

ESERCIZIO #1 [M2-23_6_2003]

Un cubetto di plastica di lato 1 cm e densità 0.25 g/cm^3 e' immerso in acqua alla profondità di 10 cm. Lasciato libero, esso risale fino alla superficie e.....oltre.

Calcolare l'altezza a cui arriva, trascurando ogni forma di attrito e trattando il cubetto come un punto materiale.

Confrontare in un grafico l'andamento della spinta di Archimede con la forza del liquido sulla faccia superiore del cubetto, in funzione della profondità'.

Soluzione

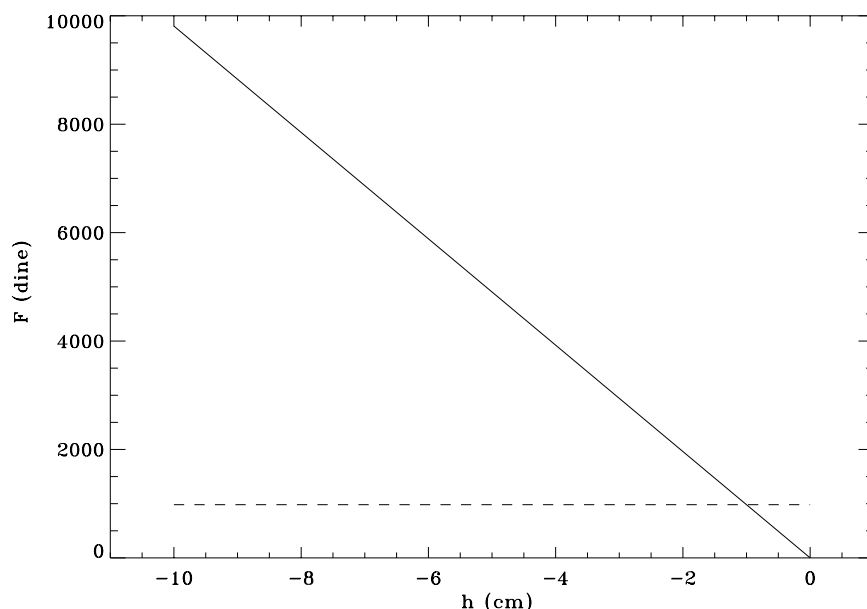
Esercizio numerico Il cubetto è sottoposto alla forza peso e alla spinta di Archimede nel tratto sommerso, alla sola forza peso dopo essere fuoriuscito dall'acqua. Scriviamo la conservazione dell'energia meccanica per i due tratti:

$$\begin{aligned}(\rho_a - \rho)Vgh &= \frac{1}{2}\rho V v^2 \\ \frac{1}{2}\rho V v^2 &= \rho V g h'\end{aligned}$$

dove ρ_a e ρ sono le densità dell'acqua e del cubetto, v è la velocità di quest'ultimo alla superficie dell'acqua, V il suo volume, h la profondità iniziale e h' la quota incognita. Eliminando l'energia cinetica si ottiene:

$$h' = \left(\frac{\rho_a}{\rho} - 1 \right) h = 30 \text{ cm.}$$

Si tenga presente che questa quota è calcolata dalla superficie dell'acqua.



La forza di Stevino sulla faccia superiore del cubetto (di area S , a profondità z) è pari a $\rho g z S$, mentre la forza di Archimede è (in modulo) pari a $\rho_a V g \simeq 981$ dine, indipendente da z ; le due forze hanno versi opposti. I loro moduli sono disegnati in figura (tratteggiata la forza di Archimede).

ESERCIZIO #2 [M2-15_9_2003]

Un recipiente a pareti verticali con area di base A contiene acqua. Sull'acqua galleggia un disco di legno su cui è posto un sasso di massa m e volume V . Il sasso viene quindi fatto cadere sul fondo del recipiente.

A seguito di ciò, il livello dell'acqua nel recipiente si alza, si abbassa o resta inalterato? Si giustifichi la risposta.

Soluzione

Detto z l'asse verticale (che assumiamo positivo verso l'alto), il livello dell'acqua diminuisce di Δz_1 quando si solleva il sasso dal disco (perché un certo volume del disco emerge dall'acqua) ma invece aumenta di Δz_2 quando si immerge il sasso nell'acqua. Si tratta di valutare separatamente i due effetti, per vedere quale prevale.

Calcolo di Δz_1 . La spinta di Archimede del sistema disco+sasso è:

$$\rho_{H_2O} S h_{in} g = (\rho_l S h + m) g$$

Dove h_{in} è l'altezza della parte del disco inizialmente immersa nell'acqua, S è l'area di base del disco di legno, h_l la sua altezza e ρ_l la sua densità.

Dopo aver tolto il sasso, h_{in} diventa h_{fin} e l'equilibrio delle forze è:

$$\rho_{H_2O} S h_{fin} g = \rho_l S h g$$

Il volume del disco che emerge dopo aver tolto il sasso è:

$$(h_{fin} - h_{in}) S = \frac{m}{\rho_{H_2O}},$$

cui corrisponde un abbassamento del livello dell'acqua:

$$\Delta z_1 = \frac{1}{A} \frac{m}{\rho_{H_2O}}.$$

Calcolo di Δz_2 . Invece l'innalzamento del livello per l'immersione del sasso è:

$$\Delta z_2 = \frac{V}{A}.$$

In totale,

$$\Delta z = \Delta z_2 - \Delta z_1 = \frac{1}{A} \left(V - \frac{m}{\rho_{H_2O}} \right) = \frac{m}{A} \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_{H_2O}} \right) < 0.$$

Δz è < 0 in quanto la densità ρ del sasso è maggiore di quella dell'acqua (va a fondo). Dunque prevale Δz_1 .

In conclusione, il livello dell'acqua diminuisce.

ESERCIZIO #3 [T.P.-Lav.2]

Un blocco metallico di volume $V=1$ litro viene scaldato reversibilmente alla pressione costante $p=1$ atmosfera, in modo che la sua temperatura vari di $\Delta T=500$ K. Assumendo per il coefficiente di dilatazione cubica (o coefficiente di dilatazione termica) nel range di temperatura di interesse il valore costante $\alpha=6 \times 10^{-5}$ K⁻¹, calcolare il lavoro nella trasformazione.

Il lavoro reversibile è

$$\mathcal{L} = \int_A^B p dV, \quad \text{con} \quad dV = \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T dp + \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p dT,$$

Poiché il coefficiente di espansione a pressione costante è definito da

$$\beta = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p,$$

si ha:

$$dV = \beta V dT, \quad \mathcal{L} = p\beta V \int_{T_A}^{T_B} dT = p\beta V \Delta T = 3 \text{ J}$$