

Cambiamento del Sistema di Riferimento

- Il moto dipende dal sistema di riferimento dal quale viene osservato:
 - Un viaggiatore seduto sul sedile di una carrozza ferroviaria non si muove rispetto al vagone
 - Se osservato dal marciapiede della stazione, egli invece percorre diversi metri al secondo.
 - Il viaggiatore, se lascia cadere un oggetto nel vagone, descriverà il moto come un moto rettilineo (uniformemente accelerato)
 - Lo stesso moto apparirà parabolico (moto del proiettile) ad un osservatore sul marciapiede della stazione.
- Come si fa a trasformare le grandezze cinematiche, posizione , velocità, accelerazione da un sistema di riferimento ad un altro?

TEST IN ITINERE 6.5.2004

A-M Aula T1

N-Z Aula 1 Sogene

ORE 13.00

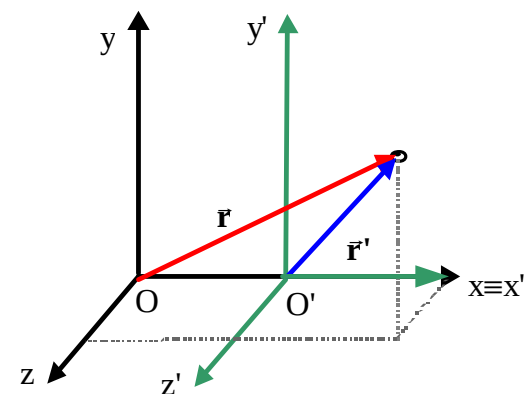
PORTARE DOCUMENTO DI IDENTITA'

NON PORTARE LIBRI, APPUNTI, FOGLI.

SOLO LA PENNA

Trasformazioni della posizione

Studieremo il caso molto particolare in cui gli assi del sistema $O'x'y'z'$ sono costantemente paralleli a quelli corrispondenti nel sistema $Oxyz$ e l'origine O' del secondo sistema si muove sull'asse delle x .



$$\vec{r} = \vec{r}' + \overrightarrow{OO'}$$

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

$$x = x' + x_{O'}$$

$$\vec{r}' = x'\vec{i}' + y'\vec{j}' + z'\vec{k}' = x'\vec{i} + y'\vec{j} + z'\vec{k} \Leftrightarrow y = y'$$

$$\overrightarrow{OO'} = x_{O'}\vec{i}$$

$$z = z'$$

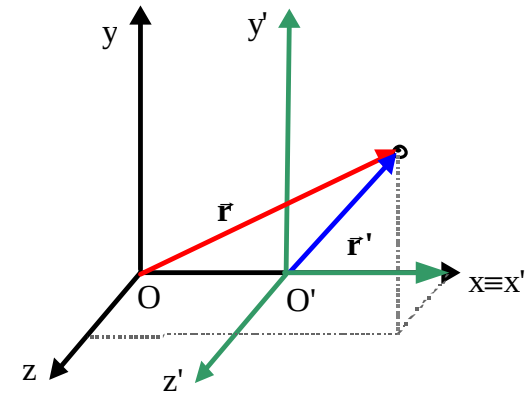
Trasformazioni della velocità

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k})}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$$

$$\vec{v}' = \frac{d\vec{r}'}{dt} = \frac{d(x'\vec{i}' + y'\vec{j}' + z'\vec{k}')}{dt} = \frac{dx'}{dt}\vec{i}' + \frac{dy'}{dt}\vec{j}' + \frac{dz'}{dt}\vec{k}'$$

$$\vec{v}_O = \frac{d\vec{OO}'}{dt} = \frac{d(x_{O'}\vec{i})}{dt} = \frac{dx_{O'}}{dt}\vec{i}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d(\vec{r}' + \vec{OO}')}{dt} = \frac{d\vec{r}'}{dt} + \frac{d\vec{OO}'}{dt} = \frac{d\vec{r}'}{dt} + \vec{v}_{O'}$$



$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_{O'} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{aligned} v_x &= v'_x + v_{xO'} \\ v_y &= v'_y \\ v_z &= v'_z \end{aligned}$$

Trasformazioni dell'accelerazione

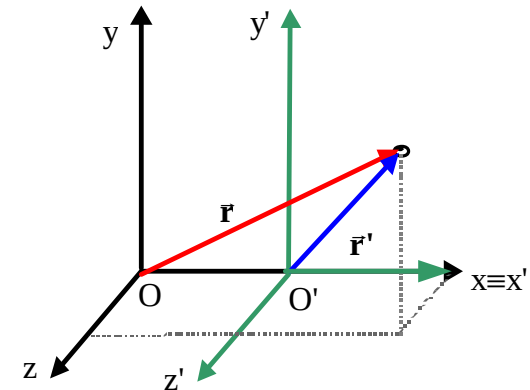
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(\vec{v}' + \vec{v}_{O'})}{dt} = \frac{d\vec{v}'}{dt} + \frac{d\vec{v}_{O'}}{dt} = \frac{d\vec{v}'}{dt} + \vec{a}_{O'}$$

$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_{O'}$$

$$a_x = a'_{x'} + a_{xO'}$$

$$a_y = a'_{y'}$$

$$a_z = a'_{z'}$$



Solo se $\vec{a}_O = 0$ l'accelerazione nei due sistemi di riferimento è la stessa!

$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_O$$

$$a_x = a'_{x'} + a_{xO}$$

$$a_y = a'_{y'}$$

$$a_z = a'_{z'}$$

Trasformazioni di Galilei

Se O' si muove lungo l'asse x con velocità costante e O' coincide con O a $t=0$:

$$x = x' + v_{xO'} t$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$\vec{r} = \vec{r}' + \overrightarrow{OO'}$$

$$v_x = v'_{x'} + v_{xO'}$$

$$v_y = v'_{y'}$$

$$v_z = v'_{z'}$$

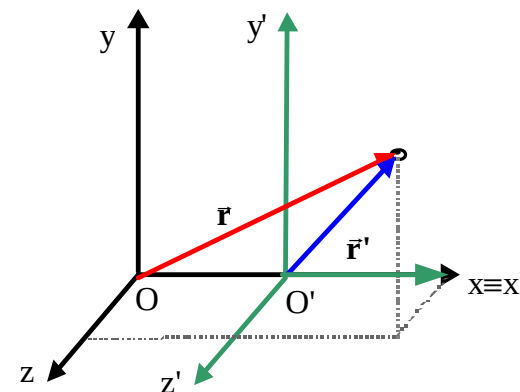
$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_{O'}$$

$$a_x = a'_{x'}$$

$$a_y = a'_{y'}$$

$$a_z = a'_{z'}$$

$$\vec{a} = \vec{a}'$$



DINAMICA

CAUSE del moto $\Rightarrow$ FORZA effetti della forza sul moto

MECCANICA CLASSICA Galileo (1564 - 1624)
sistemi macroscopici $v \ll c$

TRE LEGGI DI NEWTON (1643 - 1727)

DINAMICA

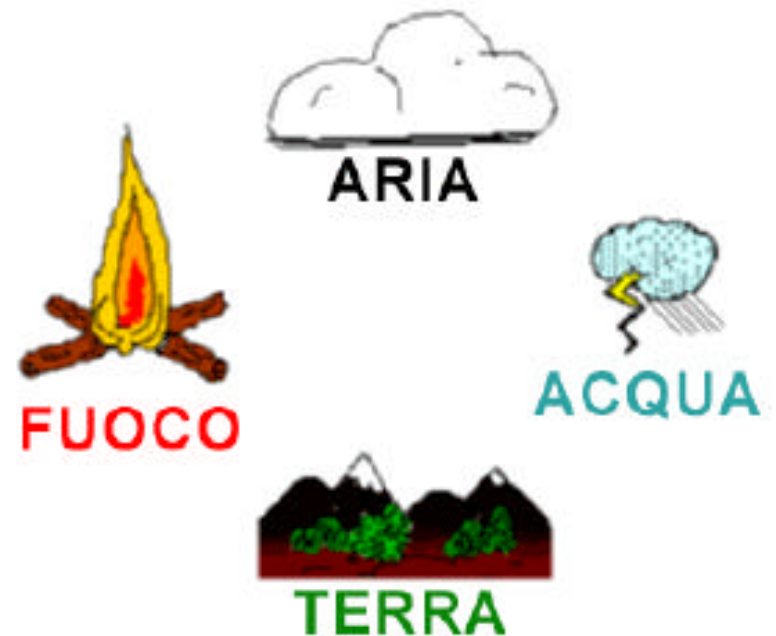
CAUSE del moto $\Rightarrow$ FORZA effetti della forza sul moto

MECCANICA CLASSICA Galileo (1564 - 1624)
sistemi macroscopici $v \ll c$

TRE LEGGI DI NEWTON (1643 - 1727)

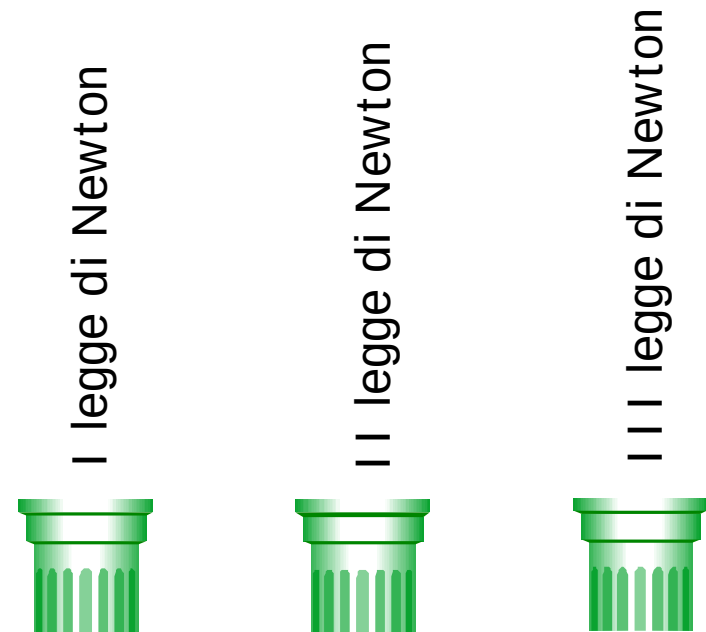
Le cause del moto: la situazione prima di Galilei e di Newton

- Ogni elemento ha una sua posizione naturale: la terra e l'acqua sotto, l'aria e il fuoco sopra.
- Ogni elemento cerca di raggiungere la sua posizione naturale dopo di che rimane in quiete
- **Lo stato naturale dei corpi è la quiete**
- **Per far muovere un corpo o per mantenerlo in moto occorre esercitare un'azione su di esso!**
- Il moto dei corpi celesti era assicurato da schiere di angeli(o dei) che spingevano i pianeti, il sole (Apollo con il carro) e le stelle nel loro moto attorno alla terra.



Le cause del moto: la visione attuale

- La visione attuale è condensata nelle tre leggi di Newton.
- Questi vanno considerati come **dei postulati, dei principi fondamentali, non dimostrabili**, formulati sulla base delle intuizioni di grandi fisici, Galilei, Newton, **da cui si possono far discendere tutte le altre leggi che descrivono i fenomeni particolari**.
- E' dunque il confronto delle previsioni dedotte dai principi fondamentali con i risultati di esperimenti che ci permette di apprezzare la correttezza dei postulati iniziali.



Dinamica del punto

Le leggi del moto di Newton

Esprimono il **legame** tra la *variazione del moto* e le sue *cause*

Comprensione
elementare di
forza



Definizione
operativa

Modello di punto materiale

**Interazione
con ambiente**



**variazione
stato di
moto**

Tipi di forze: contatto distanza
campi

Le forze sono vettori

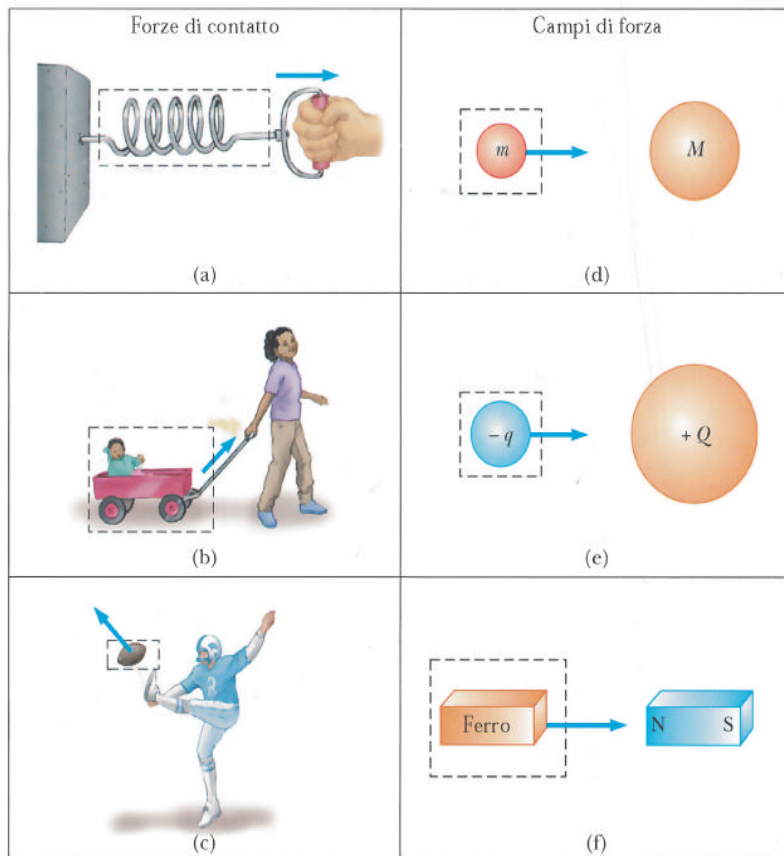


Figura 4.1

Alcuni esempi di forze applicate a vari oggetti. In ciascun caso una forza è esercitata sulla particella o oggetto entro l'area racchiusa dal riquadro tratteggiato. L'ambiente esterno all'area racchiusa dal riquadro tratteggiato fornisce la forza sull'oggetto.

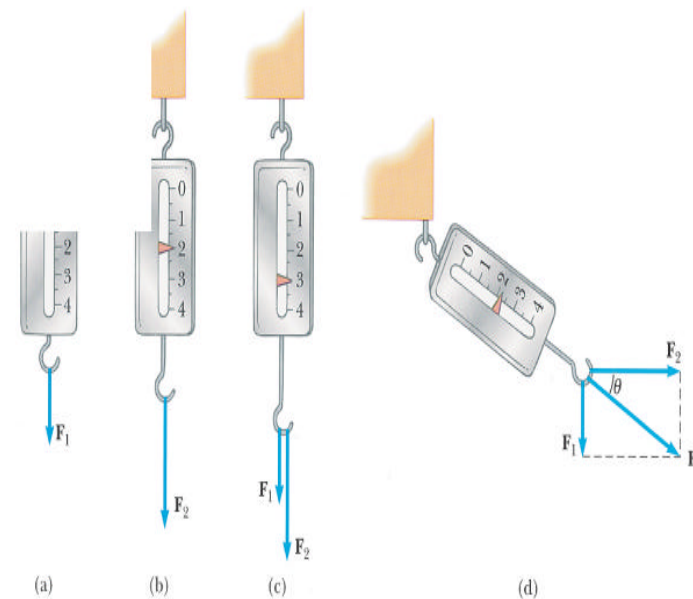


Figura 4.2

La natura vettoriale di una forza viene verificata con una molla graduata. (a) Una forza verticale verso il basso F_1 allunga la molla di 1.00 cm. (b) Una forza verticale verso il basso F_2 allunga la molla di 2.00 cm. (c) Quando F_1 e F_2 sono applicate insieme, la molla si allunga di 3.00 cm. (d) Quando F_1 è rivolta verso il basso e F_2 è orizzontale, la combinazione delle due forze allunga la molla di $\sqrt{(1.00)^2 + (2.00)^2} = 2.24$ cm.

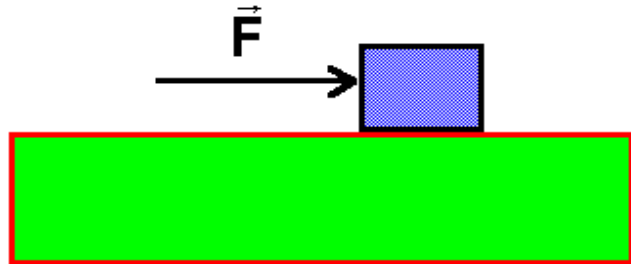
DINAMICA

CAUSE del moto $\Rightarrow$ FORZA effetti della forza sul moto

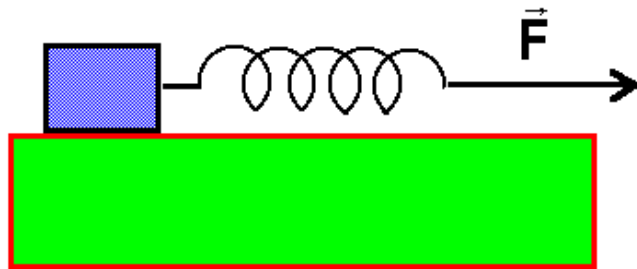
MECCANICA CLASSICA Galileo (1564 - 1624)
sistemi macroscopici $v \ll c$

TRE LEGGI DI NEWTON (1643 - 1727)

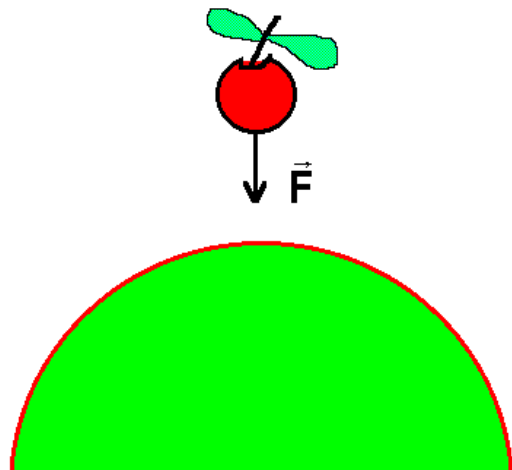
• FORZE E CONCETTO INTUITIVO



✓ spingere un oggetto si esercita una forza sull'oggetto (es: muscolare)

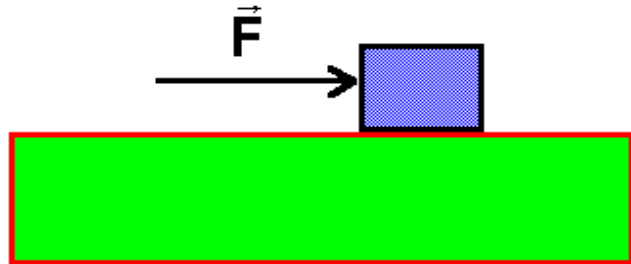


✓ tirare una molla attaccata ad un oggetto: la molla applica una forza all'oggetto

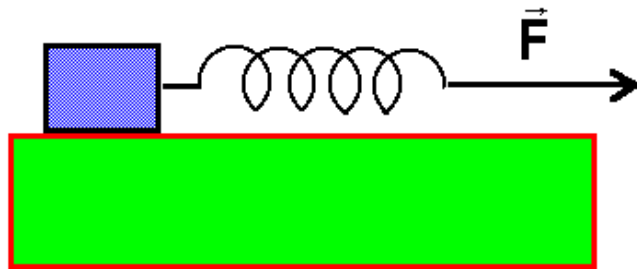


✓ corpo che cade sulla terra: la terra esercita sul corpo una. forza di attrazione costante

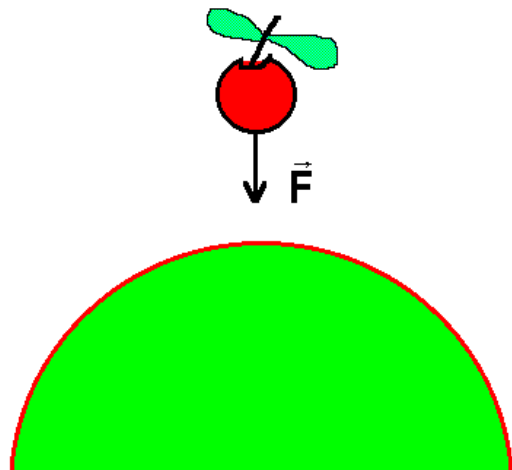
• FORZE E CONCETTO INTUITIVO



✓ spingere un oggetto si esercita una forza sull'oggetto (es: muscolare)

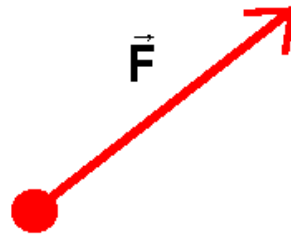


✓ tirare una molla attaccata ad un oggetto: la molla applica una forza all'oggetto

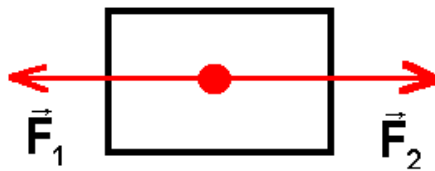


✓ corpo che cade sulla terra: la terra esercita sul corpo una. forza di attrazione costante

• FORZA È GRANDEZZA VETTORIALE

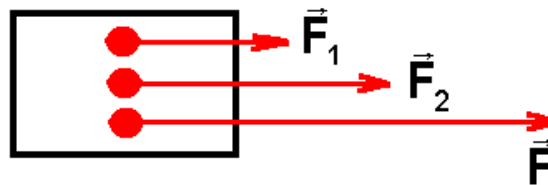


forza risultante applicata ad un corpo = somma vettoriale delle forze applicate al corpo



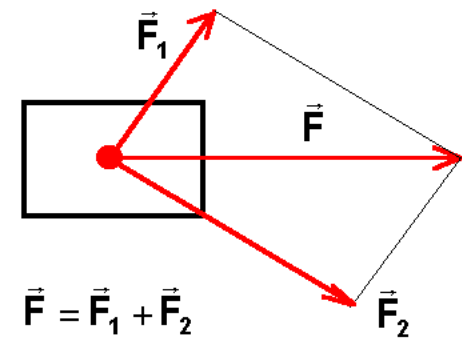
$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$F_1 = F_2 \Rightarrow F = 0$$



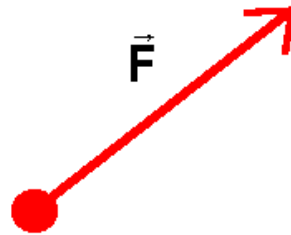
$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$F = F_1 + F_2$$

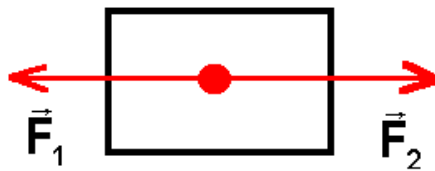


$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

• FORZA È GRANDEZZA VETTORIALE

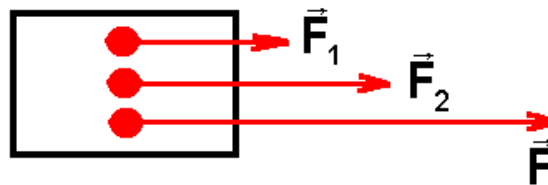


forza risultante applicata ad un corpo = somma vettoriale delle forze applicate al corpo



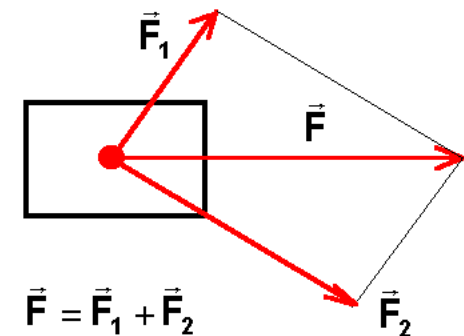
$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$F_1 = F_2 \Rightarrow F = 0$$



$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$F = F_1 + F_2$$



$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

Massa

L'esperienza ci dice che se vogliamo imprimere la stessa accelerazione a oggetti diversi, l'intensità della forza dovrà essere diversa (per trainare un treno occorre un locomotore, per trainare una slitta basta una persona...).

Normalmente noi associamo all'intensità della forza necessaria per muovere un certo oggetto la definizione di "massa" (tanto più l'oggetto è "massiccio", più forza mi occorre per spostarlo).

La massa è una caratteristica intrinseca del corpo che mette in relazione la forza applicata con l'accelerazione che ne risulta

L'unità di misura SI della massa è il kilogrammo (kg)

LE LEGGI DELLA DINAMICA

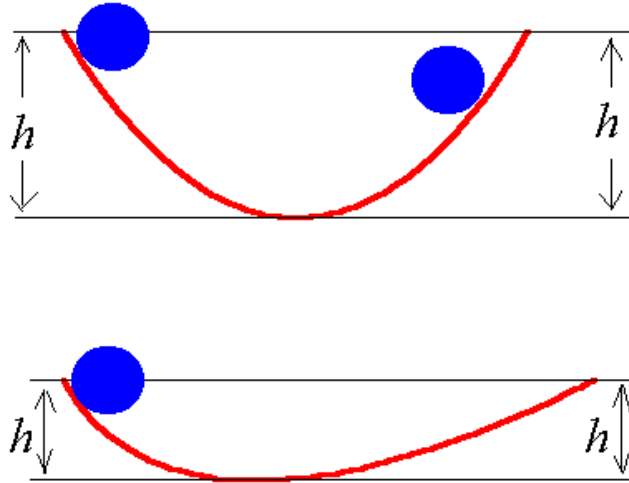
- ***1^a Legge di Newton (legge di inerzia)***

“Ogni corpo persiste nel suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme, finchè forze esterne ad esso applicate non lo costringono a mutare questo stato.”

Se la forza risultante applicata ad un oggetto è nulla, il suo moto non subirà alcuna variazione.

Se l'oggetto è fermo esso continuerà a rimanere fermo, se è in moto esso continuerà a muoversi con velocità costante su di retta.

ESPERIMENTI (GALILEO)



CONCLUSIONE:

- non è necessaria la forza per mantenere la velocità.
- La forza è necessaria per mutare la velocità

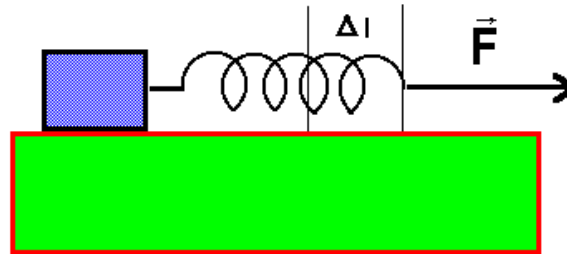
- **1^a Legge di Newton:**

Lega il moto di un corpo alle forze agenti su di esso

“La forza non equilibrata che agisce su di un corpo è direttamente proporzionale alla accelerazione del corpo e ne ha la stessa direzione e verso:

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

Esperimento :



$$F = \text{cost}$$

v cresce nel tempo

$$\Delta l = \text{cost}$$

$$a = \text{cost}$$

Si ripete l'esperimento con F doppia, tripla ecc. e con Δl doppio, triplo ecc. e si verifica che a è doppia, tripla ecc. Quindi che la forza è proporzionale all'accelerazione e che direzione e verso del vettore forza è uguale alla direzione e verso del vettore a

Costante di proporzionalità $F = k a$
nell'esperimento:

- forze diverse sullo stesso corpo k
- esperimenti con corpi diversi cambia k

cioè: k è caratteristica del corpo

La costante di proporzionalità è chiamata "MASSA" del corpo $\underline{m}$
(massa inerziale)

La costante di proporzionalità è chiamata "MASSA" del corpo m (massa inerziale)

m = Quantità di materia – rappresenta la capacità che ha il corpo di essere messo in movimento (inerzia)

Se m aumenta, significa che per avere la stessa accelerazione occorre applicare una forza maggiore.

Si può assegnare una massa m (scalare) confrontando la sua accelerazione con quella di un altro corpo di riferimento la cui massa si assume come massa unitaria.

Le masse sono additive: $m = m_1 + m_2$

cioè due masse collegate insieme si comportano come una sola massa (somma scalare)

LA SECONDA LEGGE DEL MOTO DI NEWTON

(Equazione fondamentale della Meccanica Classica)

$$\vec{F} = m \vec{a} \quad \text{Equazione Vettoriale}$$

$\Downarrow$

$$\sum \vec{F}_i = \text{Risultante (somma vettoriale) delle forze applicate}$$

oppure

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \quad \text{Equazione Vettoriale}$$

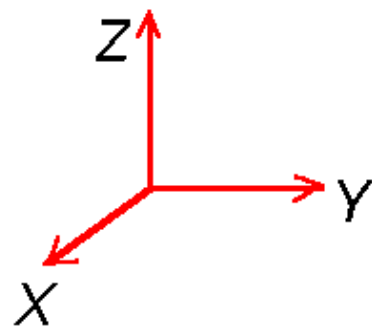
L'accelerazione è causata da una o più forze applicate ad un corpo:
È proporzionale in modulo al modulo della risultante delle forze

La IIa legge della dinamica contiene la Ia legge come caso particolare

$$\vec{F} = m \vec{a} \Rightarrow \text{se } \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{a} = 0$$

$$\vec{a} = 0 \Rightarrow \vec{v} = \text{cost} = \text{MOTO RETTILINEO UNIFORME}$$

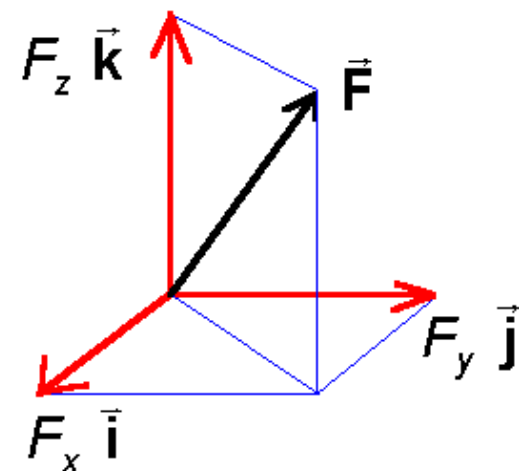
L'equazione vettoriale $\vec{F} = m\vec{a}$ rappresenta tre equazioni scalari



$$\text{spazio (tre dimensioni)} \left\{ \begin{array}{l} F_x = m a_x \\ F_y = m a_y \\ F_z = m a_z \end{array} \right\} \text{ piano (due dimensioni)}$$

oppure

$$\left\{ \begin{array}{l} a_x = F_x / m \\ a_y = F_y / m \\ a_z = F_z / m \end{array} \right.$$



MASSA $\Rightarrow m \Rightarrow$ grandezza fisica
FONDAMENTALE [M]
unità di misura (S.I.) kg

FORZA $\Rightarrow \vec{F} \Rightarrow$ grandezza fisica
DERIVATA
unità di misura (S.I.) N

1 N: è la forza capace di imprimere ad un corpo di massa **1 kg**
l'accelerazione di **1 ms⁻²**

$$1 N = (1 kg) * (1 m s^{-2}) = 1 kg m s^{-2}$$

CGS unità di misura della FORZA dina

1 dina: è la forza capace di imprimere ad un corpo di massa **1 g**
l'accelerazione di **1 cm s⁻²**

$$1 dina = (1g) * (1 cm s^{-2}) = 1 g cm s^{-2}$$

$$1N = 1000 g * 100 cm s^{-2} = 10^5 dine$$

DIMENSIONI DELLA FORZA: $[F] = M L T^{-2}$

LA TERZA LEGGE DEL MOTO DI NEWTON

(Legge di azione e reazione)

*“Per ogni azione esiste sempre
una reazione uguale ed opposta”*

- ✗ Le forze agenti su di un corpo sono sempre originate da altri corpi.
- ✗ ogni qualvolta un corpo (A) esercita una forza su di un altro corpo (B), il corpo (B) esercita una forza sul corpo (A).

Le due forze hanno:

<u>Modulo</u>	<u>uguale</u>
<u>Direzione</u>	<u>uguale</u>
<u>Verso</u>	<u>opposto</u>

Una singola forza è solo un aspetto della interazione reciproca tra i due corpi.

Una delle due forze è chiamata "*azione*" l'altra è chiamata "*reazione*"



$\vec{F}_{AB}$ forza esercitata dal corpo (B)
sul corpo (A)

$\vec{F}_{BA}$ forza esercitata dal corpo (A)
sul corpo (B)

$$\vec{F}_{AB} = - \vec{F}_{BA}$$

$$F_{AB} = F_{BA}$$

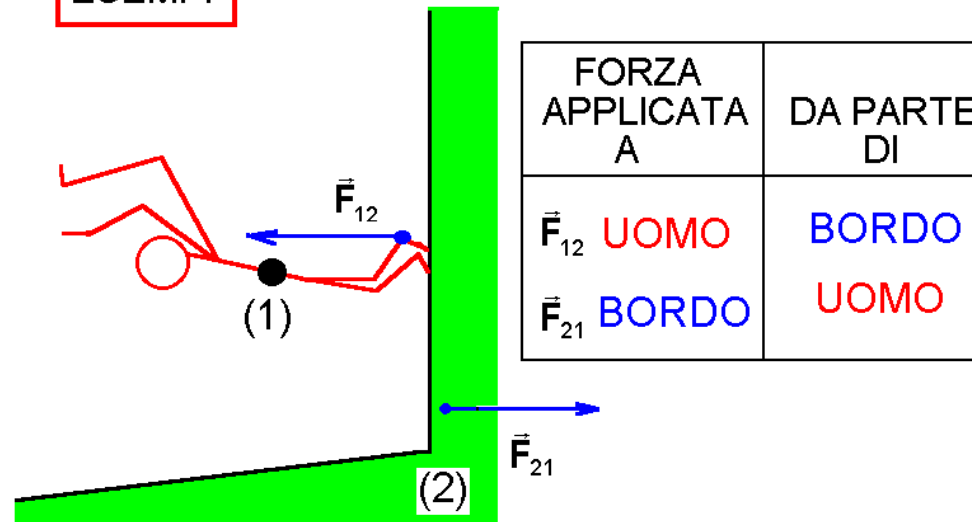
IMPORTANTE !

LE DUE FORZE (AZIONE E REAZIONE) AGISCONO SU CORPI DIVERSI

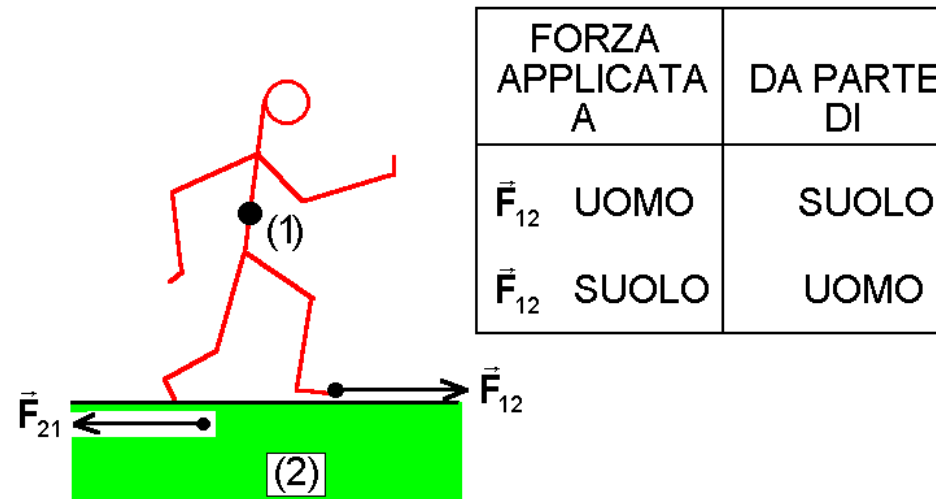
se agissero sullo stesso corpo, non potremmo mai avere un moto accelerato
(risultante delle forze = 0)

ESEMPI

a)

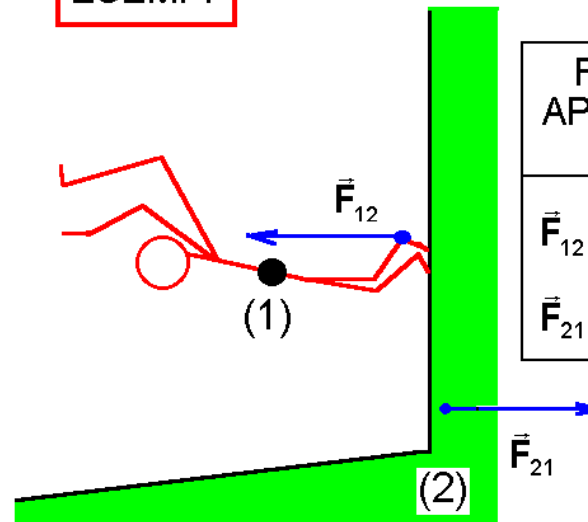


b)



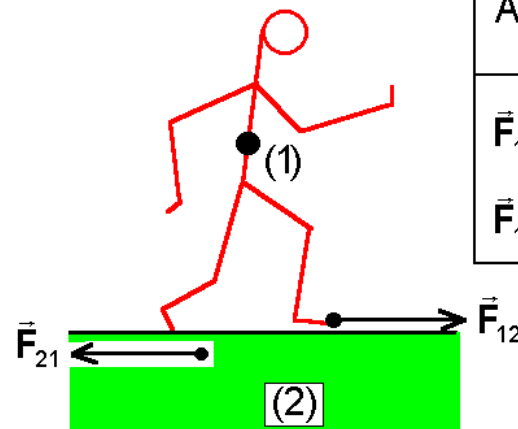
ESEMPI

a)



FORZA APPLICATA A	DA PARTE DI
$\vec{F}_{12}$ UOMO	BORDO
$\vec{F}_{21}$ BORDO	UOMO

b)



FORZA APPLICATA A	DA PARTE DI
$\vec{F}_{12}$ UOMO	SUOLO
$\vec{F}_{21}$ SUOLO	UOMO

LE FORZE FONDAMENTALI DELLA NATURA

1) forza GRAVITAZIONALE

2) forza ELETTROMAGNETICA

3) forza NUCLEARE FORTE

4) forza NUCLEARE DEBOLE

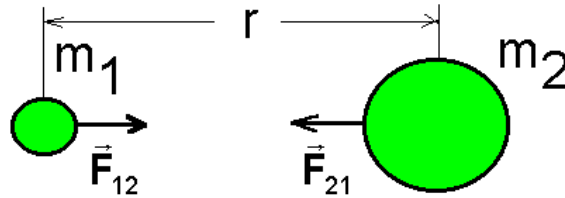
1) e 2) sono all'origine dei fenomeni che verranno discussi in: MECCANICA, DINAMICA DEI FLUIDI, ONDE, TERMODINAMICA, ELETTRICITÀ, MAGNETISMO, OTTICA.

Effetti della 1): MOTO DEI CORPI ASTRONOMICI, PESO DEI CORPI.

La forza 2, combinata con le leggi della dinamica atomica (meccanica quantistica), è responsabile della struttura degli atomi, delle molecole e dei solidi.

3) e 4) hanno un raggio di azione molto piccolo (minore del raggio dei nuclei degli atomi $\sim 10^{-15}$ m). Esse determinano la struttura e la stabilità dei nuclei atomici (p. es.: O^{16} stabile, K^{40} radioattivo, U^{235} disintegrabile per fissione).

FORZA GRAVITAZIONALE dovuta alla massa dei corpi m_1 ed m_2



$$\vec{F}_{21} = - \vec{F}_{12}$$

- la forza è ATTRATTIVA
- agisce lungo la RETTA CONGIUNGENTE I DUE CORPI
- intensità: $F_{12} = F_{21} \equiv F_G$

$$F_G = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

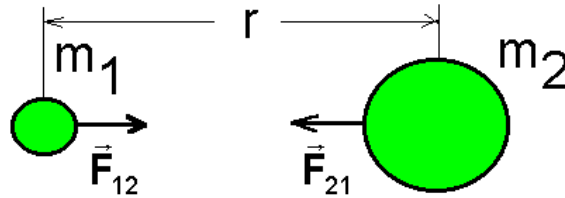
G = costante gravitazionale = $6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

m_1, m_2 masse gravitazionali

La massa gravitazionale (m_G) è diversa dalla massa inerziale (m_i) della I legge della dinamica?

sperimentalmente : $\frac{m_G}{m_i} = 1 \pm 10^{-11}$

FORZA GRAVITAZIONALE dovuta alla massa dei corpi m_1 ed m_2



$$\vec{F}_{21} = - \vec{F}_{12}$$

- la forza è ATTRATTIVA
- agisce lungo la RETTA CONGIUNGENTE I DUE CORPI
- intensità: $F_{12} = F_{21} \equiv F_G$

$$F_G = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

G = costante gravitazionale = $6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

m_1, m_2 masse gravitazionali

La massa gravitazionale (m_G) è diversa dalla massa inerziale (m_i) della I legge della dinamica?

sperimentalmente : $\frac{m_G}{m_i} = 1 \pm 10^{-11}$

ESEMPIO:

Caduta libera di un grave

$$F_G = G \frac{m M_T}{R_T^2}$$

$$F_G = m g \Rightarrow G \frac{m M_T}{R_T^2} = m g$$

g non
dipende
da m

$$\Rightarrow g = G \frac{M_T}{R_T^2} = \text{cost} = 9.8 \text{ N/kg}$$

Annotations in red:
- $5.98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ points to M_T
- $6.67 \cdot 10^{-11}$ points to G
- $6.37 \cdot 10^6 \text{ m}$ points to R_T
- m s^{-2} points to the unit of 9.8 N/kg

FORZA $\boxed{\vec{w} = m \vec{g}}$ = peso di un corpo di massa m

$$m = 1 \text{ kg} \Rightarrow w = 9.8 \text{ N}$$

(kg_p = chilogrammo peso = peso di una massa di 1 kg.)

MASSA e PESO

- la MASSA m di un corpo si riferisce alla sua inerzia.
- il PESO $\vec{w}$ di un corpo è l'espressione della FORZA che la gravità esercita su di esso.

$$\vec{F} = m \vec{a} \Rightarrow \vec{w} = m \vec{g}$$

Unità di misura del peso

S.I.
CGS
Sistema Pratico

Newton
dina

(N)

kg_p

chilogrammo
peso

peso di una massa
di 1 kg

$$1 \text{ kg}_p = 9.8 \text{ N}$$

forza forza

MASSA

$$m = \frac{w}{g}$$

Unità di misura della massa

S.I.
CGS

kg
g

MASSA e PESO

- la MASSA m di un corpo si riferisce alla sua inerzia.
- il PESO $\vec{w}$ di un corpo è l'espressione della FORZA che la gravità esercita su di esso.

$$\vec{F} = m \vec{a} \Rightarrow \vec{w} = m \vec{g}$$

Unità di misura del peso

S.I.
CGS
Sistema Pratico

Newton
dina

(N)

kg_p

chilogrammo
peso

peso di una massa
di 1 kg

$$1 \text{ kg}_p = 9.8 \text{ N}$$

forza forza

MASSA

$$m = \frac{w}{g}$$

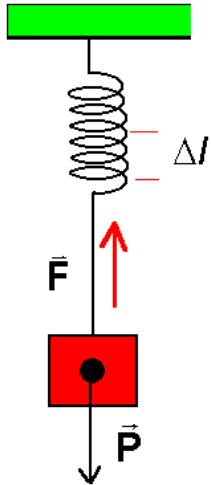
Unità di misura della massa

S.I.
CGS

kg
g

DINAMOMETRO - BILANCIA

Per misurare le FORZE $\Rightarrow$ DINAMOMETRO

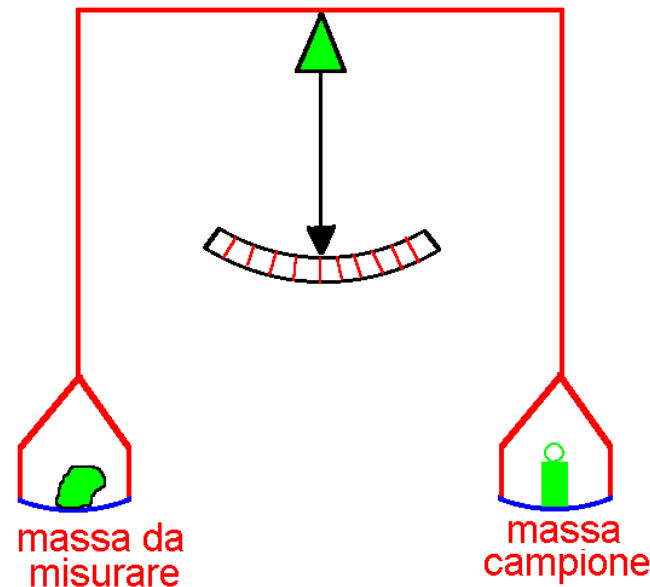


allungamento della molla

condizione di equilibrio
misura la forza peso

(es.: $g_T \neq g_L$)

Per misurare le MASSE $\Rightarrow$ BILANCIA



condizione di
equilibrio

misura la
massa

(es.: $m_{(T)} = m_{(L)}$)

APPLICAZIONI DELLE LEGGI DI NEWTON

Il caso più semplice:

una singola massa su cui agisce una sola forza di cui si conosce intensità, direzione e verso

risolvere l'equazione:

$$\vec{a} = \frac{1}{m} \vec{F}(\vec{r}, \vec{v}, t)$$

generalmente: sistema di più corpi che interagiscono fra di loro.

procedimento:

- 1) scomporre il sistema in singole parti
- 2) per ogni parte disegnare tutte le forze ad essa applicate
- 3) scegliere un sistema di riferimento rispetto al quale esprimere le componenti delle forze, velocità ed accelerazioni.
- 4) scrivere la seconda legge di Newton per ogni parte del sistema, scomponendo le forze sugli assi coordinati.

LEGGE DI COULOMB

Descrive la forza elettrostatica fra due cariche puntiformi stazionarie. La forza è attrattiva se le cariche hanno segno opposto, repulsiva se hanno segno uguale.

Il modulo della forza elettrostatica fra due cariche separate da una distanza r è:

$$F = k_e \frac{|q_1| |q_2|}{r^2}$$

Dove $k_e = 9 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2\text{C}^2$ viene detta COSTANTE DI COULOMB (nel vuoto)

L'unità di carica è detta COULOMB ed è definita in termini dell'unità fondamentale della corrente (l'ampère)

La quantità di carica trasportata dalla corrente di 1 ampère in un secondo attraverso la sezione del conduttore.

Applicazioni delle Leggi di Newton

1. Applicazione della legge di Hooke: il moto armonico
2. Oscillazioni ed onde
3. La statica: studio delle forze nel caso di risultante nulla.
4. Forze di attrito statico e dinamico.

Il moto oscillatorio

La legge di Hooke ci fornisce l'andamento della forza di un corpo soggetto ad una forza elastica. L'equazione del moto si può ora ricavare dalla seconda legge di Newton:

$$F = m a = - k (x - x_0).$$

Se per semplicità poniamo $x_0 = 0$ allora si ottiene una relazione che collega accelerazione a posizione:

$$a = -k/m x \text{ ovvero } d^2x/dt^2 = -k/m x$$

La soluzione di questa equazione è una funzione trigonometrica che rappresenta una oscillazione:

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$$

Dove $\omega^2 = k/m \rightarrow \omega = \sqrt{k/m}$

Le proprietà delle oscillazioni

Data l'equazione del moto si possono determinare alcune proprietà del moto oscillatorio: la pulsazione ω ed il periodo T .

Il periodo T è pari al tempo minimo che impiega l'oscillazione a tornare alla stessa posizione.

T si ricava dalla pulsazione ω tramite la relazione:

$$T = 2\pi / \omega$$

E dunque: $T = 2\pi \sqrt{m/k}$

Le grandezze A e φ che compaiono nella soluzione sono dette rispettivamente ampiezza e fase e dipendono dalle condizioni

Le proprietà del moto armonico (detto anche oscillatorio)

Data l'equazione oraria possiamo esprimere velocità ed accelerazione in un moto armonico:

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$$

$$v(t) = - \omega A \sin(\omega t + \varphi)$$

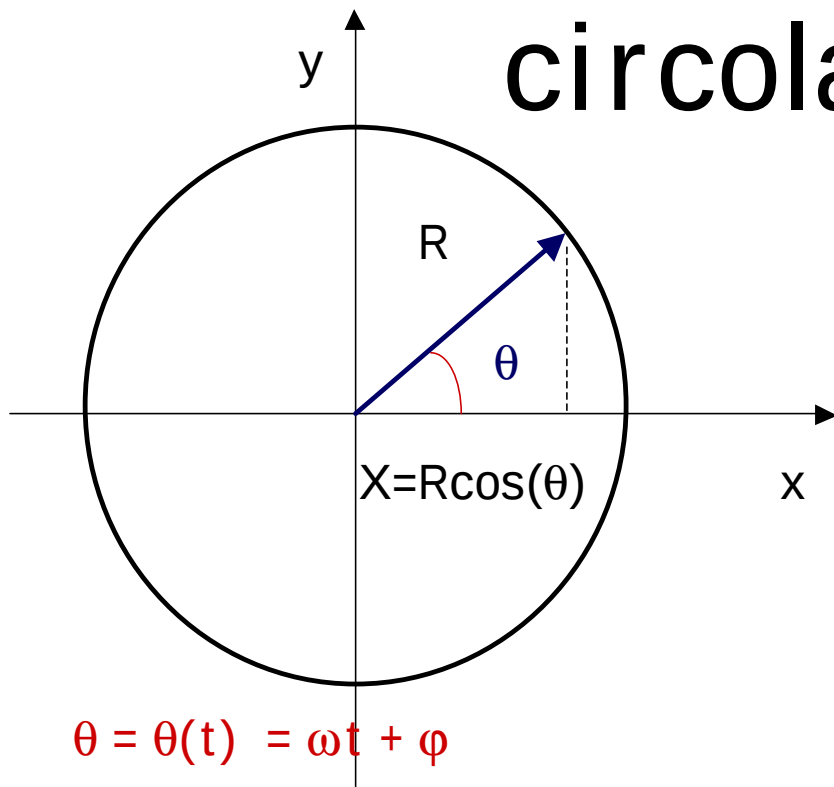
$$a(t) = - \omega^2 A \cos(\omega t + \varphi)$$

Dunque (come ci aspettiamo) vale la relazione:

$$a(t) = - \omega^2 x(t)$$

Ovvero l'accelerazione è sempre di segno opposto rispetto alla posizione, o più in generale allo spostamento.

Il moto armonico ed il moto circolare uniforme



Consideriamo un punto che si muove di moto circolare uniforme su una circonferenza di raggio R .

Se θ e' l'angolo formato con l'asse cartesiano x allora la coordinata x del punto materiale e' $x = R \cos(\theta)$

Se il punto percorre archi uguali in tempi uguali allora l'angolo formato con l'asse x in un certo istante e' pari a:

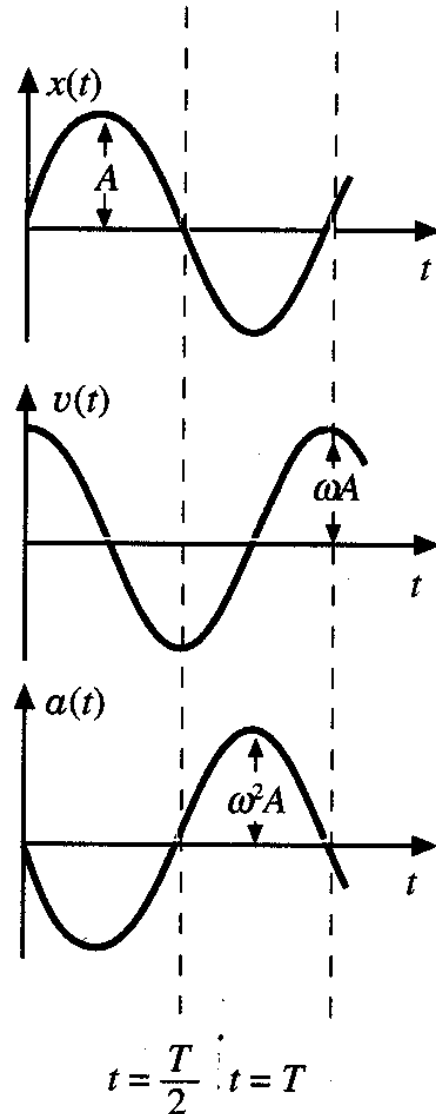
$$\theta = \omega t + \phi$$

Dove ω e' la **velocita' angolare** o **pulsazione** ed e' **ipotizzata costante**; ϕ e' l'angolo formato dal raggio vettore con l'asse x all'istante iniziale $t=0$ ed e' detto **fase**.

Vediamo che se poniamo $A=R$ otteniamo per la coordinata $x(t)$ del punto in moto circolare uniforme proprio il moto armonico:

$$x(t) = R \cos(\theta) = A \cos(\omega t + \phi)$$

Le onde



In figura sono mostrati gli andamenti della posizione, della velocità e dall'accelerazione nel moto armonico, in funzione del tempo.

Si osserva che nell'istante in cui lo spostamento dalla posizione di equilibrio è massimo, la velocità è nulla e l'accelerazione è massima in modulo ma di segno opposto ad x .

Quando invece la velocità è massima in modulo sia spostamento che accelerazione sono nulle.

Lo studio delle onde è importante perché si può dimostrare che qualunque fenomeno periodico si può scomporre in una somma di moti armonici. (Analisi di Fourier)

La scomposizione delle Forze

Sia per lo studio della statica che della dinamica di un punto materiale e' importante saper determinare quali sono **le direzioni** piu' **opportune** per scomporre le forze che intervengono (e di conseguenza l'accelerazione).

Spesso le direzioni in cui l'analisi del moto e' piu' semplice sono quelle parallela ed ortogonale alla traiettoria.

In tal caso non e' detto che le direzioni dei versori coincidano con quelli degli assi del sistema di riferimento cartesiano.

IL moto circolare e la seconda legge di Newton

Nel caso del moto circolare e' evidente l'utilita' di scomporre le forze secondo le direzioni tangente e radiale.

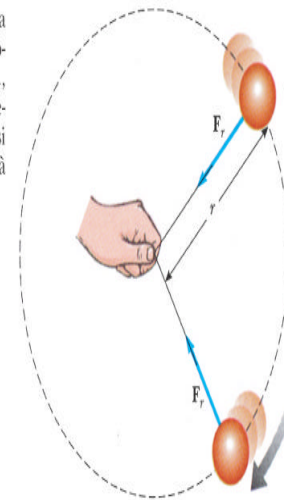
$$\vec{a}_r = -\frac{v^2}{r}\hat{r}$$

Se il moto e' circolare uniforme allora:

$$\vec{F}_r = m\vec{a}_r = -m\frac{v^2}{r}\hat{r}$$

Tale accelerazione e' detta centripeta ed e' fornita da una forza:

Figura 5.5 Visione dall'alto di una palla che si muove lungo una traiettoria circolare orizzontale. Una forza F_r , diretta verso il centro della circonferenza consente alla palla di muoversi sulla circonferenza con una velocità costante in modulo.



IL moto circolare e la seconda legge di Newton

Se il moto **non** è circolare uniforme allora oltre alla forza centripeta si ha l'azione della forza tangenziale.

L

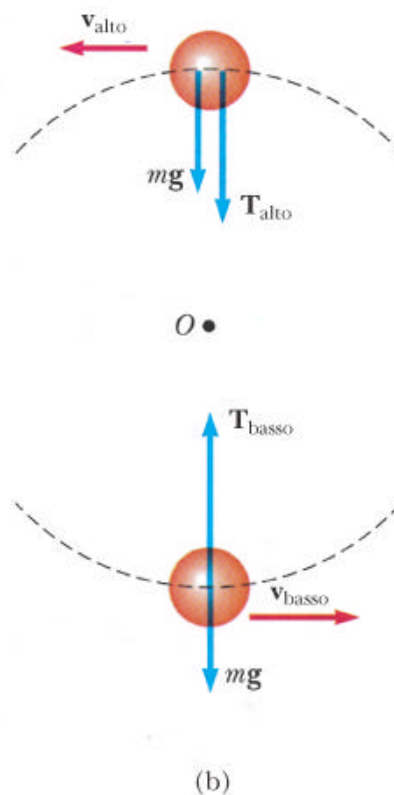
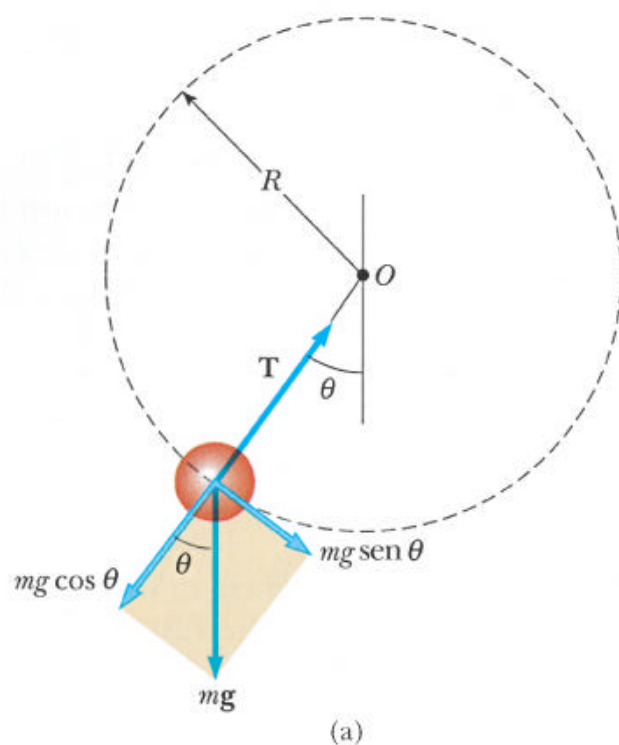


Figura 5.11 (Esempio 5.7)
(a) Le forze agenti su una massa m legata all'estremità di un filo di lunghezza R che ruota su una circonferenza verticale di centro O . (b) Le forze che agiscono su m quando si trova nel punto più alto e nel punto più basso della traiettoria circolare. Si noti che la tensione è massima nel punto più basso e minima nel punto più alto.

Le leggi di Keplero

Lo studio del moto dei pianeti, tramite accurate misure, permise a **Keplero** tra il 1600 ed il 1620 di formulare le sue **tre leggi**:

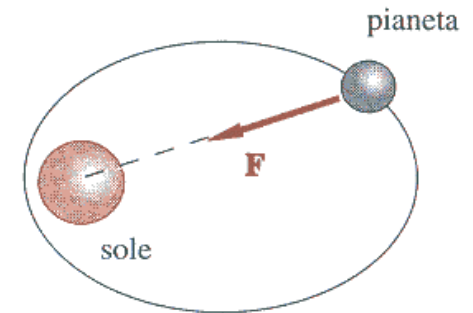
I legge: I pianeti percorrono orbite ellittiche intorno al sole che occupa uno dei fuochi dell'ellisse.

II Legge: La velocità areale, con cui il raggio vettore che unisce il sole ad un pianeta descrive l'orbita, e' costante.

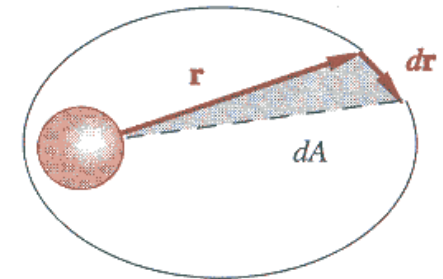
III Legge: Il quadrato del periodo di rivoluzione di ogni pianeta e' proporzionale al cubo del semiasse maggiore dell' ellisse:

$$T^2 = k r^3$$

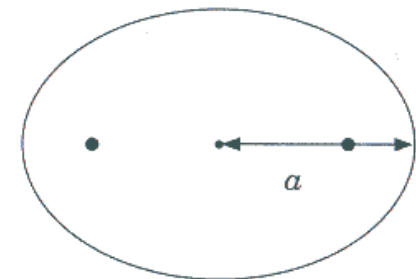
A partire da tali leggi Newton fu in grado di determinare la forza che esprime l'interazione gravitazionale generata dalla presenza di due corpi dotati di massa.



orbita ellittica



$$dA/dt = \text{costante}$$



$$T^2 = k a^3$$

La Forza Gravitazionale

Seguiamo il ragionamento di Newton.

Se in particolare l' orbita è circolare, allora il fatto che la velocità areale è costante (il raggio vettore spazza aree uguali in tempi uguali) implica che il moto sia circolare uniforme.

$$dA/dt = (1/2)r^2 d\theta/dt = \text{costante} = (1/2)r^2 \omega$$

Allora l' unica accelerazione presente e' una accelerazione centripeta:

$$a_c = \omega^2 r$$

e dunque l'unica forza agente e' una forza centripeta:

$$F_c = m \omega^2 r$$

Dove $\omega = 2\pi/T$ implica $F_c = m (2\pi/T)^2 r$

Utilizzando la terza legge di Keplero $T^2 = kr^3$ si ottiene

$$F_c = m (2\pi)^2 r / k r^3 = (4 \pi^2 / k) m / r^2$$

Ovvero: La forza esercitata dal sole sui pianeti e' inversamente proporzionale al quadrato della distanza.

La Forza Gravitazionale

Se ora consideriamo il sistema terra-sole allora possiamo dire che la forza che il sole esercita sulla terra è:

$$F_{st} = (4 \pi^2 / kt) m_t / r^2$$

mentre la forza che la terra esercita sul sole sarà della forma:

$$F_{ts} = (4 \pi^2 / ks) m_s / r^2$$

Applichiamo il principio di **azione e reazione**: le forze devono essere uguali in modulo:

$$(4 \pi^2 / kt) m_t / r^2 = (4 \pi^2 / ks) m_s / r^2$$

E dunque: $m_t / kt = m_s / ks$ oppure $m_t ks = m_s kt = \text{costante}$

Se introduciamo la costante:

$$G = 4 \pi^2 / (kt m_s) = 4 \pi^2 / (ks m_t)$$

Otteniamo il modulo della forza terra-sole:

$$F = G m_s m_t / r^2$$

La Forza Gravitazionale

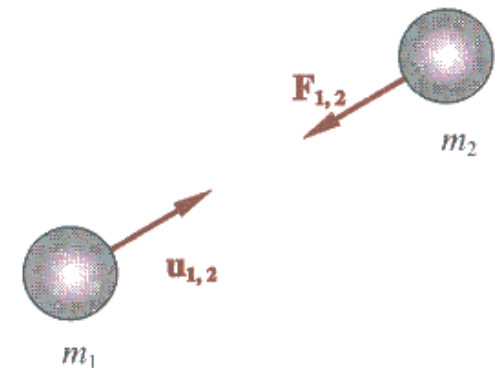
Newton ipotizzò l'esistenza di una formula universale ed enunciò la seguente legge di **Gravitazione Universale**:

Tra due masse qualsiasi di dimensioni trascurabili rispetto alla loro distanza, agisce una forza attrattiva diretta lungo la retta congiungente le due masse, il cui modulo dipende dal prodotto delle due masse ed inversamente al quadrato della loro distanza.

$$\mathbf{F}_{12} = - G m_1 m_2 / r^2 \hat{\mathbf{r}}_{1,2}$$

La costante di proporzionalità G è detta **costante di gravitazione universale**:

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg s}^2$$



Il moto dei satelliti

Consideriamo un satellite che sia in orbita circolare intorno alla terra.

Il suo periodo di rotazione attorno alla terra si può calcolare in base alla sua distanza dalla terra:

$$F = G m_t m_s / R^2 = m_s \omega^2 R$$

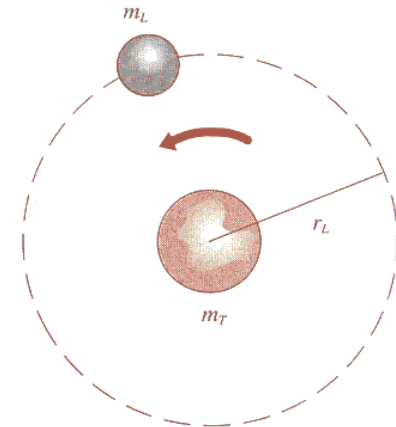
Allora

$$\omega^2 = (2\pi/T)^2 = G m_t / R^3$$
$$T = 2\pi \sqrt{R^3 / (G m_t)}$$

Sostituendo i valori numerici:

$$T = 3.14 \cdot 10^{-7} \sqrt{R^3} \text{ s}$$

Alla distanza $R = 42300 \text{ km}$ il periodo è pari a $T = 24 \text{ h}$ ovvero il satellite è **geostazionario**.



La legge di Coulomb

Analogamente alla forza agente tra due masse la forza agente tra due cariche è **inversamente proporzionale al quadrato della distanza** e **direttamente proporzionale a ciascuna delle cariche**. La forza è repulsiva se le due cariche hanno lo stesso segno ed attrattiva se le due cariche sono di segno opposto.

$$\mathbf{F}_c = \gamma qQ/r^2 \quad \widehat{r_{12}}$$

Osserviamo che contrariamente al caso della forza gravitazionale, si può scegliere una unità di misura per la carica elettrica tale che $\gamma = 1$.

$$[q]^2 = [M][L][T]^{-2} [L]^2 \quad \text{dunque} \quad [q] = [M]^{1/2}[L]^{3/2}[T]^{-1}$$

In unità elettrostatiche l'unità di misura della carica è 1 u.e.s. tale che due cariche unitarie si attraggono dalla distanza di 1 cm con la forza di 1 dine.

Nel sistema Internazionale la carica è considerata una grandezza fondamentale e dunque γ è diverso da 1 ed ha dimensioni fisiche.

$$\gamma = 1/4\pi\epsilon = 8.99 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$$

Il Concetto di Campo

Sia per la forza Gravitazionale che per quella di Coulomb valgono alcune importanti proprietà:

1) Le forze sono godono del **principio di sovrapposizione**, ovvero la forza esercitata su un corpo da più corpi è pari alla **somma delle forze esercitate sul corpo come ciascuno degli altri corpi fosse l'unico presente**.

2) Le forze agiscono a distanza

3) In assenza di altri corpi si può pensare che il singolo corpo generi una **deformazione** dello spazio, detta **campo** che permette di associare ad ogni punto dello spazio **una grandezza vettoriale** pari alla forza che agirebbe su un secondo corpo dotato di massa o carica unitaria.

Allora la forza esercitata dal corpo considerato su un altro corpo è dato dal prodotto del campo (gravitazionale o elettrostatico) rispettivamente per la massa o la carica del secondo corpo.

FORZE NON FONDAMENTALI

ATTRITO

Due corpi a contatto esercitano una forza uno sull'altro *forze di contatto* :

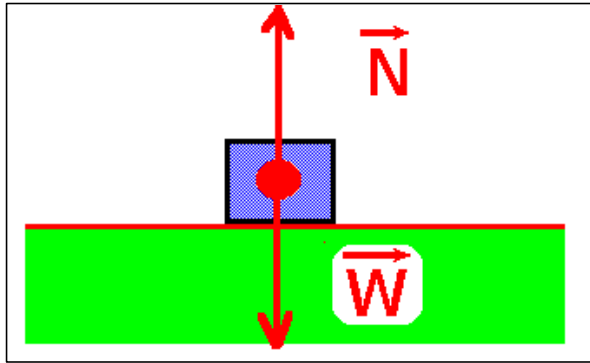
Esempio: attrito radente - volvente

ATTRITO RADENTE

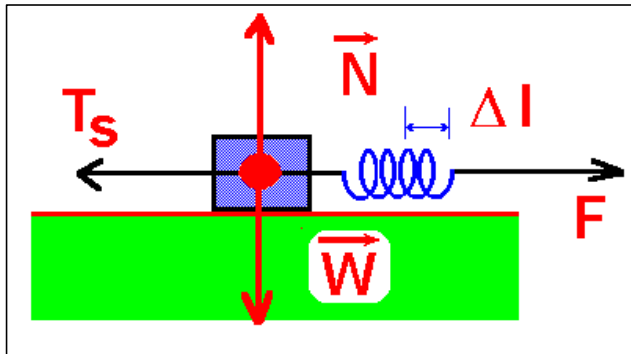
1) - Attrito statico

2) - Attrito cinetico

Attrito Statico



corpo appoggiato ad un piano



T_s = forza di attrito parallela al piano, che si oppone al moto

La forza di attrito statico cresce al crescere della forza applicata fino ad un valore massimo oltre al quale il corpo incomincia a muoversi (verso di T_s , opposto a F)

Caratteristiche Della Forza Di Attrito Statico

1. è indipendente dall'area di contatto
2. è proporzionale alla forza normale
3. è parallela al piano

si può scrivere: $T_s \leq \mu_s N$

il segno uguale vale solo quando T_s
raggiunge il suo valore massimo

(ad esempio il coefficiente di attrito statico μ_s degli sci sulla neve varia tra $0.04 \div 0.1$ (neve bagnata)

Attrito Cinetico

superato il valore T_s il corpo incomincia a muoversi

anche nel caso di moto è presente la forza di attrito

T_k = forza di attrito cinetico

$$T_k < T_M$$

$\mu_k < \mu_s$ (μ_k = coefficiente di attrito cinetico)

Riducendo la forza applicata (dopo l'inizio del moto) si può ottenere un moto rettilineo uniforme ($T_k = F$)

Caratteristiche della forza di attrito cinetico

$$T_k = \mu_k N$$

1. è indipendente dall'area di contatto
2. è proporzionale alla forza normale
3. è parallela al piano
4. è quasi indipendente dalla velocità

in genere μ_k diminuisce quando aumenta v :

$m \Rightarrow$ acciaio	$\Rightarrow$	$v = 2.5 \cdot 10^{-3} \text{ m s}^{-1} \Rightarrow \mu_k = 0.31$
su acciaio		$v = 2.5 \text{ m s}^{-1} \Rightarrow \mu_k = 0.18$

MECCANISMO DELL'ATTRITO RADENTE

Da un punto di vista microscopico non esiste una superficie piana:

- *Le aree di contatto sono ridotte*
- *L'area complessiva di contatto è proporzionale alla forza normale: deformazione plastica*
- *L'area effettiva di contatto rimane uguale anche riducendo l'area totale (aumenta la forza normale per unità di area)*

ATTRITO VOLVENTE

Esempio: rotolamento di una ruota

Nota:

- ✓ è minore di quello radente
- ✓ dipende dall'inverso del raggio

LAVORO:

Forza costante

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s} = F \cdot s \cdot \cos \theta$$

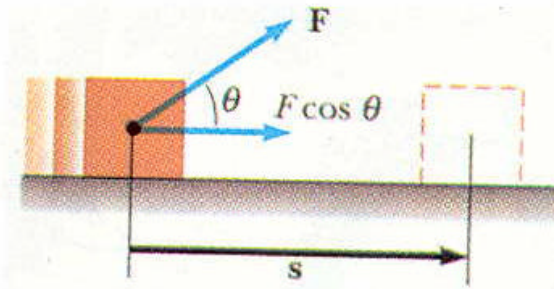


Figura 7.1 Se un oggetto compie uno spostamento **s**, il lavoro eseguito dalla forza **F** è $(F \cos \theta)s$.

Forza non costante

(es. forza che varia in intensità in funzione della posizione x)

Si divide la distanza percorsa $x_2 - x_1$ in piccoli intervalli uguali Δx per cui $F \sim \text{cost}$ in Δx .

Il lavoro in Δx sarà: $W = F \Delta x$

Il lavoro totale sarà dato da:

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F dx$$

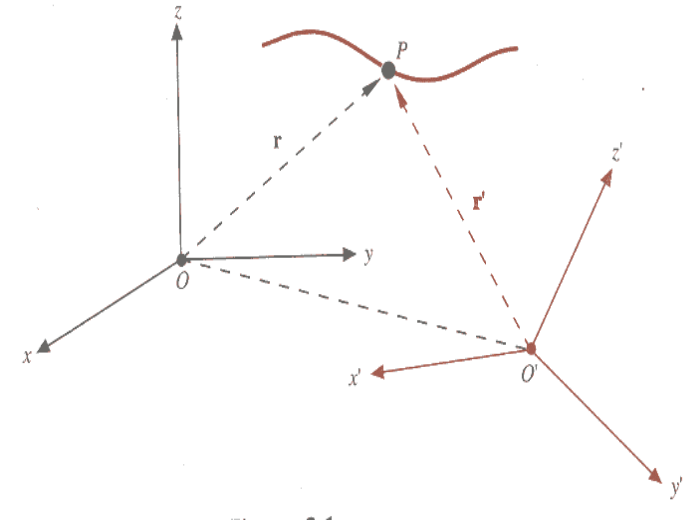
I moti relativi

1. Moti relativi e Sistemi di riferimento non inerziali
2. Composizione delle velocità
3. Composizione delle accelerazioni
4. Forze apparenti: la forza di trascinamento, la forza centrifuga e la forza di Coriolis

Moti relativi

Le leggi fisiche non dipendono dalla scelta del sistema di riferimento scelto per descrivere il moto.

Lo spazio e' omogeneo ed isotropo ovvero non esistono un punto o una direzione privilegiata dello spazio.



Se un moto e' descritto in un sistema di riferimento, allora lo stesso moto visto da un secondo sistema di riferimento si ottiene dalla somma del vettore posizione nel primo riferimento piu' il vettore posizione che esprime lo spostamento tra i due sistemi di riferimento.

$$\mathbf{r} = \mathbf{OO'} + \mathbf{r'}$$

Con

$$\mathbf{r} = x \mathbf{i} + y \mathbf{j} + z \mathbf{k} \quad \mathbf{r'} = x' \mathbf{i'} + y' \mathbf{j'} + z' \mathbf{k'} \quad \mathbf{OO'} = x_0 \mathbf{i} + y_0 \mathbf{j} + z_0 \mathbf{k}$$

Composizione delle velocità

Supponiamo di trovarci nel sistema di riferimento Oxyz. I versori degli assi per noi sono fissi. La velocità espressa nel nostro sistema di riferimento è data da:

$$\mathbf{v} = dx/dt \mathbf{i} + dy/dt \mathbf{j} + dz/dt \mathbf{k} = d\mathbf{r}/dt$$

Ma derivando l'espressione di $\mathbf{r}$ vista come la somma del moto del secondo sistema di riferimento (di O' rispetto ad O) e del moto visto dal secondo riferimento in moto $\mathbf{r}'$ otteniamo:

$$\begin{aligned} \mathbf{v} = & dx_0/dt \mathbf{i} + dy_0/dt \mathbf{j} + dz_0/dt \mathbf{k} + \\ & + dx'/dt \mathbf{i}' + dy'/dt \mathbf{j}' + dz'/dt \mathbf{k}' + \\ & x' d\mathbf{i}'/dt + y' d\mathbf{j}'/dt + z' d\mathbf{k}'/dt \end{aligned}$$

Dove

$$d\mathbf{i}'/dt = \boldsymbol{\omega} \wedge \mathbf{i}' \quad d\mathbf{j}'/dt = \boldsymbol{\omega} \wedge \mathbf{j}' \quad d\mathbf{k}'/dt = \boldsymbol{\omega} \wedge \mathbf{k}'$$

Composizione delle velocità

Si ottiene così che:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}' + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}'$$

Ovvero la velocità nel sistema fisso $\mathbf{v}$ è pari alla somma della velocità misurata nel riferimento in moto $\mathbf{v}'$ più due termini:

$$\mathbf{v}_t = \mathbf{v} - \mathbf{v}' = \mathbf{v}_0 + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}'$$

$\mathbf{v}_0$ è la velocità dell'origine del riferimento in moto ed esprime la **traslazione** tra i due riferimenti

$\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}'$ è la velocità dovuta alla **rotazione** del riferimento in moto rispetto a quello fisso

la loro somma $\mathbf{v}_t$ è detta **velocità di trascinamento**

Composizione delle accelerazioni

Analogamente si puo' derivare ciascuno dei termini che esprime la velocita' nel sistema fisso rispetto a quella nel sistema in moto. Si ottiene per le accelerazioni :

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_0 + \mathbf{a}' + \omega \wedge (\omega \wedge \mathbf{r}') + d\omega/dt \wedge \mathbf{r}' + 2\omega \wedge \mathbf{v}'$$

$\mathbf{a}$ e' l'accelerazione nel riferimento fisso

$\mathbf{a}'$ e' l'accelerazione nel riferimento in moto

$\mathbf{a}_0$ e' l'accelerazione dell'origine del riferimento in moto ed esprime la **traslazione** del riferimento in moto

$\omega \wedge (\omega \wedge \mathbf{r}')$ ha come modulo $\omega^2 r'$ ed e' **l'accelerazione centripeta** del riferimento in moto.

$d\omega/dt \wedge \mathbf{r}'$ e' l'accelerazione dovuta alla variazione di velocita' angolare

$2\omega \wedge \mathbf{v}'$ e' detta **accelerazione di Coriolis** e dipende dalla velocita' nel riferimento in moto.

Composizione delle accelerazioni

Se il riferimento in moto si muove di moto rettilineo uniforme:

$\mathbf{w} = \mathbf{0}$ e $\mathbf{a}_0 = \mathbf{0}$ ed allora

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}'$$

Se il riferimento in moto e' uniformemente accelerato :

$$\mathbf{w} = \mathbf{0} \quad \mathbf{a}_0 \neq \mathbf{0}$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_0 + \mathbf{a}'$$

Se il riferimento in moto e' in rotazione a velocita' angolare costante : $\mathbf{w} \neq \mathbf{0} \quad \mathbf{a}_0 = \mathbf{0}$ ma $d\mathbf{w}/dt = \mathbf{0}$

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}' + \mathbf{w} \wedge (\mathbf{w} \wedge \mathbf{r}') + 2 \mathbf{w} \wedge \mathbf{v}'$$

dove l'accelerazione di Coriolis appare solo se il punto materiale e' in moto nel riferimento rotante.

Osserviamo che solo nel primo caso l'accelerazione e' la stessa. Poiche' le forze applicate ad un corpo non dipendono dal riferimento scelto per descrivere il moto allora non puo' valere la seconda legge di newton nel riferimento accelerato ed in quello fisso.

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} \neq m\mathbf{a}'$$

Sistemi non inerziali

Un riferimento che si muove di moto accelerato rispetto ad un riferimento inerziale e' detto **non inerziale**.

Applicando la seconda legge di Newton nel riferimento inerziale ed utilizzando il teorema per la composizione delle accelerazioni si ottiene:

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} = m\mathbf{a}' + m\mathbf{a}_0 + m\mathbf{w}' (\mathbf{w}' \cdot \mathbf{r}') + m d\mathbf{w}'/dt' \cdot \mathbf{r}' + m2\mathbf{w}' \times \mathbf{v}'$$

Che si puo' riscrivere:

$$\mathbf{F} - m\mathbf{a}_0 - m\mathbf{w}' (\mathbf{w}' \cdot \mathbf{r}') - m d\mathbf{w}'/dt' \cdot \mathbf{r}' - m2\mathbf{w}' \times \mathbf{v}' = m\mathbf{a}'$$

Possiamo allora introdurre le definizioni:

$$\mathbf{F}_t = - m\mathbf{a}_0$$

$$\mathbf{F}_c = -m\mathbf{w}' (\mathbf{w}' \cdot \mathbf{r}') \text{ di modulo } m w'^2 r' \text{ detta forza centrifuga}$$

$$\mathbf{F}_{cor} = - m2\mathbf{w}' \times \mathbf{v}' \text{ detta forza di Coriolis}$$

$$\mathbf{F}_{ar} = - m d\mathbf{w}'/dt' \cdot \mathbf{r}'$$

La loro somma e' detta **forza di trascinamento**.

Forze apparenti

In un riferimento in moto si puo' scrivere allora che:

$$\mathbf{F} + \mathbf{F}_t + \mathbf{F}_c + \mathbf{F}_{cor} + \mathbf{F}_{ar} = m\mathbf{a}'$$

Per poter applicare la seconda legge di Newton utilizzando l'accelerazione misurata nel riferimento non inerziale $\mathbf{a}'$, bisogna introdurre delle forze che hanno origine dall'accelerazione del riferimento in moto e che devono essere sommate alle forze effettivamente agenti.

Tali forze sono dette **forze di trascinamento o forze apparenti**.

Esse determinano una accelerazione nel riferimento accelerato anche in assenza di forze realmente applicate al corpo.

Il lavoro W è nullo se:

- La forza è nulla: $F = 0$
- La particella non si muove: $s = 0$
- La forza è perpendicolare allo spostamento:
 $q = p/2 \rightarrow \cos q = 0$

<u>Sistema</u>	<u>Unità di misura</u>	<u>Nome dell'unità di misura derivata</u>
SI	Newton * metro (N * m)	Joule (J)
cgs	Dina * centimetro (dyn * cm)	erg

POTENZA

Si considera il tempo in cui il lavoro viene fatto.

Potenza media: lavoro W diviso l'intervallo di tempo Δt in cui tale lavoro viene fatto

$$\bar{P} = \frac{W}{\Delta t}$$

Potenza istantanea:

$$P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{s}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

Nel S. I. l'unità di misura della potenza è il watt (W):

$$W = J / s$$

Un kilowattora (kWh) è, invece, l'unità di **energia** in termini di potenza:

Energia convertita o consumata in un h con una rapidità costante di 1 kW = 1000 J / s

$$1\text{kWh} = (10^3 \text{ W})(3600 \text{ s}) = (10^3 \text{ J/s})(3.6 \cdot 10^3 \text{ s}) = 3.6 \times 10^6 \text{ J}$$

ENERGIA CINETICA

L'energia cinetica è una misura del lavoro che un oggetto può compiere in virtù del suo movimento

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

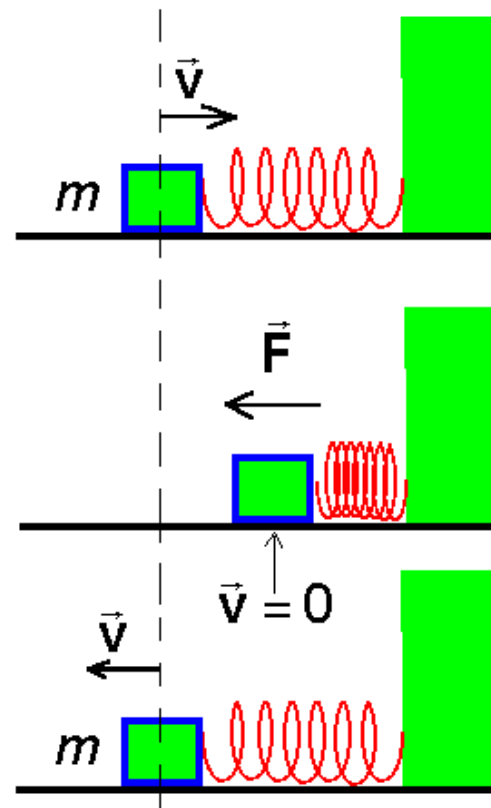
TEOREMA DELL'ENERGIA CINETICA

Il lavoro compiuto dalla risultante delle forze applicate ad un oggetto è uguale alla variazione di energia cinetica dell'oggetto

$$W_{tot} = K_f - K_i = \Delta K$$

Una forza è conservativa se l'energia cinetica di un oggetto su cui essa agisce torna ad assumere il suo valore iniziale dopo un qualsiasi percorso chiuso.

Esempio: Molla



$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

(Moto senza attrito)

$$F(x) = -k x$$

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

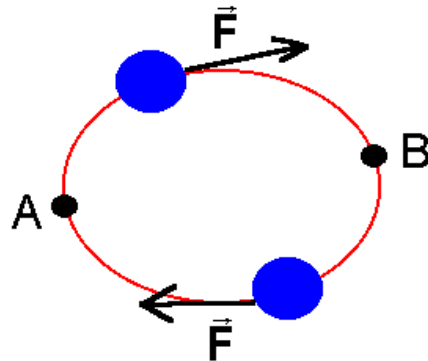
(Analogamente il moto su di un piano inclinato.)

ENERGIA POTENZIALE

CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA

Forza conservativa:

il lavoro che tale forza compie, quando l'oggetto a cui è applicata si muove su un percorso chiuso, è zero.



$$\boxed{L_{ABA} = 0} \Rightarrow L_{AB} + L_{BA} = 0$$
$$\Downarrow$$
$$L_{AB} = -L_{BA}$$

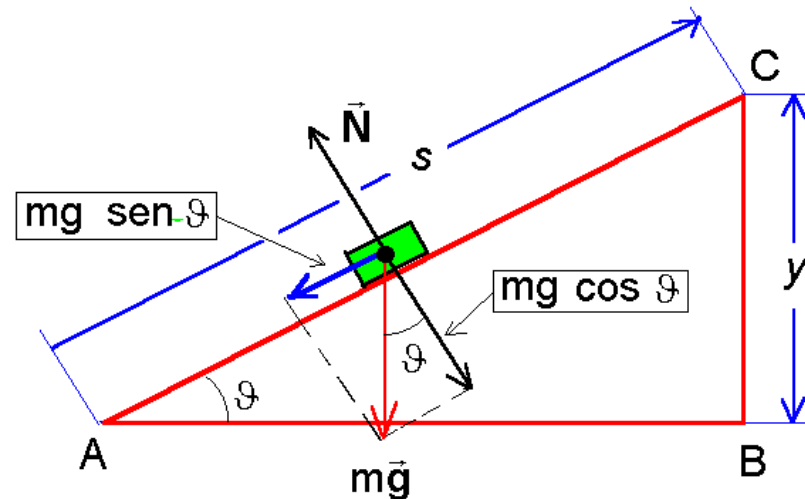
Il lavoro tra A e B non dipende dal percorso dell'oggetto.

Il lavoro fatto da una forza conservativa dipende solo dalla posizione iniziale e finale dell'oggetto.

Esempio: (moto ad una dimensione) se la forza dipende solo dalla posizione (x), è conservativa.

Esempio: Piano inclinato (calcolo del lavoro lungo un percorso chiuso)

Forza peso



$$(N \perp s \Rightarrow L = 0)$$

$$\underline{L_{AC} = -m g \sin \vartheta \cdot s = -m g y}$$

$$L_{ABC} = L_{AB} + L_{BC}$$

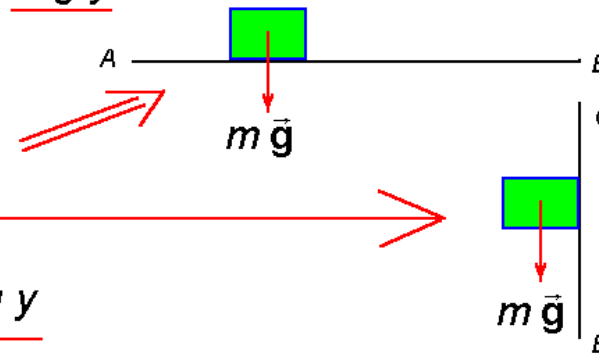
$$L_{AB} = 0 \text{ (Forza } \perp s)$$

$$L_{BC} = -m g y$$

$$\underline{L_{ABC} = 0 - m g y = -m g y}$$

$$L_{AC} = L_{ABC} \Rightarrow L_{ACBA} = L_{AC} + L_{CBA} = -m g y + m g y = 0$$

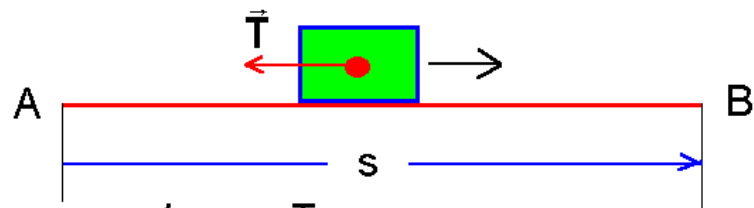
$m \vec{g}$ Conservativa



Forza non conservativa (es. attrito)

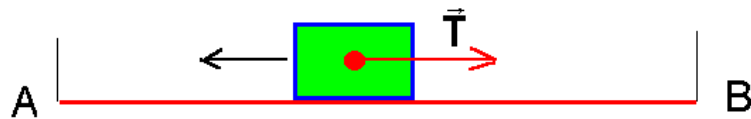
- ◆ $L_{ABA} \neq 0$
- ◆ dipende dal percorso
- ◆ non ripassa con la stessa K

Forza di attrito



$$L_{AB} = -T s$$

$$(m \vec{g} \perp \vec{s} \Rightarrow L = 0)$$

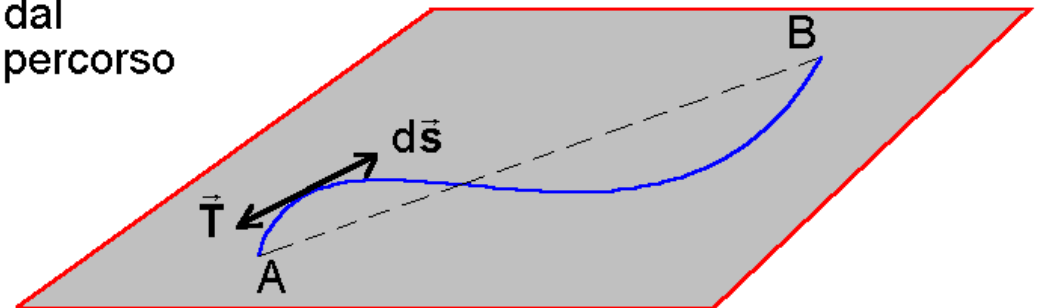


$$L_{BA} = -T s$$

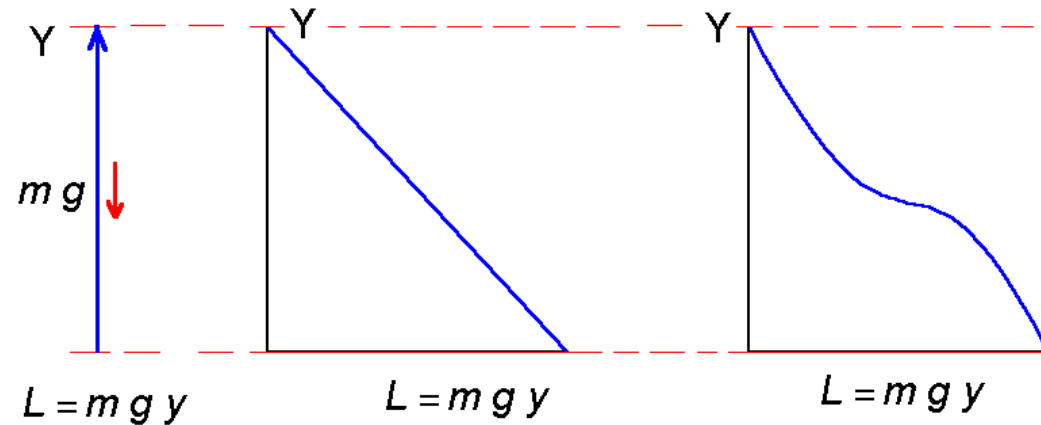
$$L_{ABA} = L_{AB} + L_{BA} = -2T s \neq 0$$

Forza di attrito $\Rightarrow$ NON conservativa

dipende
dal
percorso



Energia Potenziale



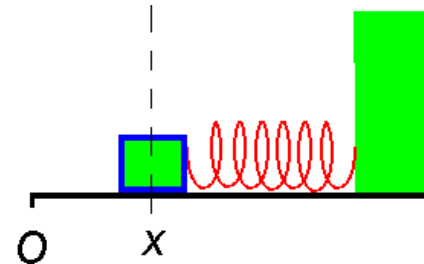
Il lavoro compiuto dalla forza di gravità quando un oggetto passa dall'altezza y a quella di riferimento $y=0$ dipende solo dalla altezza iniziale e finale.

È perciò utile definire l'energia potenziale (di posizione)

$$U = m g y$$

Analogamente, per la forza conservativa della molla elastica che agisce sulla massa m , si può definire una energia potenziale (di posizione)

$$U = \frac{1}{2} k x^2$$



definizione
di

$$L = \int_{x_0}^x F(x) dx = -[U(x) - U(x_0)]$$

U(x) = Energia potenziale (di posizione)

$L = -[U - U_0] = -\Delta U \Rightarrow$ Il lavoro fatto dalla forza conservativa **F** è uguale alla variazione della sua **Energia Potenziale** fra la posizione iniziale $[x_0 \Rightarrow U_0 = U(x_0)]$ e quella finale $[x \Rightarrow U = U(x)]$

L`Energia potenziale:

- a) dipende solo dalla posizione (è definita a meno di una costante additiva arbitraria)
- b) costituisce una forma di energia immagazzinata dal sistema che può totalmente essere recuperata e trasformata in energia cinetica.
- c) c'è solo in caso di forze conservative, in quanto l'energia cinetica deve riprendere il valore iniziale quando il sistema ha ripreso la configurazione iniziale. Per qualsiasi forza conservativa si può definire una Energia Potenziale (gravitazionale, elettrica, elastica, ...)
- d) ha senso parlare di variazione di U (cioè ΔU)
Scelto un riferimento in cui si assegna un determinato valore di U_0 , allora si può dare significato ad U in ogni posizione.
- e) In generale è conveniente attribuire il valore di $U_0=0$ nel riferimento scelto dove:

$$\boxed{\vec{F} = 0}$$

PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA **MECCANICA**

Se F conservativa è la risultante delle forze allora vale il Teorema dell'Energia Cinetica

$$U_0 - U = K - K_0$$

Quando la risultante delle forze è conservativa, la somma dell'Energia Cinetica e dell'Energia Potenziale (E) è costante durante il moto.

$$K_0 + U_0 = K + U = E = \text{cost}$$

$$K + U = \frac{1}{2}mv^2 + U(x,y,z) = E = \text{cost}$$

dove U in generale è funzione del punto P.

Forze conservative $\Rightarrow$ E costante durante il moto.

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + U_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + U_2 = \dots$$

non compare l'accelerazione ma solo velocità e posizione.

È utile nella trattazione e soluzione di molti problemi perché è indipendente dal moto, ma dipende solo da posizione iniziale e finale (non è necessario utilizzare la legge di Newton).

CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA TOTALE

*L'energia può trasformarsi nelle varie forme, ma non può essere né creata né distrutta:
l'energia totale è costante.*

Forme di energia

meccanica
termica
elettromagnetica
ecc.

Tipi di forze

conservative
forze di attrito
forze non conservative
(non di attrito)

Si può scrivere:

$$\Delta K + \Delta U + \Delta U_{\text{int}} + \Delta(\text{altre forme di energia}) = 0$$