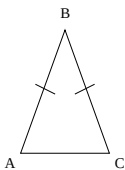


Basi di conoscenza: cenni di logica

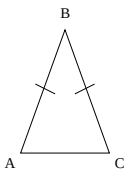
Fabio Massimo Zanzotto

Semplice Teorema di Geometria



Dato un triangolo isoscele ovvero con $AB=BC$, si vuole dimostrare che gli angoli $\hat{A}$ e $\hat{C}$ sono uguali.

Semplice Teorema: conoscenze pregresse

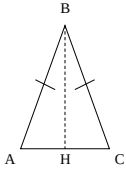


- Se due triangoli sono uguali, i due triangoli hanno lati ed angoli uguali (A)
- Se due triangoli hanno due lati e l'angolo sotteso uguali, allora i due triangoli sono uguali (T)





Semplice Teorema: Dimostrazione



- BH bisettrice di ABC cioè $ABH = HBC$ (T2)

Dimostrazione

- $AB = BC$ per ipotesi
- $ABH = HBC$ per T2
- Il triangolo HBC è uguale al triangolo ABH per T
- $\hat{A} = \hat{C}$ per A

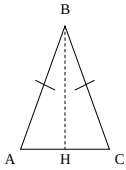
F.M. Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia





Semplice Teorema: Dimostrazione



Abbiamo trasformato

T in

$\Rightarrow$ Se $AB = BC$ e $BH = BH$ e $ABH = HBC$, allora il triangolo ABH è uguale al triangolo HBC

A in

$\Rightarrow$ Se triangolo ABH è uguale al triangolo HBC, allora $AB = BC$ e $BH = BH$ e $AH = HC$ e $ABH = HBC$ e $AHB = CHB$ e $\hat{A} = \hat{C}$

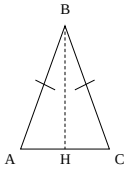
F.M. Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia





Semplice Teorema: Formalizzazione



Obiettivo

Razionalizzare il processo che permette affermare:

$AB = BC \vdash \hat{A} = \hat{C}$

F.M. Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia

University of Rome "Tor Vergata"



Semplice Teorema: Formalizzazione

$$AB=BC \vdash \hat{A}=\hat{C}$$

Abbiamo supposto che:

- $S=\{AB=BC, ABH=HBC, BH=BH\}$

Avevamo conoscenze pregresse:

T: $AB=BC \wedge BH=BH \wedge ABH=HBC \Rightarrow trABH=trHBC$

A: $trABH=trHBC \Rightarrow AB=BC \wedge BH=BH \wedge AH=HC \wedge ABH=HBC \wedge AHB=CHB \wedge \hat{A}=\hat{C}$

F.M.Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia

University of Rome "Tor Vergata"



Semplice Teorema: Formalizzazione

$$AB=BC \vdash \hat{A}=\hat{C}$$

Abbiamo costruito una catena di formule:

P1: $AB=BC$	da S
P2: $ABH=HBC$	da S
P3: $BH=BH$	da S
P4: $AB=BC \wedge BH=BH \wedge ABH=HBC$	da P1,P2,P3 e REGOLA ₂
P5: $trABH=trHBC$	da P4,T e REGOLA ₁
P6: $AB=BC \wedge BH=BH \wedge AH=HC \wedge ABH=HBC \wedge AHB=CHB \wedge \hat{A}=\hat{C}$	da P5,A e REGOLA ₁
P7: $\hat{A}=\hat{C}$	da P6 e REGOLA ₃

F.M.Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia

University of Rome "Tor Vergata"



Processo di dimostrazione

$$S \vdash F$$

Una dimostrazione per

F è conseguenza di S

è una sequenza

$$DIM=P_1,P_2,\dots,P_n$$

dove

- $P_n=F$
- $P_i \in S$ oppure P_i è ottenibile da $P_{i1},\dots,P_{im}$ (con $i1<i,\dots, im<i$) applicando una **regola di inferenza**

F.M.Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia

University of Rome "Tor Vergata"



Regole di inferenza:
Modus Ponens (MP)

$$\frac{P \Rightarrow B, P}{B} \text{ MP}$$

Se piove, la strada è bagnata.
Piove.
Allora la strada è bagnata.

F.M. Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia

University of Rome "Tor Vergata"



Regole di inferenza:
AND- Introduzione(AI) e AND- Eliminazione(AE)

AND-Introduzione

$$\frac{A_1, \dots, A_n}{A_1 \wedge \dots \wedge A_n} \text{ AI}$$

AND-Eliminazione

$$\frac{A_1 \wedge \dots \wedge A_n}{A_i} \text{ AE}$$

F.M. Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia

University of Rome "Tor Vergata"



Calcolo Proposizionale
Sistema (d'assiomi)
SINTASSI

Ingredienti:

- Un insieme di simboli **L**
 - Letterali:** $A_1, \dots, A_n$
 - Connettivi Logici:** $\wedge, \vee, \Rightarrow, \neg, (,)$
- Un sottoinsieme FBF di L^* detto delle formule ben formate

F.M. Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia

University of Rome "Tor Vergata"



Calcolo Proposizionale

Sistema (d'assiomi)

SINTASSI

Ingredienti:

- Un insieme $ASSIOMI \subseteq FBF$
- Un insieme R di **regole di inferenza**

Abbiamo a disposizione:

- Meccanismo della **dimostrazione**

S

⊢

F

F.M. Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia

University of Rome "Tor Vergata"



Connettivi Logici

	SIMBOLO	
NOT	$\neg$	$\sim$
AND	$\wedge$	
OR	$\vee$	
IMPLIES	$\Rightarrow$	$\supset$
IFF	$\Leftrightarrow$	

F.M. Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia

University of Rome "Tor Vergata"



FBF formule ben formate

- I **letterali** sono **formule ben formate**
- Se $A \in FBF$ e $B \in FBF$, allora
 - $\neg A \in FBF$
 - $A \wedge B \in FBF$
 - $A \vee B \in FBF$
 - $A \Rightarrow B \in FBF$

F.M. Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia





Assiomi (Conoscenze pregresse)

- **A1:** $A \Rightarrow (B \Rightarrow A)$
- **A2:** $(A \Rightarrow (B \Rightarrow C)) \Rightarrow ((A \Rightarrow B) \Rightarrow (A \Rightarrow C))$
- **A3:** $(\neg B \Rightarrow \neg A) \Rightarrow ((\neg B \Rightarrow A) \Rightarrow B)$
- **A4:** $\neg(A \wedge \neg A)$
- **A5:** $A \vee \neg A$

F.M. Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia





Esempio

Se l'unicorno è mitico, allora è immortale, ma se non è mitico allora è mortale. Se è mortale o immortale, allora è cornuto. L'unicorno è magico se è cornuto.

Domande:

- L'unicorno è mitico?
- L'unicorno è magico?
- L'unicorno è cornuto?

F.M. Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia





Procedimento

- Esprimere il problema in forma di logica dei predicati
- Individuare i teoremi da dimostrare
- Dimostrare i teoremi

F.M. Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia



University of Rome "Tor Vergata"



Esempio

Se l'(unicorno è mitico), allora l'(unicorno è immortale), ma se non (è mitico) allora (è mortale). Se l'(unicorno è mortale) o l'(unicorno è immortale), allora (unicorno è cornuto). L'(unicorno è magico) se l'(unicorno è cornuto).

Letterali:

UM = unicorno è mitico

UI = unicorno è immortale

UMag = unicorno è magico

UC = unicorno è cornuto

F.M. Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza

Facoltà di Lettere e Filosofia



University of Rome "Tor Vergata"



Esempio

Se l'(unicorno è mitico)^{UM}, allora l'(unicorno è immortale)^{UI}, ma se non (è mitico)^{UM} allora (è mortale)^{¬UI}. Se l'(unicorno è mortale)^{¬UI} o l'(unicorno è immortale)^{UI}, allora (unicorno è cornuto)^{UC}. L'(unicorno è magico)^{UMag} se l'(unicorno è cornuto)^{UC}.

Traduzione:

UM⇒UI

¬UM⇒¬UI

¬UI∨UI⇒UC

UC⇒UMag

F.M. Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza

Facoltà di Lettere e Filosofia



University of Rome "Tor Vergata"



Esempio

a) L'unicorno è mitico?

b) L'unicorno è magico?

c) L'unicorno è cornuto?

Traduzione:

S = {UM⇒UI, ¬UM⇒¬UI, ¬UI∨UI⇒UC, UC⇒UMag}

a) S ⊢ UM

b) S ⊢ UMag

c) S ⊢ UC

F.M. Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza

Facoltà di Lettere e Filosofia

7

University of Rome "Tor Vergata"



Esempio

P1: $\neg UI \vee UI \Rightarrow UC$

P2: $\neg UI \vee UI$

P3: UC

$S \vdash UC$
da S

da A4

da P1, P2 e MP

F.M. Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia

University of Rome "Tor Vergata"



Esempio

P1: $\neg UI \vee UI \Rightarrow UC$

P2: $\neg UI \vee UI$

P3: UC

P4: $UC \Rightarrow UMag$

P5: UMag

$S \vdash UMag$
da S

da A4

da P1, P2 e MP

da S

da P3, P4 e MP

Esercizio: DIMOSTRARE a)

F.M. Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia

University of Rome "Tor Vergata"



Ricapitolando

• Logica Proposizionale (fin qui vista)

– Permette di imbrigliare dei ragionamenti in dei simboli

– Permette di dedurre simboli da altri simboli

– Che manca?

Il concetto di Vero e di Falso

F.M. Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia

University of Rome "Tor Vergata"



Logica Proposizionale

SEMANTICA

Funzione di interpretazione I

$I: \text{FBF} \rightarrow \{V, F\}$

che è **composizionale** ovvero:

date A e B in FBF

$I(\neg A)$

=

$\neg I(A)$

$I(A \wedge B)$

=

$I(A) \wedge I(B)$

$I(A \vee B)$

=

$I(A) \vee I(B)$

$I(A \Rightarrow B)$

=

$I(A) \Rightarrow I(B)$

F.M. Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia

University of Rome "Tor Vergata"



Logica Proposizionale

SEMANTICA

Tavole delle verità dei connettivi logici

P	Q	$\neg P$	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \Rightarrow Q$	$P \Leftrightarrow Q$
False	False	True	False	False	True	True
False	True	True	False	True	True	False
True	False	False	False	True	False	False
True	True	False	True	True	True	True

F.M. Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia

University of Rome "Tor Vergata"



Logica Proposizionale

SEMANTICA

Scopo del calcolo

$S \models F$

Assumere Vere le FBF in S e verificare che F sia Vera

F.M. Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia

University of Rome "Tor Vergata"



Esempio

$$\emptyset \models A \vee \neg A$$

A	$\neg A$	$A \vee \neg A$
V	F	V
F	V	V

F.M. Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia

University of Rome "Tor Vergata"



Esempio

$$\emptyset \models A \Rightarrow (B \Rightarrow A)$$

A	B	$B \Rightarrow A$	$A \Rightarrow (B \Rightarrow A)$
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	F	V
F	F	V	V

Esercizio: Provare a costruire la tabella di verità degli altri assiomi.

F.M. Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia

University of Rome "Tor Vergata"



Tautologie e modelli

- Una FBF sempre vera indipendentemente dal valore dei **letterali** viene detta **tautologia**
- Un modello di un insieme F di FBF è una particolare **interpretazione I** che rende vere tutte le formule in F

F.M. Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia

University of Rome "Tor Vergata"



Osservazione

- Chi garantisce?

Semantica	S	$\models$	F
Sintassi	S	$\vdash$	F

F.M.Zanzotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia

Sistemi basati su conoscenza

Da logica proposizionale a logica del primo ordine

Fabio Massimo Zanzotto

University of Rome "Tor Vergata"



Logica proposizionale
Sintassi vs Semantica

Sintassi	Semantica	Mondo
Simboli FBF ASSIOMI Regole di inferenza	Funzione di interpretazione	
$S \vdash F$	$S \models F$	$\longleftrightarrow$
		Concetto di modello

F.M.Zanzotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia

University of Rome "Tor Vergata"



Sintassi vs Semantica

Osservazioni

Una dimostrazione per

è una sequenza $S \vdash F$
 $DIM=P_1,P_2,\dots,P_n$

- $P_n=F$
- $P_i \in S$
- $P_i \in \text{ASSIOMI}$
- P_i è ottenibile da $P_{i1},\dots,P_{im}$ (con $i1 < i, \dots, im < i$) applicando una **regola di inferenza**

F.M.Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia

University of Rome "Tor Vergata"



Sintassi vs Semantica

Osservazioni

$DIM=P_1,P_2,\dots,P_n$

Problema: introduciamo sempre formule vere?

- $P_i \in S$ vere per ipotesi
- $P_i \in \text{ASSIOMI}$ veri poiché tautologie
- P_i è ottenibile da $P_{i1},\dots,P_{im}$ (con $i1 < i, \dots, im < i$) applicando una **regola di inferenza**

anello debole

F.M.Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia

University of Rome "Tor Vergata"



Sintassi vs Semantica

Regole di inferenza e veridicità

$$\frac{A_1, \dots, A_n}{A_1 \wedge \dots \wedge A_n} \text{ AI}$$
$$\frac{A_1 \wedge \dots \wedge A_n}{A_i} \text{ AE}$$
$$\frac{P \Rightarrow B, P}{B} \text{ MP}$$

A	B	$A \wedge B$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

A	B	$A \Rightarrow B$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

F.M.Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia

12

University of Rome "Tor Vergata"



Sintassi vs Semantica

- La preservazione della veridicità è osservabile per induzione
- Formalmente:
 - (Meta)Teorema di completezza
 - (Meta)Teorema di Deduzione (+ Ogni teorema di L è una tautologia)

F.M. Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia

University of Rome "Tor Vergata"



Wumpus World

4	 Stench		 Breeze	 PIT
3	 Wumpus	 Breeze	 PIT	 Breeze
2	 Stench		 Breeze	
1	 START	 Breeze	 PIT	 Breeze
	1	2	3	4

- Domanda: E' possibile trovare il Wumpus?

F.M. Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia

University of Rome "Tor Vergata"



Wumpus World
come va il mondo (stralcio)

- Se il wumpus è in una casella, si avverte la puzza nelle quattro caselle adiacenti (a croce)
- Se c'è una buca in una casella, si avverte la brezza nelle quattro caselle adiacenti (a croce)
- Se c'è l'oro, si avverte luccicare nella stessa casella

F.M. Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia

University of Rome "Tor Vergata"



Logica proposizionale e Wumpus World

Abbiamo a disposizione:

• Informazioni:

– Regole su come va il mondo (del Wumpus)

– Fatti indotti dall'esplorazione

• Uno strumento:

– Logica proposizionale

F.M. Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia

University of Rome "Tor Vergata"



Base di conoscenza (logica)

Individuare i letterali

$S_{1,1}$

= Puzza nella casella 1,1

...

$S_{4,4}$

= Puzza nella casella 4,4

$B_{1,1}$

= Brezza nella casella 1,1

...

$B_{4,4}$

= Brezza nella casella 4,4

$W_{1,1}$

= Wumpus nella casella 1,1

...

$W_{4,4}$

= Wumpus nella casella 4,4

F.M. Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia

University of Rome "Tor Vergata"



Base di conoscenza (logica)

Traduzione delle affermazioni (Regole):

$(R_1):$

$\neg S_{1,1} \Rightarrow \neg W_{1,1} \wedge \neg W_{1,2} \wedge \neg W_{2,1}$

$(R_2):$

$\neg S_{2,1} \Rightarrow \neg W_{1,2} \wedge \neg W_{2,1} \wedge \neg W_{2,2} \wedge \neg W_{3,1}$

$(R_3):$

$\neg S_{1,2} \Rightarrow \neg W_{1,1} \wedge \neg W_{1,2} \wedge \neg W_{2,2} \wedge \neg W_{1,3}$

$(R_4):$

$S_{1,2} \Rightarrow W_{1,3} \vee W_{1,2} \vee W_{2,2} \vee W_{1,1}$

...

...

F.M. Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia

University of Rome "Tor Vergata"



Eurismi per il Minatore

E' meglio non andare avanti se il Wumpus è di fronte.

Traduzione dell'eurisma:

$$A_{1,1} \wedge East_A \wedge W_{2,1} \Rightarrow \neg FORWARD$$
$$A_{1,1} \wedge North_A \wedge W_{1,2} \Rightarrow \neg FORWARD$$
$$\dots$$

F.M.Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia

University of Rome "Tor Vergata"



Logica proposizionale (limiti)

Traduzione dell'eurisma:

- in un mondo 4x4
- 4 direzioni per il minatore
- occorrono 64 regole (se non si prevede il passato)

- si potrebbe usare invece:
WUMPUSAHEAD $\Rightarrow$ $\neg FORWARD$???

F.M.Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia

University of Rome "Tor Vergata"



Logica proposizionale (limiti)

Socrate è un uomo.

Gli uomini sono mortali. (A)

Allora Socrate è mortale.

Traduzione di (A) nella logica proposizionale

Se Gino è un uomo, allora Gino è mortale.

Se Pino è un uomo, allora Pino è mortale.

Se Rino è un uomo, allora Rino è mortale.

Se Socrate è un uomo, allora Socrate è mortale.

...

Se X è un uomo, allora X è mortale.

F.M.Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia

University of Rome "Tor Vergata"



Logica del primo ordine

Sintassi

Ingredienti:

Simboli L

Letterali

Costanti individuali A_i

Variabili individuali α_i

Lettere funzionali f_i

Lettere predicative P_i

Connettivi Logici: $\{\wedge, \vee, \Rightarrow, \neg, ()\} \cup \{\exists, \forall\}$

F.M. Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia

University of Rome "Tor Vergata"



Logica del primo ordine

Sintassi

Ingredienti:

Formule Ben Formate

Le Formule Atomiche sono FBF

Se f_1 e $f_2 \in \text{FBF}$ e x è una variabile individuale allora

$\exists x. f_1 \in \text{FBF}$

$\forall x. f_1 \in \text{FBF}$

$\neg f_1 \in \text{FBF}$

$f_1 \wedge f_2 \in \text{FBF}$

$f_1 \vee f_2 \in \text{FBF}$

$f_1 \Rightarrow f_2 \in \text{FBF}$

F.M. Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia

University of Rome "Tor Vergata"



Logica del primo ordine

Sintassi

Ingredienti:

Termine T

costanti individuali $\in T$

variabili individuali $\in T$

Se $t_1, \dots, t_n \in T$ allora

$f_i(t_1, \dots, t_n) \in T$

Formule Atomiche

Se $t_1, \dots, t_n \in T$ allora

$P_i(t_1, \dots, t_n)$ è una **formula atomica**

F.M. Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia





Logica del primo ordine

Sintassi

Ingredienti:

- Regole di inferenza**
 - Eliminazione del quantificatore universale

$$\frac{\forall x.F(\dots x\dots)}{\text{SUBST}(\{x/a\}, F(\dots x\dots))}$$
 - Eliminazione del quantificatore esistenziale

$$\frac{\exists x.F(\dots x\dots)}{\text{SUBST}(\{x/a\}, F(\dots x\dots))}$$

Dove a non appartiene a costanti già introdotte
 - Introduzione del quantificatore esistenziale

$$\frac{F(\dots a\dots)}{\exists x.F(\dots x\dots)}$$

F.M. Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia





Logica del primo ordine

Semantica

Interpretazione

- Insieme D**
 $I(a_i) = d_i$ per ciascuna costante individuali
- Insieme di funzioni**
 $I(f_i) = f_i$
 $f_i: D^n \rightarrow D$ per ciascuna lettera funzionale f_i
- Insieme di relazioni**
 $I(P_i) = \mathcal{P}_i$
 $\mathcal{P}_i \subseteq D^n$ per ciascuna lettera predicativa P_i

F.M. Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia





Logica del primo ordine

Semantica

Interpretazione

- Interpretazione delle **formule atomiche**
 - $I(P_i(a_1, \dots, a_n)) = \begin{cases} \text{V} & \text{se } (I(a_1), \dots, I(a_n)) \in I(P_i) \\ \text{F} & \text{altrimenti} \end{cases}$
 - $I(\forall x. P_i(a_1, \dots, x, \dots, a_n)) = \text{V}$
 se per tutti gli x $x \in d$ accade che
 $(I(a_1), \dots, x, \dots, I(a_n)) \in I(P_i)$
 $= \text{F altrimenti}$

F.M. Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia

University of Rome "Tor Vergata"



Logica del primo ordine

Semantica

Interpretazione

- Interpretazione delle **formule quantificate**

$I(\forall x.P_i(a_1,\dots,x,\dots,a_n))=V$

se per tutti gli $x \in D$ accade
che $(I(a_1),\dots,x,\dots,I(a_n)) \in I(P_i)$

$=F$

altrimenti

$I(\exists x.P_i(a_1,\dots,x,\dots,a_n))=V$

se esiste $x \in D$ tale che
 $(I(a_1),\dots,x,\dots,I(a_n)) \in I(P_i)$

$=F$

altrimenti

F.M.Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia

University of Rome "Tor Vergata"



Logica proposizionale vs. Logica del primo ordine

"Aggiunte":

- Strutturazione dei letterali
- Introduzione delle variabili
- Introduzione dei quantificatori

F.M.Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia

University of Rome "Tor Vergata"



Logica del primo ordine

Socrate è un uomo.

Gli uomini sono mortali.

Allora Socrate è mortale.

- Costanti individuali
{Socrate, Pino, Gino, Rino}
- Lettere predicative
{Uomo,Mortale}

F.M.Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia

University of Rome "Tor Vergata"



Logica del primo ordine

Socrate è un uomo.
Gli uomini sono mortali.
Allora Socrate è mortale.

- Traduzione affermazioni
Uomo(Socrate)
 $\forall x.(Uomo(x) \Rightarrow Mortale(x))$
- Traduzione goal
Mortale(Socrate)

F.M.Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia

University of Rome "Tor Vergata"



Logica del primo ordine

$\forall x.(Uomo(x) \Rightarrow Mortale(x))$

Universal Elimination

(SUBST($\{x/Socrate\}$), $Uomo(x) \Rightarrow Mortale(x)$)

$Uomo(Socrate) \Rightarrow Mortale(Socrate)$, $Uomo(Socrate)$

MP

Mortale(Socrate)

F.M.Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia

University of Rome "Tor Vergata"



Esercizi

- Tradurre in logica del primo ordine le affermazioni relative al mondo del wumpus
 - L'eurisma: non andare avanti se il Wumpus è davanti
 - Le regole del mondo
 - Provare a dimostrare che la posizione del Wumpus è 1,3 nella logica del primo ordine

F.M.Zanotto

Linguaggi e Modelli dei Dati e della Conoscenza
Facoltà di Lettere e Filosofia
