

Esercizio#1 [Bat-Pi, 14_6_10]

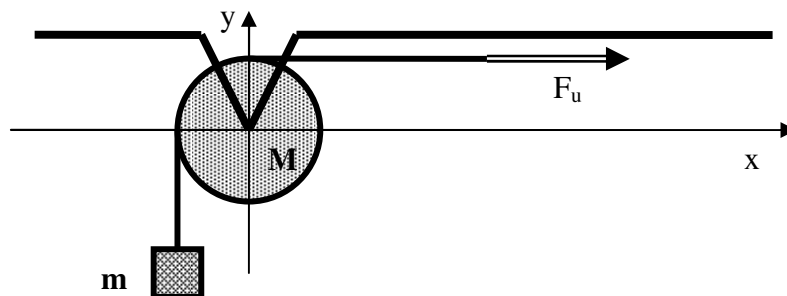
Esercizio 1 Un sacchetto di sabbia di massa $M = 1\text{kg}$ è appeso ad un gancio tramite una fune inestensibile di massa trascurabile e lunghezza $L = 2\text{m}$. Un proiettile di massa $m = 30\text{g}$ viene sparato e raggiunge il sacco al tempo $t = 0$, dove si conficca in un tempo molto breve, con una velocità di modulo $V_o = 100\text{m/s}$ inclinata verso il basso di $\vartheta = 30^\circ$ misurata rispetto ad un piano orizzontale. Il sacco, con inglobato il proiettile, comincia ad oscillare.

- 1.1 Si dica quali delle seguenti quantità si conservano durante l'urto: energia meccanica, energia cinetica, quantità di moto, momento angolare rispetto al gancio. Si calcoli la velocità del sacchetto subito dopo l'urto.
- 1.2 Si calcoli la variazione delle quantità, fra quelle elencate nella domanda precedente e che non si sono conservate, prodotta durante l'urto.
- 1.3 Si calcoli la massima altezza raggiunta dal sacchetto nelle sue successive oscillazioni.
- 1.4 Se l'urto ha una durata $\tau = 10\text{ms}$ e le forze fra proiettile e sacchetto sono costanti, si calcoli la tensione della fune durante l'urto. Spiegare sotto quali ulteriori ipotesi la tensione della fune si può considerare costante durante l'urto.

Esercizio#2 [Bat-Pi, 22_2_10]

Esercizio 1 Una carrucola, schematizzabile come un disco omogeneo di massa $M = 20\text{Kg}$, può ruotare senza attrito attorno ad un asse posto nell'origine di un sistema di coordinate. Attorno alla carrucola è avvolta una fune inestensibile di massa trascurabile: il primo dei suoi capi pende verticalmente e vi è fissato un blocco di massa $m = 5\text{kg}$, il secondo è tirato orizzontalmente da un uomo che esercita una forza $\vec{F}_u$ (si veda la figura).

- 1.1 Si calcoli $\vec{F}_u$ in modo da tenere in equilibrio il sistema.
- 1.2 Si calcoli $\vec{F}_u$ per imprimere al blocco una accelerazione di modulo $A = 2\text{m/s}^2$.
- 1.3 Nell'ipotesi della domanda 1.2, si calcoli il valore della tensione della fune in prossimità del blocco.
- 1.4 Nell'ipotesi della domanda 1.2 si calcolino le componenti (x e y) della forza che l'asse di rotazione esercita sulla carrucola.



Soluzione #1

L'energia meccanica è solo di tipo cinetico, e non si conserva (urto anelastico). Nemmeno la quantità di moto si conserva, perché c'è la reazione vincolare, che però è diretta lungo il filo (verticale) e pertanto si conserva solo la componente orizzontale della q. di moto. Il momento angolare rispetto al gancio invece si conserva.

La velocità del sacchetto (considerato come un punto materiale) dopo l'urto si calcola dalla conservazione della componente orizzontale della q. di moto: $mV_0 \cos 30^\circ = (m + M)V$.

Viene $V = 2.52 \text{ m/s}$

L'energia cinetica iniziale è 150 J, quella finale è 3.28 J. La differenza è 146.72 J.

La quantità di moto verticale $mV_0 \sin 30^\circ = 1.5 \text{ Kg m/s}$ "scompare" durante l'urto.

La massima altezza h raggiunta con le oscillazioni si ricava da

$$\frac{1}{2}(m + M)V^2 = (m + M)gh$$

$$h = \frac{V^2}{2g} = 0.324 \text{ m}$$

La fune deve fornire l'impulso necessario per annullare la componente verticale della q. di moto del proiettile nel tempo di 10 ms, e per questo la tensione deve essere 150 N. A questa vanno aggiunte la forza peso, che per il solo sacchetto di sabbia vale 9.8 N e la forza centripeta

$$(m + M)\frac{V^2}{L} = 3.27 \text{ m/s}^2$$

In totale $T = 163.07 \text{ N}$. Si è trascurata la massa del proiettile, 30 g, che si aggiunge "gradualmente" durante il tempo dell'urto.

Soluzione #2

Per l'equilibrio statico F_u deve essere pari al peso del blocco, 49 N.

Dall'equazione del moto per la carrucola M : $(F_u - T)R = I\alpha = \frac{1}{2}MR^2 \frac{a}{R}$

si ricava $F_u = mg + (\frac{M}{2} + m)a = 49 + 30 \text{ N} = 79 \text{ N}$.

Dall'equazione del moto per il blocco m : $T - mg = ma$

si ricava $T = 59 \text{ N}$.

Il centro di massa della carrucola rimane fermo. Dunque la componente verticale della reazione vincolare deve equilibrare il peso totale $(m+M)g = 245 \text{ N}$. Quella orizzontale deve equilibrare la forza totale $F_u - T = 20 \text{ N}$.