

Campo magnetico **B** e correnti

- Dalle lezioni precedenti appare evidente che:

corrente elettrica $\longleftrightarrow \mathbf{B} \longleftrightarrow$ corrente elettrica

- Pertanto è importante saper calcolare il campo magnetico a partire da una distribuzione di correnti elettriche.

Legge di Biot e Savart

- Si può dimostrare che un filo infinitamente lungo percorso da una corrente i produce ad una distanza da esso un campo **B** il cui modulo è $B = \mu_0 i / 2\pi r$, mentre le linee del campo magnetico sono costituite da circonferenze concentriche con centro sul filo. Il verso delle linee del campo è definito dalla seguente regola:

Regola della mano destra

“Afferrando il filo percorso dalla corrente con la mano destra in modo tale che il pollice segua il verso della corrente, le linee del campo **B** sono individuate dalle restanti dita della mano”

Campo interno e campo esterno

- Nella lezione precedente abbiamo visto che un campo magnetico esercita su un filo percorso da corrente una forza. Chiameremo questo campo campo esterno $\mathbf{B}_e$.
- Il campo magnetico prodotto dalla corrente i verrà chiamato campo interno $\mathbf{B}_i$.

Forza su un filo percorso da corrente

- Consideriamo due fili paralleli posti a distanza d tra loro e percorsi da due correnti i_a e i_b . Consideriamo il filo percorso dalla corrente i_a come generatore di un campo magnetico B_a a norma della legge di Biot e Savart.
- Questo campo produce sull'altro filo una forza $\mathbf{F}$ il cui modulo è dato da:

$$F = i_b L B_a \sin(p/2) = \mu_0 L i_b i_a / 2\pi d.$$

Verso della forza

- Per stabilire il verso della forza precedente ricordiamo che le proprietà vettoriali di $\mathbf{F}$ sono determinate da $\mathbf{L} \times \mathbf{B}_a$.
- Pertanto il filo b percorso dalla corrente i_b è attratto dall'altro filo.
- Invertendo il verso della corrente in uno dei fili, gli stessi si respingono.

Teorema di Ampère

- Il ruolo svolto dal teorema di Gauss nell'elettrostatica è svolto nella magnetostatica dal teorema di Ampère.
- Il teorema di Ampère permette di calcolare il campo magnetico note le correnti all'interno di una opportuna regione.

Enunciato del teorema di Ampere

“Il prodotto scalare del campo **B** e dell'elemento di lunghezza **ds** calcolato lungo una linea chiusa è uguale a μ_0 per la somma algebrica delle correnti circolanti nella linea chiusa”

Definizione di linea chiusa

1. La linea chiusa dell'enunciato corrisponde ad una curva immaginaria lungo la quale va calcolato il prodotto scalare;
2. La curva deve essere orientata altrimenti $d\mathbf{s}$ non è definibile;
3. Le correnti saranno positive se facendo coincidere il dorso della mano destra con il verso della curva, le correnti hanno il verso del pollice.

Applicazione I

- Come per il teorema di Gauss, il teorema di Ampère è utile se B può essere portato fuori dall'integrale.
- Allora se abbiamo un filo percorso da una corrente i diretta verso l'alto e vogliamo calcolare il campo B in un punto distante r dal filo, scelta una circonferenza di raggio r con centro sul filo, e ad esso perpendicolare, orientata in modo antiorario, si avrà:

continua

$$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = B \oint_C ds = B 2\pi r = \mu_0 i$$

- Pertanto $B = \mu_0 i / 2\pi r$ che coincide con la legge di Biot e Savart.

Applicazione II

- Calcoliamo ora il campo generato da un filo a sezione circolare di raggio R percorso da una corrente i .
 1. All'esterno del filo ($x > R$) si può applicare il risultato precedente;
 2. All'interno del filo, determiniamo il campo ad una distanza $x < R$. A tale scopo scelta una circonferenza di raggio x e centro sul filo si ha: $B_{\phi} x = \mu_0 i_{INT}$.

fine applicazione II

- Qui i_{INT} denota la frazione della corrente i all'interno della circonferenza fittizia x .
- Per calcolare i_{INT} è sufficiente considerare che

$$i: i_{INT} = pR^2 : px^2$$

che implica $i_{INT} = i px^2 / pR^2$

- Conclusione

$$B = \mu_0 i_{INT} / 2px = \mu_0 i px^2 / (p^2 R^2 2x) = \mu_0 ix / 2pR^2$$

Applicazione III

- Un solenoide è costituito da un filo percorso da corrente arrotolato lungo un cilindro immaginario.
- Il solenoide ideale è tale che il campo al suo interno è costante ed è diretto lungo l'asse del cilindro, mentre è nullo al suo esterno.
- Applicando il teorema di Ampère ad un rettangolo di lati a (paralleli al campo B) e b (perpendicolari al campo B) si ha:

continua applicazione III

$$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} =$$

$$\oint_{C_1} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} + \oint_{C_2} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} + \oint_{C_3} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} + \oint_{C_4} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$$

- qui C_1 (interno) e C_3 (esterno) corrispondono ai lati a e C_2 e C_4 ai lati b. Poiché lungo C_2 e C_4 $\mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = 0$ e lungo C_3 $\mathbf{B}$ è nullo avremo:

$$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \oint_{C_1} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = B a = \mu_0 i_{\text{INT}}$$

fine applicazione III

- La corrente i_{INT} è data dalla corrente dovuta a N avvolgimenti contenuti in un tratto di lunghezza a . Se n è il numero di avvolgimenti per unità di lunghezza avremo:

$$i_{INT} = nia$$

da cui

$$B = \mu_0 i_{INT} / a = \mu_0 ni.$$