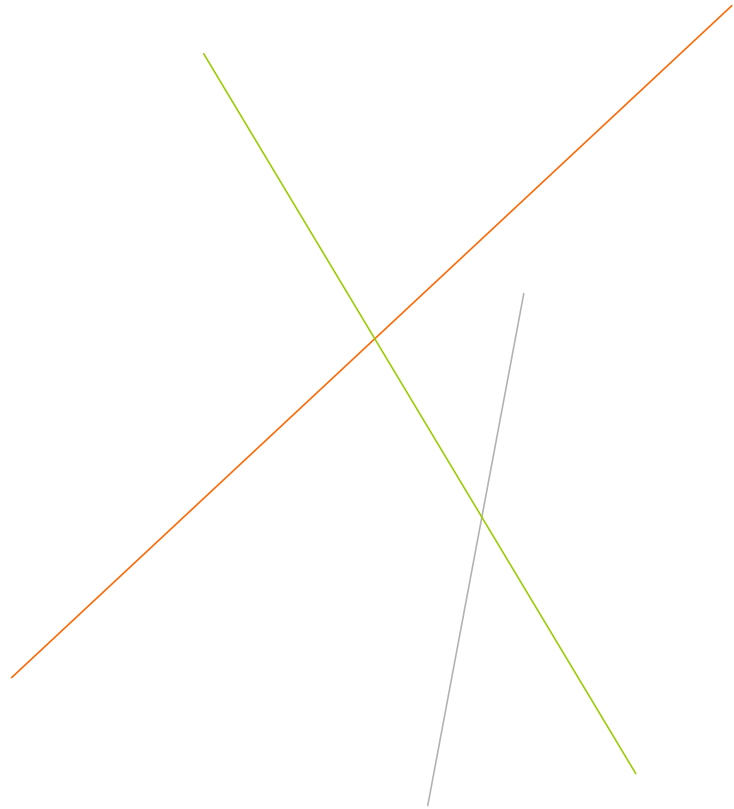
N.B. solo con b diverso da 0 le rette sono funzioni!

Studio della funzione lineare

$$y = q$$

$$y = mx$$

$$y = mx + q$$



Retta parallela all'asse x

$$y = q$$

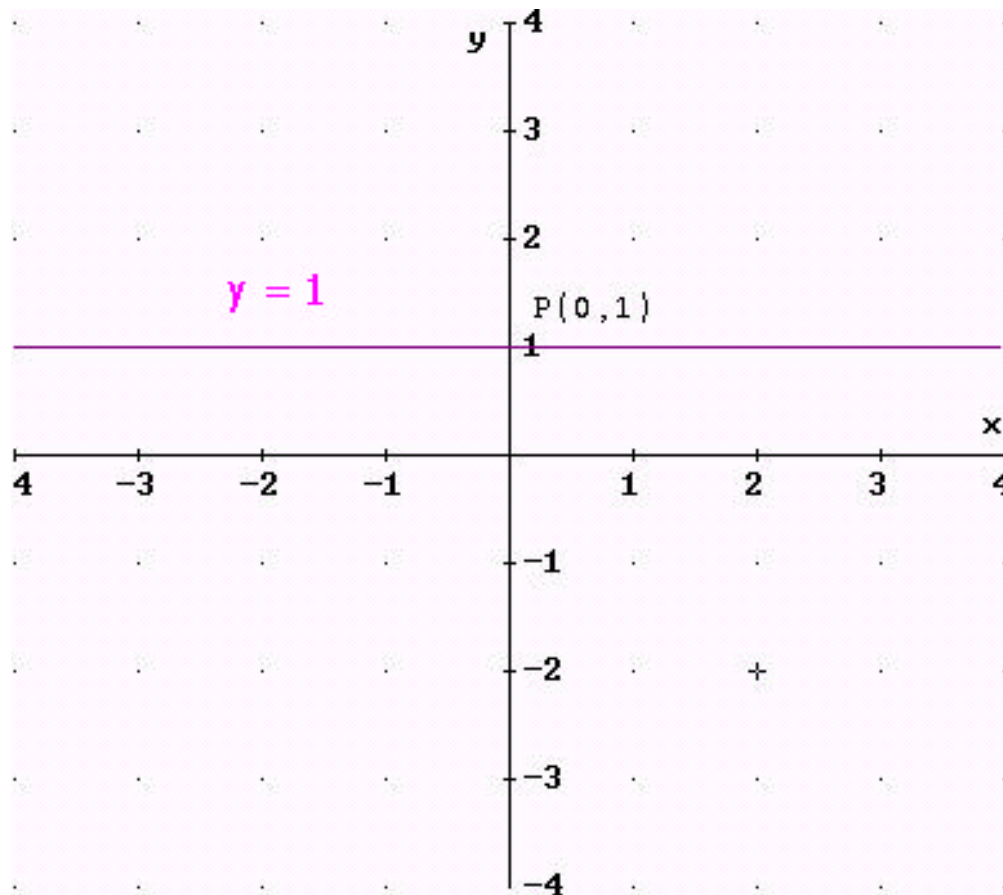
Funzione costante

$$D = \mathbb{R}$$

$$C = \{q\}$$

Punto di
intersezione con
asse y **P (0, q)**

Derivata nulla



Retta per l'origine

$$y = m x$$

$$D = \mathbb{R}$$

$$C = \mathbb{R}$$

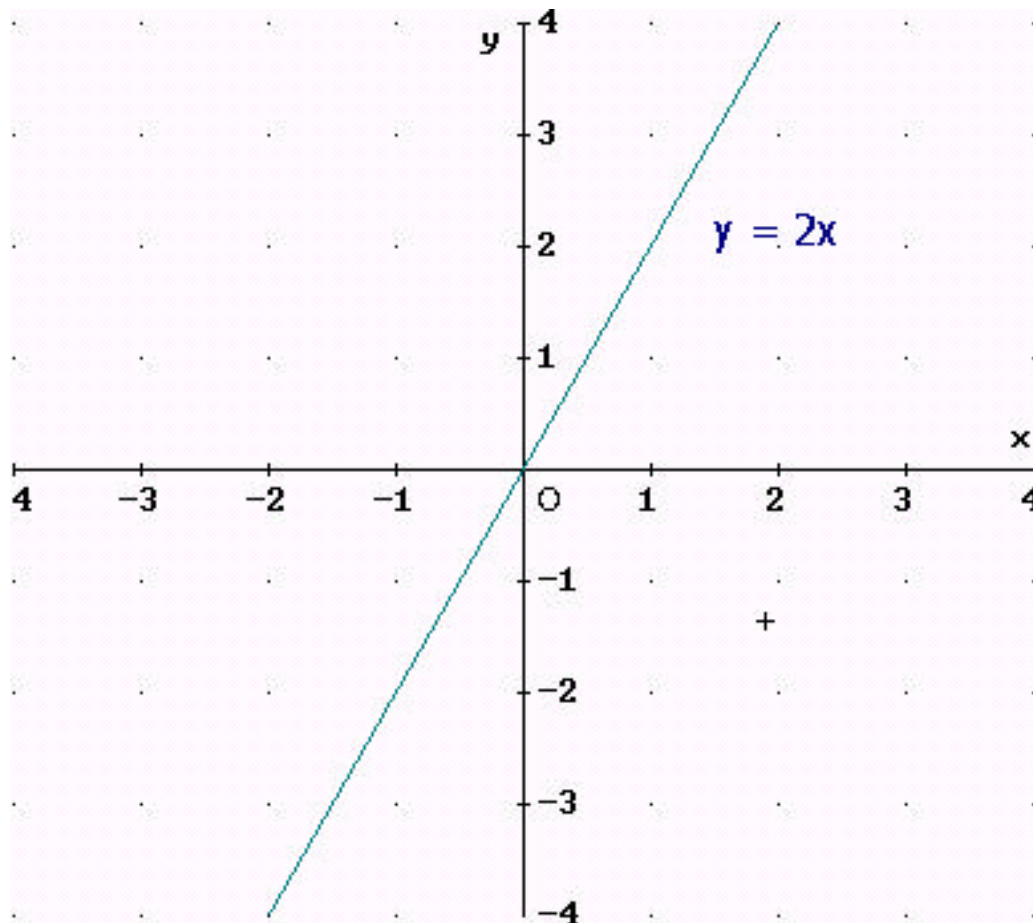
Punto di intersezione
con assi **O (0, 0)**

Derivata

$$y' = m$$

crescente se **$m > 0$**

decrescente se **$m < 0$**



Retta **$y = mx + q$** m e q diversi da 0

Funzione lineare

$$D = \mathbb{R}$$

$$C = \mathbb{R}$$

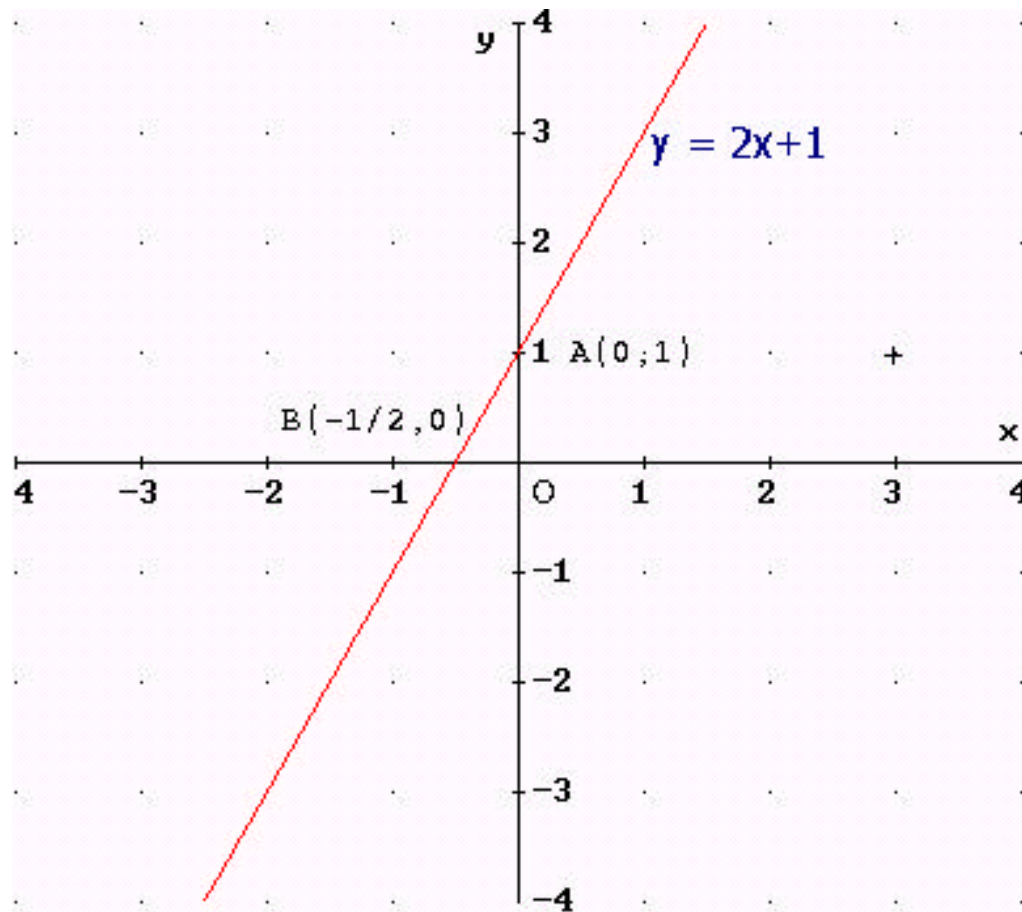
Punti di intersezione
con assi:

A (0,q), B (- q/m,0)

Derivata $y' = m$

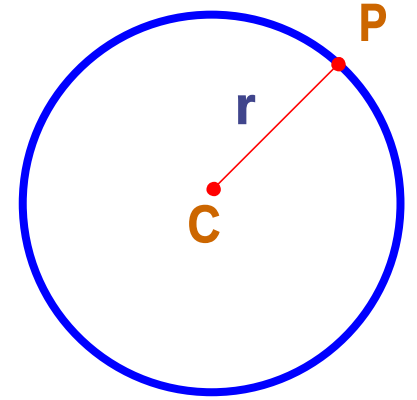
crescente se $m > 0$

decrescente se $m < 0$



La Circonferenza

La **circonferenza** è il luogo geometrico dei punti del piano equidistanti da un punto fisso chiamato CENTRO.



La sua **equazione** è

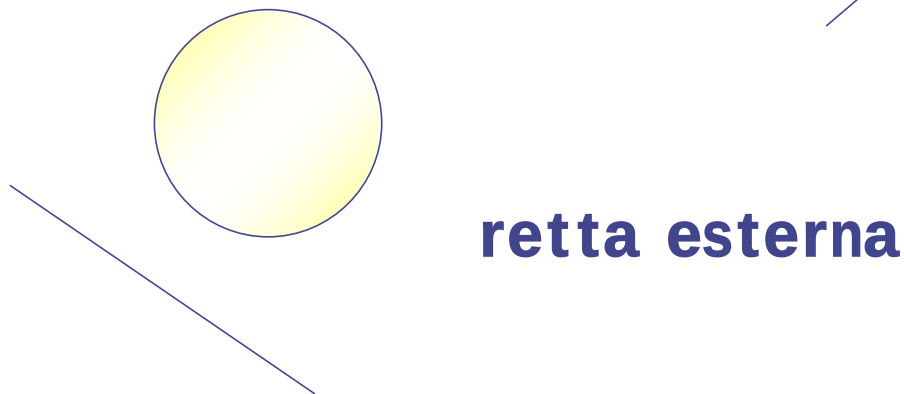
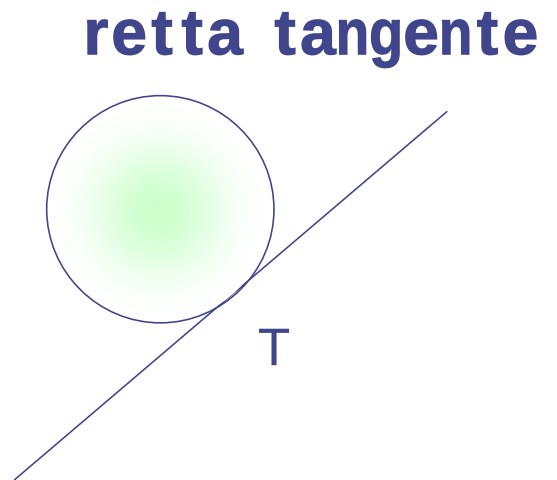
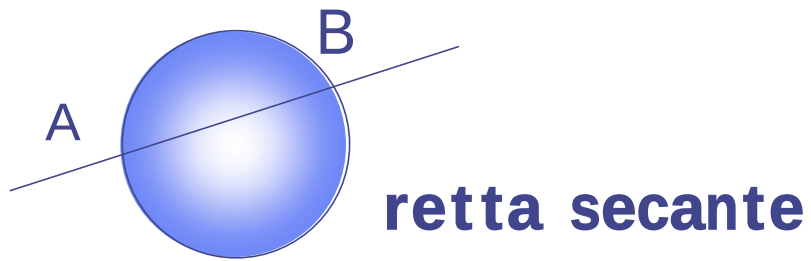
$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$

con la condizione

$$\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - c \geq 0$$

La Circonferenza

Circonferenza e retta



La Circonferenza

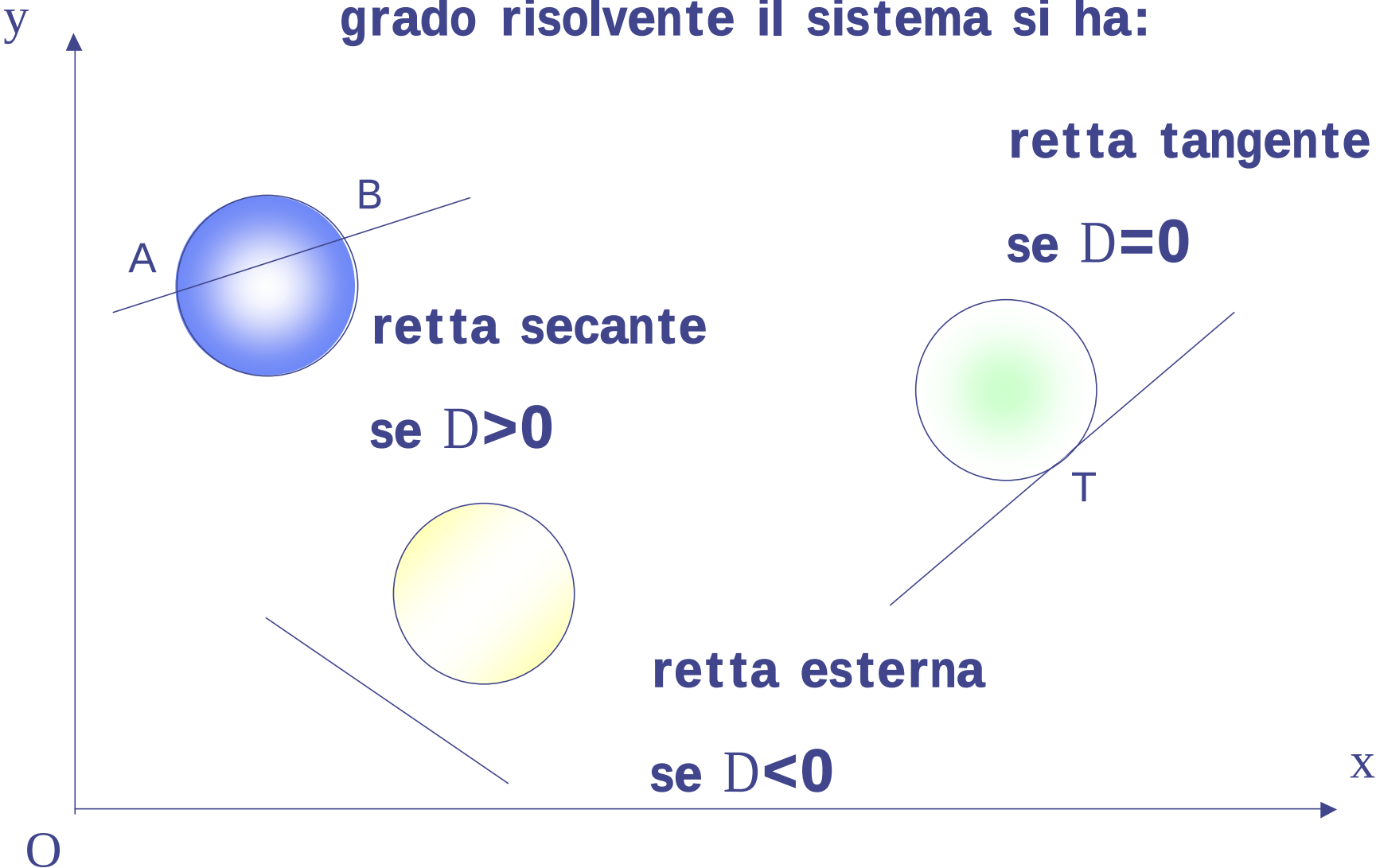
Circonferenza e retta

Per trovare, nel piano cartesiano, le **coordinate** degli eventuali **punti di intersezione** di una circonferenza con una retta, si risolve un sistema di secondo grado con le equazioni assegnate

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + ax + by + c = 0 \\ a'x + b'y + c' = 0 \end{cases}$$

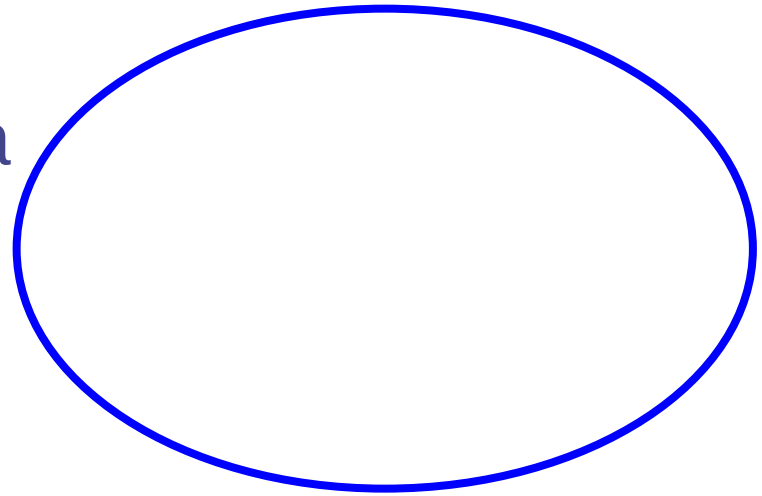
Circonferenza e retta

Se D è il discriminante dell'equazione di 2° grado risolvante il sistema si ha:



L'Ellisse

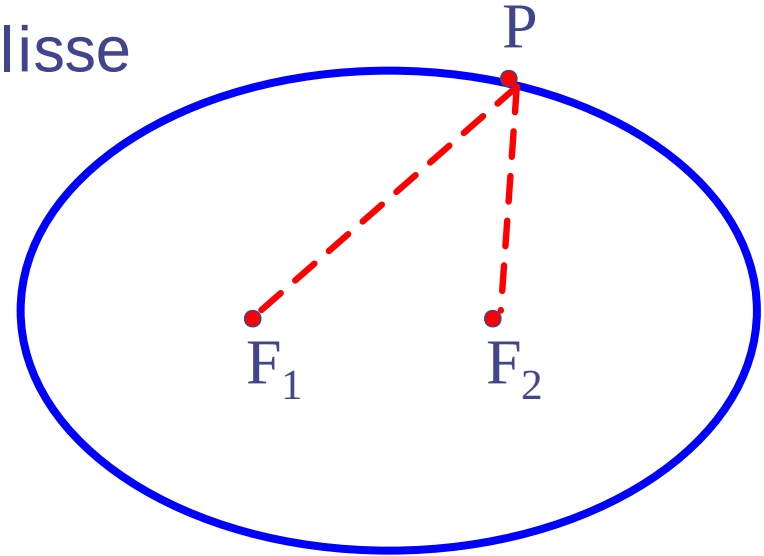
Si chiama **ellisse** il luogo dei punti del piano per i quali è costante la somma delle distanze da due punti fissi F_1 e F_2 (detti fuochi).



L'Ellisse

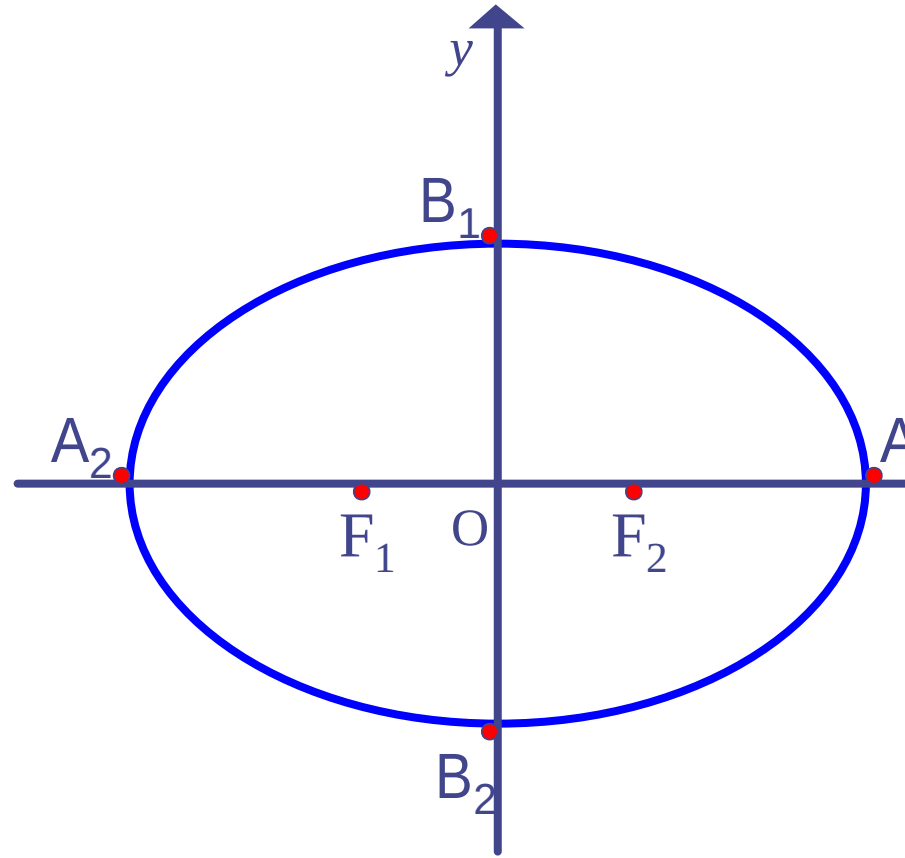
Se F_1 e F_2 sono i fuochi dell'ellisse
per ogni punto P dell'ellisse
si ha che:

$$PF_1 + PF_2 = \text{costante}$$



L'Ellisse

I punti A_1 , A_2 , B_1 , B_2 sono detti “vertici” dell'ellisse.

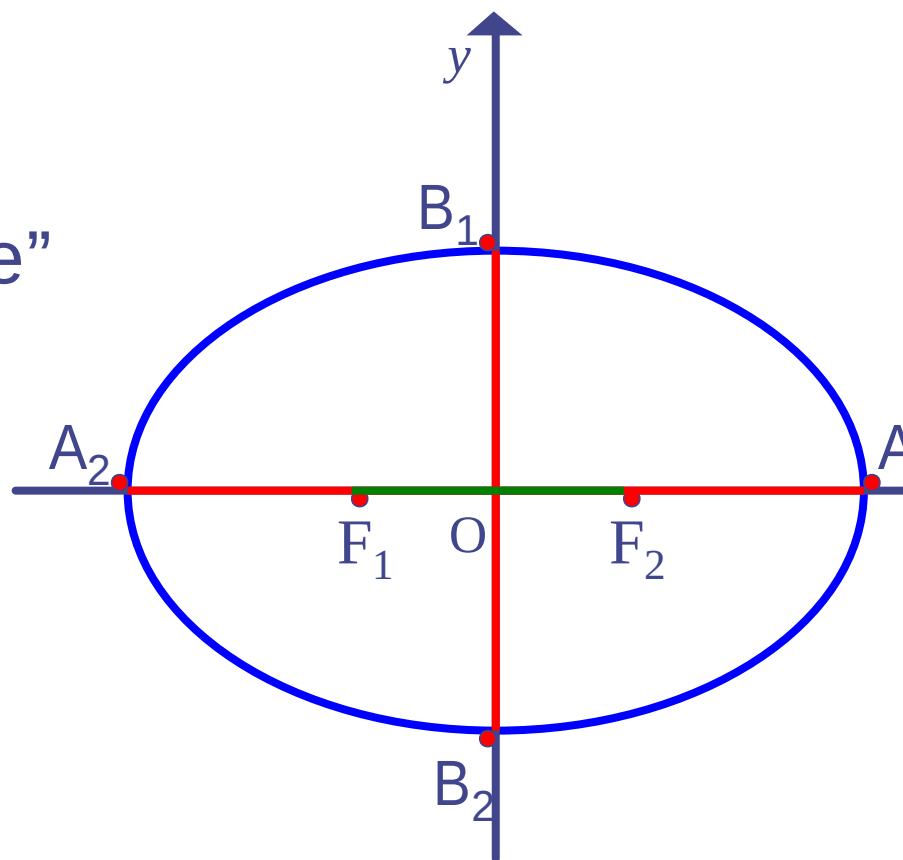


L'Ellisse

A_1A_2 è l' "asse maggiore"

B_1B_2 è l' "asse minore"

F_1F_2 è l' "asse focale"

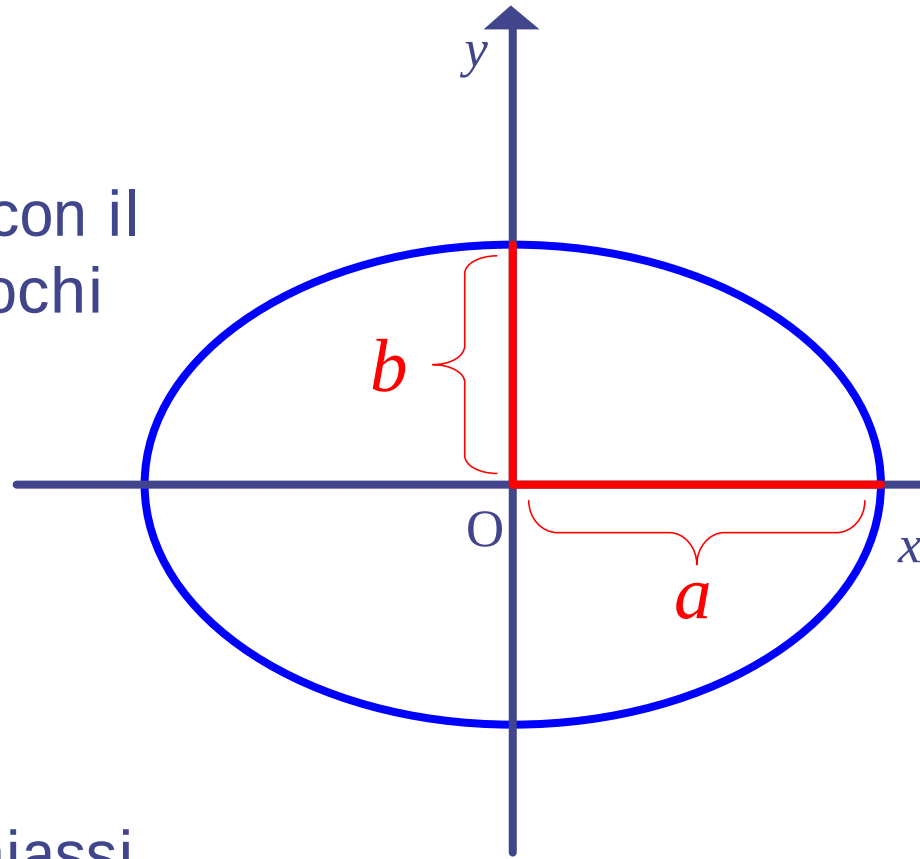


L'Ellisse

L'equazione di un'ellisse con il centro nell'origine e i fuochi sull'asse delle ascisse è:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

con $a > b$ misure dei semiassi

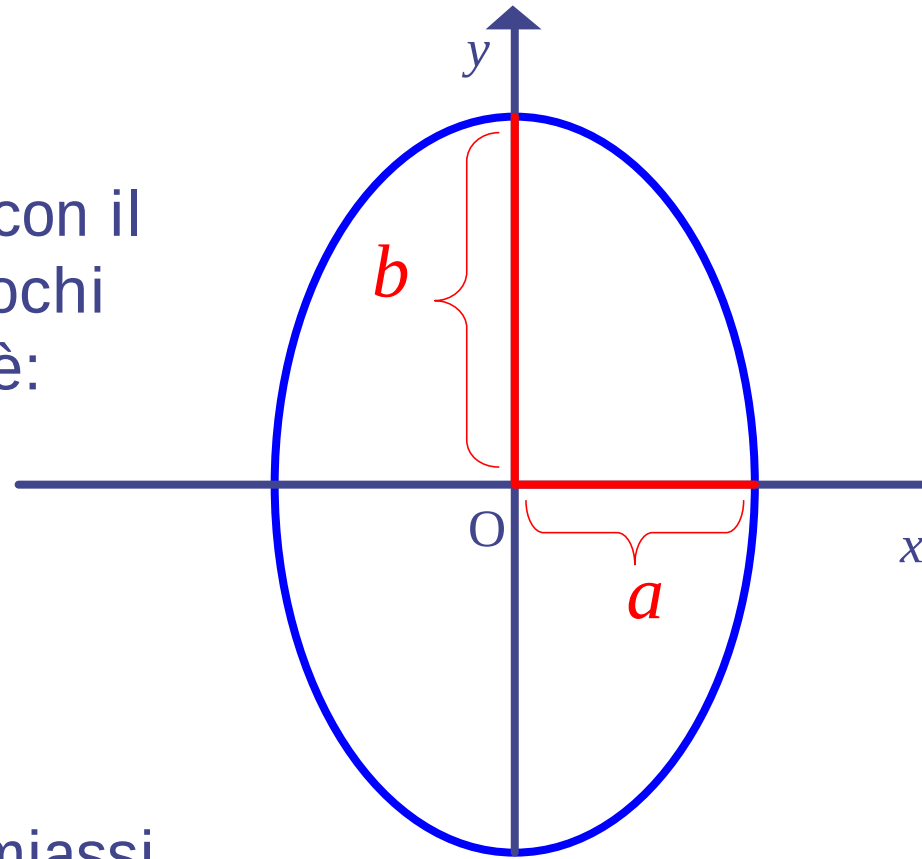


L'Ellisse

L'equazione di un'ellisse con il centro nell'origine e i fuochi sull'asse delle ordinate è:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

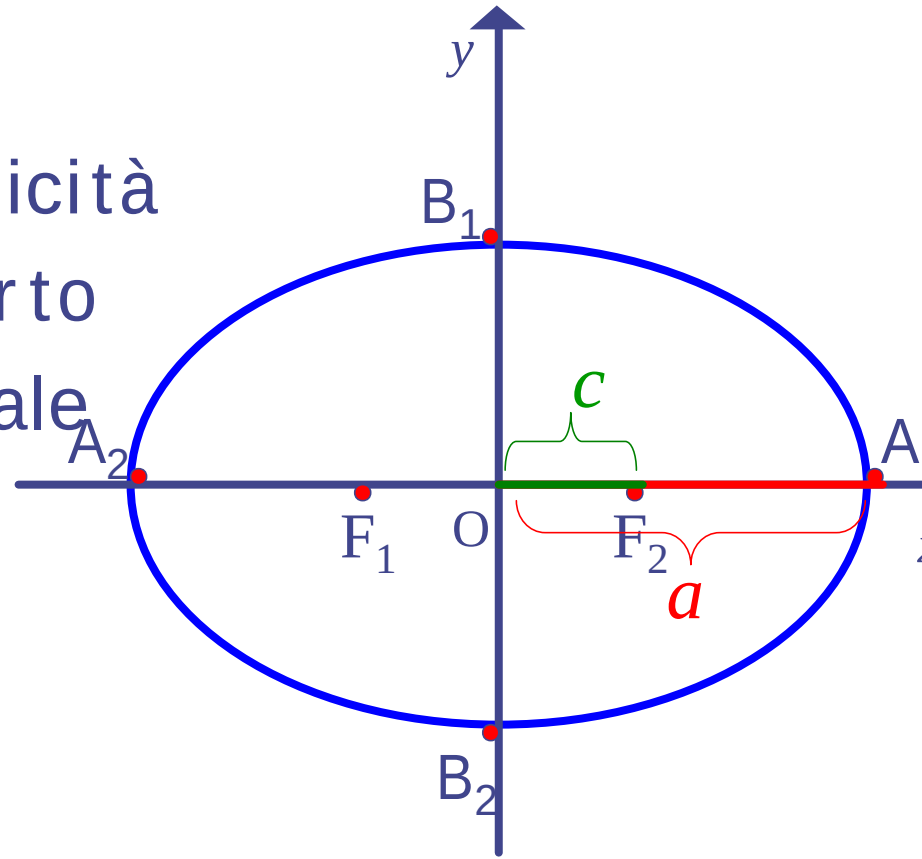
con $b > a$ misure dei semiassi



L'Ellisse

Viene chiamata eccentricità
“e” di un’ellisse il rapporto
tra la semidistanza focale
“c” e la lunghezza del
semiasse maggiore:

$$e = \frac{c}{a}$$



La Parabola

La **parabola** è il luogo geometrico dei punti del piano equidistanti da un punto fisso detto FUOCO e da una retta fissa detta DIRETTRICE

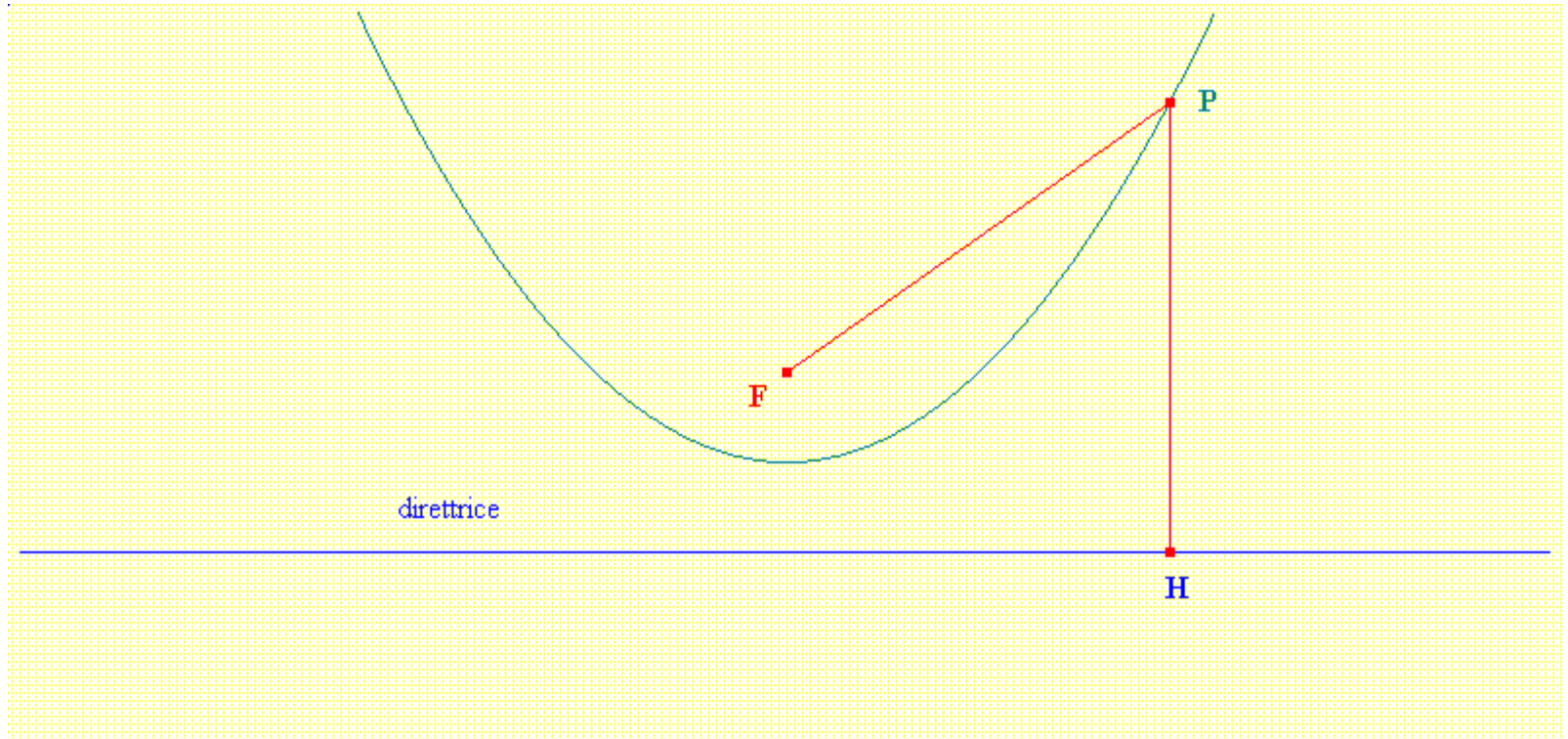
La sua **equazione** è

$$y = ax^2 + bx + c$$

con $a \neq 0$

La Parabola

$$PF = PH$$



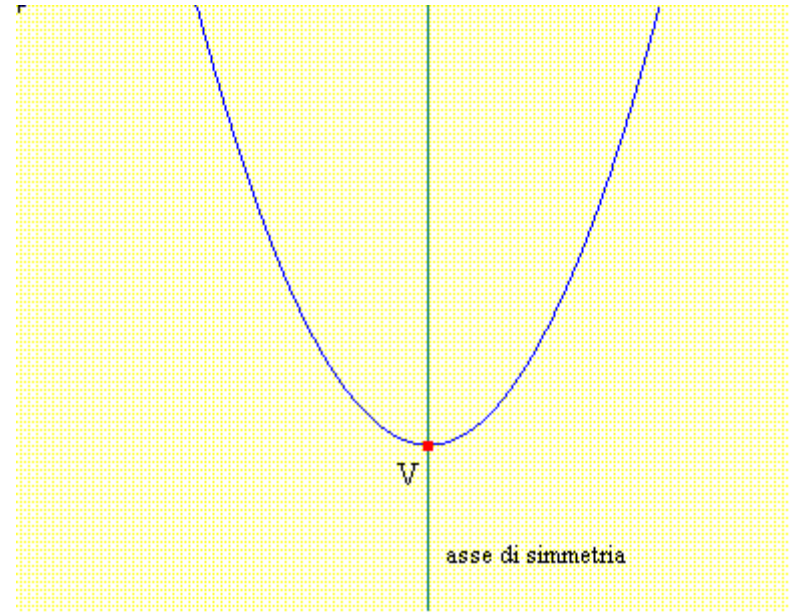
La Parabola

Il punto V prende il
nome di

vertice

e la retta disegnata
passante per V si
chiama

asse di simmetria

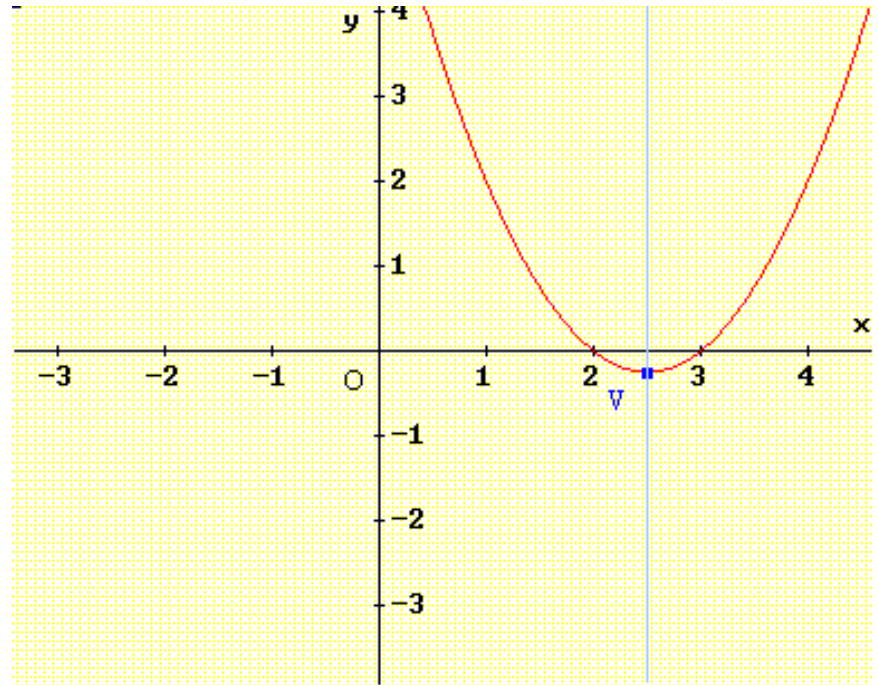


La Parabola

Nota l'equazione di una parabola, si avrà:

$$V = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2 - 4ac}{4a} \right)$$

$$x = -\frac{b}{2a}$$

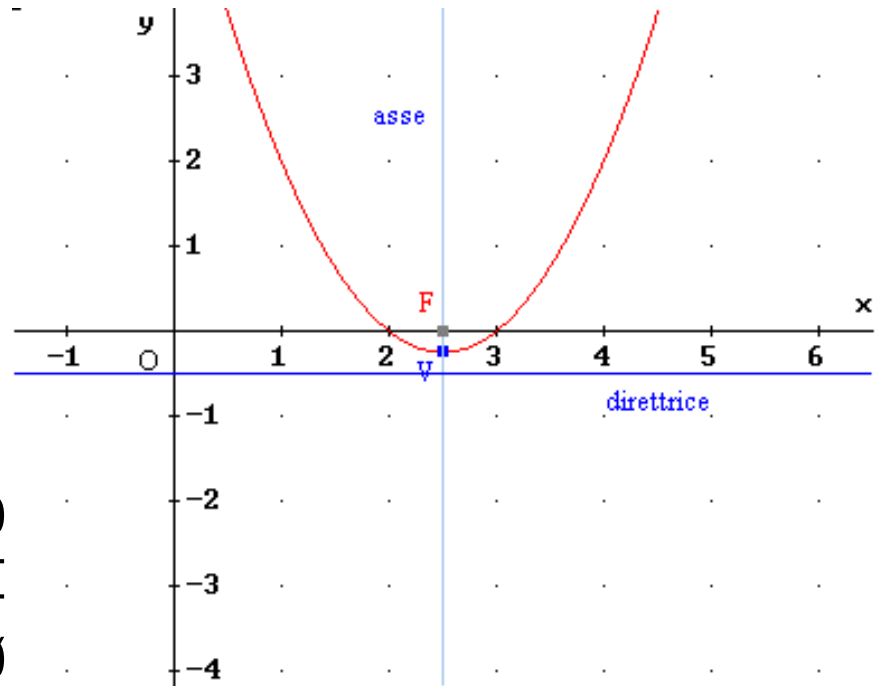


La Parabola

Inoltre si determinano le coordinate del fuoco e l'equazione della direttrice:

$$F = \left(-\frac{b}{2a}, \frac{1}{4a} - \frac{b^2 - 4ac}{4a} \right)$$

$$y = -\frac{1}{4a} - \frac{b^2 - 4ac}{4a}$$



L' Iperbole

Si chiama **iperbole** il luogo dei punti del piano per i quali è costante la differenza delle distanze da due punti fissi

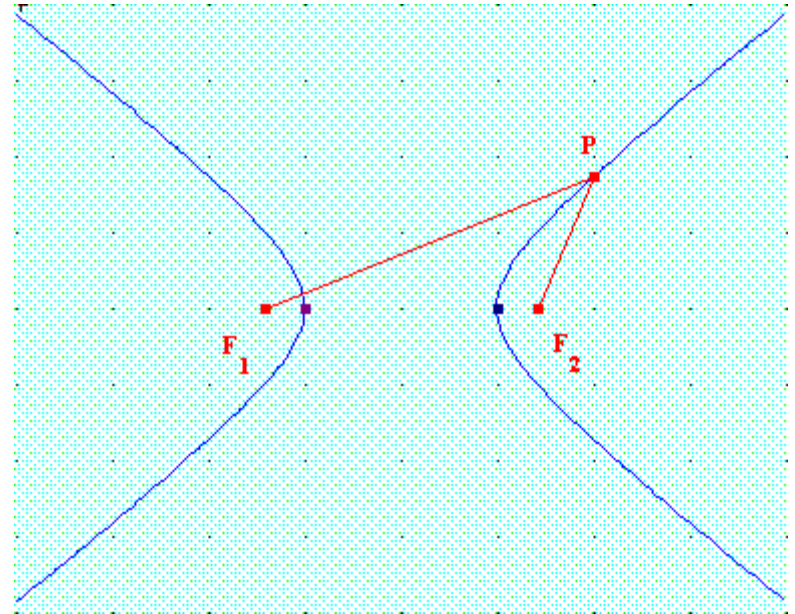
F_1 e F_2
detti **fuochi**.

L' Iperbole

Se F_1 e F_2 sono i fuochi e P un punto del piano con la condizione

$$|PF_1 - PF_2| = \text{costante}$$

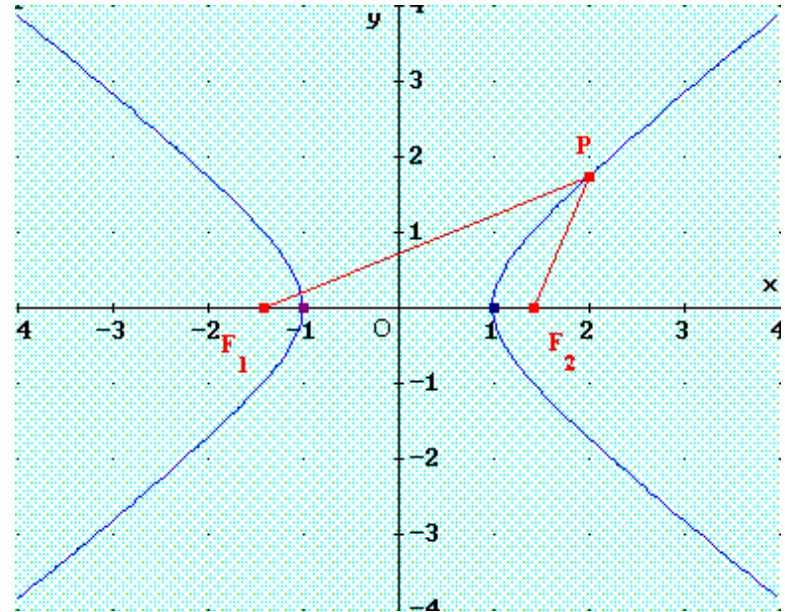
si avrà l'iperbole



L' Iperbole

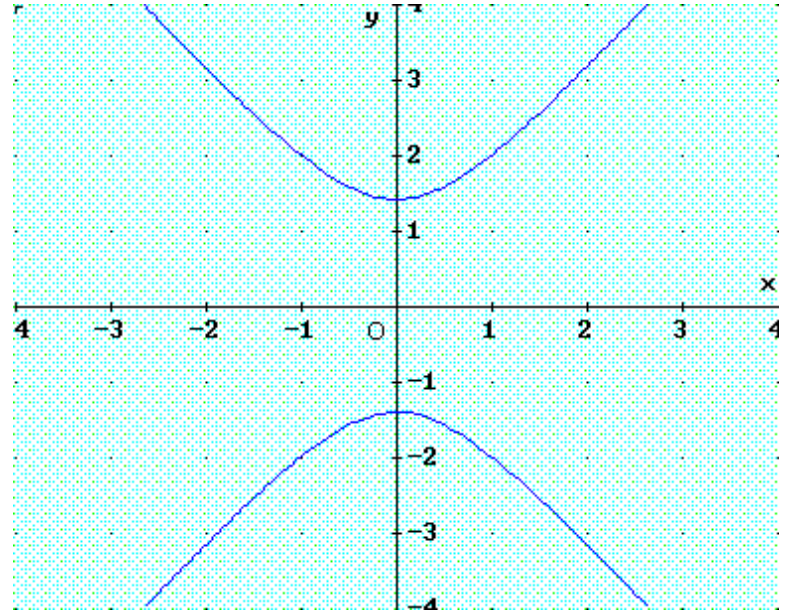
L'equazione
dell' iperbole con i
fuochi sull'asse delle
ascisse è:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$



L' Iperbole

L'equazione di un'iperbole con i fuochi sull'asse delle ordinate è:



$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$$

L' Iperbole: formule

◆ Equazione: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

◆ Lunghezze degli assi:

$2a$ asse trasverso

$2b$ asse non trasverso

◆ Coordinate dei vertici: $(-a, 0)$, $(a, 0)$

◆ Coordinate dei fuochi: $(-c, 0)$, $(c, 0)$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

L' Iperbole: formule

Nell' iperbole si introduce anche il concetto di
ASINTOTO

Le equazioni dei due asintoti dell' iperbole sono date
da

$$y = \pm \frac{b}{a} x$$

Sono due rette passanti per O

