

Esercizio di Meccanica 1

Un oggetto, assimilabile ad un punto materiale, di massa m , e' vincolato a muoversi lungo una guida circolare di raggio $R=20\text{ cm}$, posta su un piano orizzontale. Il moto non e' uniforme, a causa dell'attrito. Inizialmente la velocita' dell'oggetto e' $v_0=3\text{ m/s}$ e dopo un giro essa si e' ridotta alla meta'.

- 1) Trovare il valore del coefficiente di attrito dinamico.
- 2) Quanti giri compira' prima di fermarsi?

Esercizio di Meccanica 2

Un punto materiale di massa $m=200\text{ g}$ e' vincolato a muoversi lungo una scanalatura radiale (priva di attrito) scavata su un disco di massa $M=1\text{ Kg}$ e raggio $R=20\text{ cm}$.

Inizialmente il disco ruota con velocita' angolare $\omega=5\text{ rad/s}$ e il punto materiale e' trattenuto vicino al bordo da un filo che scorre lungo la scanalatura e passa attraverso un forellino al centro del disco. Al filo e' applicata una forza F che fornisce la forza centripeta.

La forza F viene aumentata fino a che il punto materiale si sposta radialmente alla distanza $R/2$ dal centro.

- 1) Calcolare il lavoro fatto dalla forza esterna per questo spostamento.
- 2) Dire quale dei due lati della scanalatura viene sollecitato durante il moto del punto materiale per diminuire la distanza dal centro e giustificare la risposta [*per chiarezza, si consiglia di fissare un verso per la rotazione, per esempio antiorario, in modo che ω sia positivo verso l'alto. Essendo il vettore $\mathbf{R}$ positivo verso l'esterno, rimangono cosi' univocamente fissati i lati della scanalatura che un osservatore solidale col vettore ω (applicato al centro del disco) chiamera' destro e sinistro, uno solo dei quali deve fornire la reazione vincolare durante il moto radiale del punto materiale considerato nell'esercizio.*]
- 3) Confrontare il sistema in questione con quello piu' semplice in cui lo stesso punto materiale e' mantenuto su una traiettoria circolare di raggio R a velocita' ω costante da un filo teso (e il disco non c'e') e dire se, accorciando il filo per portare il punto materiale a distanza $R/2$ dal centro la velocita' angolare finale sarebbe maggiore o minore di quella del sistema disco+punto materiale.

Esercizio di Termodinamica

Un pendolo, costituito da un blocchetto di ferro (massa $m=1\text{ Kg}$, calore specifico $c=448\text{ J/Kg K}$) appeso ad un filo di massa trascurabile, e' posto all'interno di un contenitore di volume $V=22,4$ litri, avente pareti rigide fatte di materiale espanso (leggero e termicamente isolante), a tenuta. Dentro il contenitore e' presente inoltre aria (da considerarsi come un gas ideale biatomico) a pressione atmosferica e temperatura ambiente ($T_0=300\text{ K}$). Il pendolo viene fatto oscillare e si osserva che la sua velocita', quando transita sulla verticale, e' $v=3.5\text{ m/s}$. Dopo un certo tempo, il pendolo cessa di oscillare. Si determini:

- 1) la temperatura del sistema alla fine delle oscillazioni,
- 2) la variazione di entropia dell'universo a seguito della trasformazione avvenuta.

SOLUZIONE

M1

1) Applicando il teorema lavoro - energia cinetica si ottiene un'equazione in cui l'unica incognita è il coefficiente di attrito dinamico:

$$W_{\text{attrito}} = \Delta E_k$$

$$-2\pi R \mu_d mg = \frac{1}{2} m \left(\frac{v_0^2}{4} - v_0^2 \right) = -\frac{3}{8} m v_0^2$$

$$\mu_d = \frac{3v_0^2}{16\pi R g} = 0.274$$

2) Lo stesso teorema, detto n il numero totale di giri, fornisce:

$$-n(2\pi R \mu_d mg) = -\frac{1}{2} m v_0^2$$

$$n = \frac{m v_0^2}{4\pi R \mu_d mg} = \frac{4}{3}$$

M2

1) Alla prima domanda si risponde applicando il teorema lavoro - energia cinetica.

Bisogna però preliminarmente trovare la velocità angolare finale del sistema (disco+punto materiale) dalla conservazione del momento angolare:

$$(I + mR^2)\omega_i = (I + m\frac{R^2}{4})\omega_f$$

$$[I = \frac{1}{2}mR^2]$$

$$\omega_f = \frac{(I + mR^2)}{(I + m\frac{R^2}{4})} = 2\omega_i \left(\frac{M + 2m}{2M + m} \right) \cong 6.36 \text{ rad/s}$$

$$W_F = \Delta E_k$$

$$W_F = \frac{1}{2}(I_{\text{disco}} + mR_f^2)\omega_f^2 - \frac{1}{2}(I_{\text{disco}} + mR_i^2)\omega_i^2 = 0.095 J$$

2) La velocità angolare finale del disco è maggiore di quella iniziale. Ciò è dovuto al fatto che il punto materiale, nel muoversi verso il centro del disco perché tirato dal filo, “spinge” il disco in direzione perpendicolare al raggio, in modo da far aumentare la sua ω . Pertanto il lato su cui si esercita la spinta è quello che un osservatore solidale con il vettore ω chiamerebbe “sinistro”. A questa spinta, del p.m. sul disco, corrisponde una spinta uguale e contraria del disco sul p.m., il cui impulso J è responsabile della diminuzione di quantità di moto del p.m.. Infatti quest'ultimo, pur aumentando la velocità angolare, portandosi ad un raggio minore, diminuisce la sua velocità lineare. Quanto alla forza di Coriolis, $F_c = -2m\omega \times v_r$, non può essere calcolata perché v_r non si conosce, ma qualitativamente è di nuovo il lato sinistro ad essere sollecitato.

3) Nel caso che il disco non ci sia e un punto materiale rotante con gli stessi valori di R e ω sia portato (dal filo) su una circonferenza $R/2$, continuando a valere la conservazione del momento angolare, la velocità angolare finale sarebbe 4 volte maggiore di quella iniziale, cioè 20 rad/s.

T

- 1) Il pendolo dissipa la sua energia dentro il contenitore. E' come se sul sistema (che e' adiabatico) venisse compiuto un lavoro esterno. Pertanto il primo principio fornisce la temperatura finale:

$$-W = \Delta U$$

$$[W < 0]$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = nc_v\Delta T + mc\Delta T$$

$$[n = 1]$$

$$\Delta T = 0.013K$$

$$T_f = 300.013K$$

In realta' con i dati del problema il numero di moli e' ~ 0.9 , trascurando il volume occupato dal pendolo.

- 2) Il processo avviene a volume costante. La variazione di entropia dell'universo coincide con quella del sistema (e' isolato):

$$\Delta S_{univ} = \Delta S_{gas} + \Delta S_{ferro} = nc_v \ln \frac{T_f}{T_i} + mc \ln \frac{T_f}{T_i} = 0.02 J/K$$