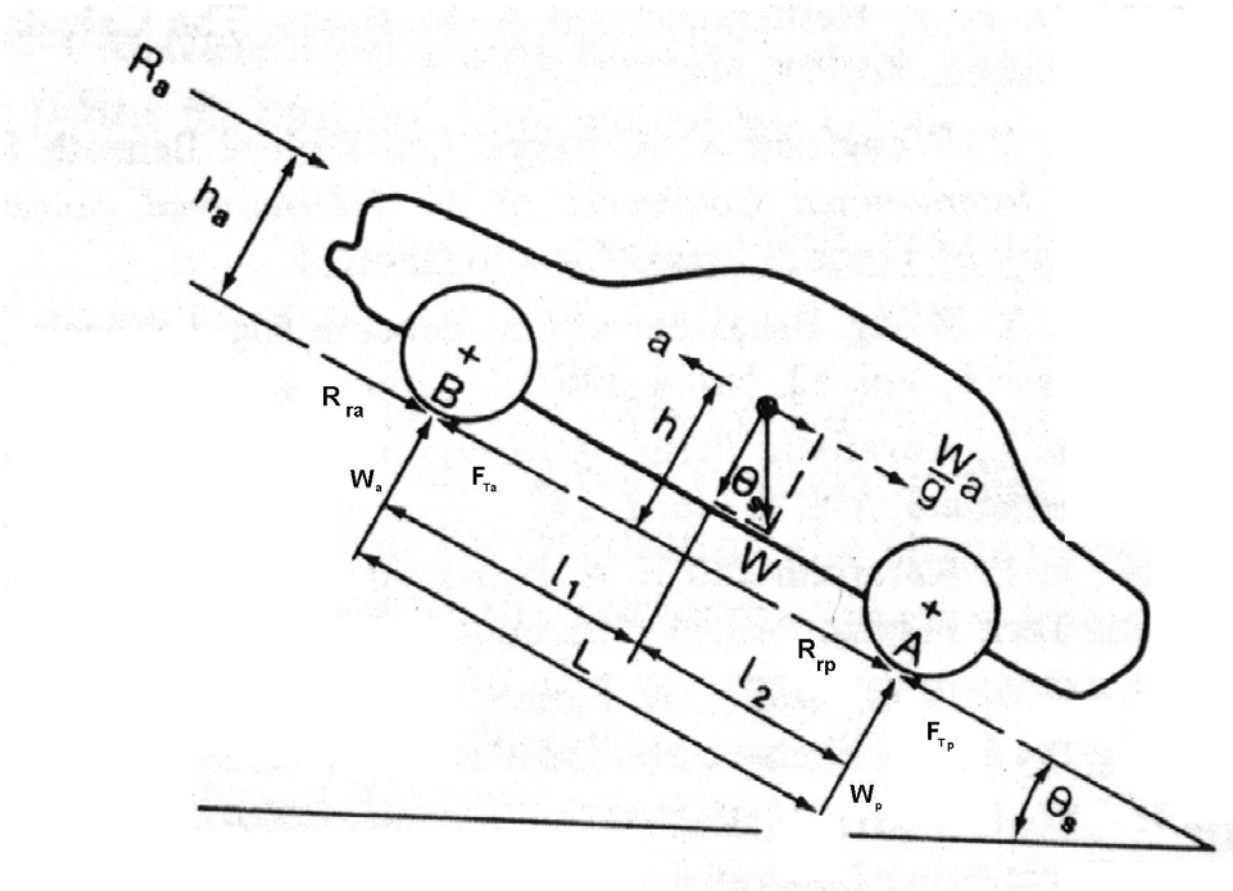


## ESERCIZIO



Dato un veicolo avente le seguenti caratteristiche:

### DATI

Massa totale =  $m = 1045 \text{ kg} \Rightarrow$  Peso del veicolo =  $W = 1045 \cdot g = 1045 \cdot 9.81 = 10251.45 \text{ N}$

Distanza tra gli assi =  $2.398 \text{ m}$

Potenza =  $60 \text{ HP} = 60 \cdot 0.735 = 44 \text{ kW}$

Area della sezione maestra  $A = 1.750 \text{ m}^2$

Coefficiente di penetrazione aerodinamica =  $0.410$

Distanza tra il baricentro e l'asse anteriore  $l_1 = 1.031 \text{ m}$

Altezza del baricentro dal piano viabile  $h = 0.60 \text{ m}$

Altezza della risultante delle resistenze aerodinamiche dal piano stradale  $h_a = h = 0.60 \text{ m}$

Il veicolo viaggia alla velocità di  $120 \text{ km/h}$  ad una altitudine di  $500 \text{ m s.l.m.}$  su una livelletta in salita. Si vuole conoscere qual è la massima pendenza della livelletta.

Due sono le limitazioni imposte alle prestazioni del veicolo:

- 1) potenza dell'apparato di propulsione;
- 2) massimo sforzo di trazione che il veicolo può esplicare in relazione per effetto dell'aderenza disponibile.

**1) Pendenza longitudinale massima superabile in relazione alla potenza dell'apparato di propulsione**

**Le resistenze al moto sono:**

Resistenze aerodinamiche

$$\rho = 1.225 \cdot (1 - 2.26 \cdot \text{ALT} \cdot 10^{-5})^{4.225} = 1.225 \cdot (1 - 2.26 \cdot 500 \cdot 10^{-5})^{4.225} = 1.167 \text{ kg/mc}$$

$$R_a = 1/2 \cdot \rho \cdot c \cdot A \cdot (V)^2 = 1.167 \cdot 0.410 \cdot 1.710 \cdot (33.3)^2 / 2 = 467 \text{ N}$$

Resistenze al rotolamento

$$\text{Coefficiente di resistenza al rotolamento } f_r = 0.01 \cdot (1 + V/160) = 0.01 \cdot (1 + 120/160) = 0.0175$$

$$R_r = R_{ra} + R_{rp} = f_r \cdot (W_a + W_p) = f_r \cdot W = 0.0175 \cdot 10251.45 = 179.4 \text{ N}$$

Resistenza dovuta alla pendenza

$$R_i = W \cdot i = 10251.45 \cdot i$$

La potenza impegnata per vincere le resistenze al moto risulterà essere:

$$\text{Potenza impegnata} = P_T = (R_a + R_r + R_i) \cdot V = (467 + 179.4 + 10251.45 \cdot i) \cdot 33.3$$

La massima pendenza si ottiene imponendo l'eguaglianza tra la potenza impegnata e quella disponibile, pari a 44000 Watt. Pertanto si ha:

$$(467 + 179.4 + 10251.45 \cdot i) \cdot 33.3 = 44000$$

da cui

$$i = \frac{44000 - (467 + 179.4) \cdot 33.3}{10251.45 \cdot 33.3} = \frac{22468.2}{341373} = 0.068$$

La massima pendenza superabile dal veicolo in relazione alla potenza dell'apparato propulsore è quindi pari al 6.8 %.

**2) Pendenza longitudinale massima superabile in relazione all'aderenza disponibile tra pneumatico e superficie stradale.**

Per effetto delle resistenze al moto si ha la seguente ripartizione del peso tra gli assi del veicolo:

$$W_a = \frac{l_2 \cdot P \cdot \cos \theta - h(R_a \pm P \cdot \sin \theta + m \cdot a)}{L} = \frac{l_2}{L} P - \frac{h}{L} (R_a + P \cdot i)$$

$$W_p = \frac{l_1 \cdot P \cdot \cos \theta + h \cdot (R_a \pm P \cdot \sin \theta + m \cdot a)}{L} = \frac{l_1}{L} P + \frac{h}{L} (R_a + P \cdot i)$$

Poiché la massima forza di aderenza che si può esplicare tra pneumatico e strada è pari a:

$$F_a = f_a * W$$

dove  $W$  indica la reazione verticale della strada sull'asse motore.

In condizioni al limite dello slittamento si ha che la forza di trazione  $T$  è pari a  $F_a$ .

Pertanto imponendo tale eguaglianza e ricordando che per l'equilibrio alla traslazione lungo la direzione del moto del veicolo deve sussistere l'eguaglianza tra la forza di trazione, le resistenze al moto e la forza di inerzia, si ha:

$$F_a = T = R_a + R_r \pm R_i + m * a$$

Nel caso in cui l'asse motore sia l'asse anteriore, in condizione di moto con velocità costante, si ha:

$$F_a = f_a * W_a = R_a + R_r \pm R_i \Rightarrow f_a \left[ \frac{l_2}{L} P - \frac{h}{L} (R_a + P \cdot i) \right] = R_a + R_r \pm P \cdot i$$

$$f_a \left[ \frac{(1-1.031)}{2.398} 10251 - \frac{0.60}{2.398} (467.2 + 10251 * i) \right] = 467.2 + 179.4 \pm 10251 * i$$

$$i = \frac{f_a * \left[ \frac{(1.367)}{2.398} 10251 - \frac{0.60}{2.398} (467.2) \right] - 646.6}{10251 * \left( 1 + f_a * \frac{0.60}{2.398} \right)} = \frac{f_a * (5843.67 - 116.89) - 646}{10251 * (1 + 0.250 * f_a)} =$$

$$= \frac{f_a * (5726.78) - 646}{10251 * (1 + 0.250 * f_a)}$$

$$f_a = D \cdot V^2 + E \cdot V + F$$

Ricavando il valore del coefficiente di aderenza da una delle relazioni introdotte introdotte a lezione in funzione della velocità:

dove  $D$ ,  $E$  ed  $F$  sono coefficienti che assumono i seguenti valori:

	NORMATIVA	ITALIANA	Norme RFT
	Strade Tipo B,C,D,E ed F	Autostrade Tipo A	
D=	0,0000034149	0,00000559	0.0000241
E=	-0,00316	-0,00291	-0.00721
F=	0,5363	0,634	0.708

Si ottiene:

$$f_a = 3.4149 * 10^{-6} * (V)^2 - 3.16 * 10^{-3} * (V) + 0.5363 =$$

$$= 3.4149 * 10^{-6} * (120)^2 - 3.16 * 10^{-3} * (120) + 0.5363 = 0.2063$$

Sostituendo il valore precedentemente trovato per il coefficiente di aderenza, valido per condizioni di strada bagnata nell'espressione che fornisce la pendenza che il veicolo può affrontare senza che si abbiano scorrimenti tra pneumatico e superficie stradale, si ha:

$$i = \frac{f_a * (5726.78) - 646}{10251 * (1 + 0.250 * f_a)} = \frac{0.2054 * (5726.78) - 646}{10251 * (1 + 0.250 * 0.2054)} = 0.0497$$

La pendenza massima affrontabile in relazione alla massima aderenza disponibile tra pneumatico e strada è quindi pari al 5 % .

Nel caso affrontato quindi la limitazione imposta alle prestazioni del veicolo dall'aderenza disponibile tra superficie stradale e pneumatico è più restrittiva (anche se non di molto ) rispetto alla limitazione imposta dalla potenza disponibile.

Per comprendere il significato dell'esercizio svolto l'allievo può confrontare i valori delle pendenze longitudinali trovate con i valori limite imposti dalle normative per strade aventi velocità massime di progetto vicine ai 120 km/h.

# TRACCE ESERCIZI SULLA MECCANICA DELLA LOCOMOZIONE DEI VEICOLI STRADALI

## TRACCIA 1

Il veicolo, avente le caratteristiche di seguito riportate, viaggia su una livelletta di pendenza paria  $i=7\%$  (in salita) ad una altitudine di 500m s.l.m. . Si vuole conoscere:

- 1) qual è il valore della massima velocità che può raggiungere;
- 2) qual è la lunghezza del suo spazio di arresto (al limite dell'aderenza) e la distanza di visibilità per l'arresto alla velocità massima calcolata al punto 1);
- 3) qual'è il valore dell'aderenza trasversale disponibili se viaggia alla velocità di 90 km/h;
- 4) qual è il valore del raggio che garantisce l'equilibrio del veicolo in curva per il valore dell'aderenza trasversale calcolata al punto 3)

### *Caratteristiche dell'autovettura*

Massa totale = 1250 kg

Distanza tra gli assi = 2.44 m

Potenza = 70 [CV] =  $70 \cdot 0.735$  [kW]

Area della sezione maestra  $A=1.750 \text{ m}^2$

Coefficiente di penetrazione aerodinamico = 0.40

Distanza tra il baricentro e l'asse anteriore = 1.10 m

Altezza del baricentro dal piano viabile = 0.65 m

## TRACCIA 2

Dato un autocarro avente le caratteristiche di seguito riportate si determini:

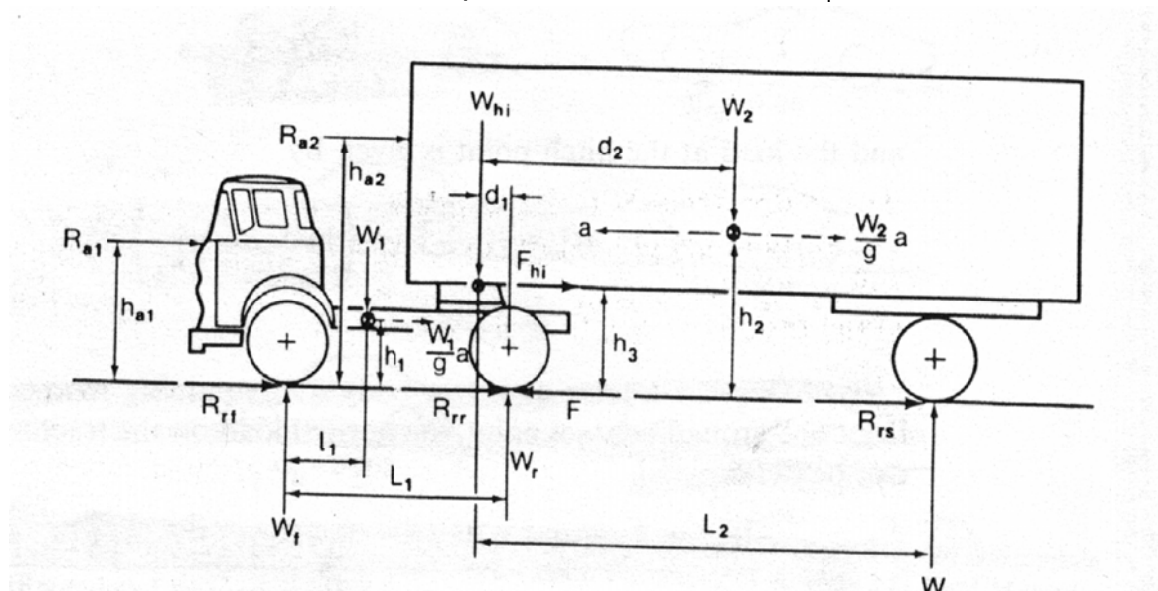
- La massima pendenza alla quale può viaggiare in rettilineo alla velocità costante di 100 km/h;
- La massima pendenza sulla quale si può avviare ( $a=0,2 \text{ m/sec}^2$ ).

Massa totale [kg]=	18000
Distanza tra gli assi [m]=	4
Area Sez. Maestra [mq]=	6,5
Coeff. Aerodinamico =	0,8
Distanza baricentro asse anteriore [m]=	2,65
Altezza baricentro [m]	2,1
Max Forza trazione all'avviamento T [N]=	25000
Potenza apparato di propulsione P [CV]	190
Rapporto di trasmissione all'avviamento=	12

### TRACCIA 3

Dato un autoarticolato avente le caratteristiche di seguito riportate

- Massa trattore  $m_1=7200$  kg
- Massa semirimorchio  $m_2= 32800$  kg
- Sezione dell'area maestra trattore  $A_1= 2$  mq
- Coefficiente di penetrazione aerodinamica trattore  $c_1= 0.8$
- Altezza del baricentro del trattore dal piano stradale  $h_1= 0.92$  m
- Altezza del baricentro del semirimorchio dal piano stradale  $h_2= 1.50$  m
- Altezza della ralla dal piano stradale  $h_3= 1.273$  m
- Altezza del punto di applicazione delle forze aerodinamiche dal piano stradale  $h_{a1}= h_1 = 0.92$  m
- Distanza tra gli assi della motrice  $L_1= 2.275+1.21= 3.485$ m
- Distanza tra l'asse anteriore ed il baricentro della motrice  $l_1= 1.21$  m
- Distanza tra la ralla ed il baricentro del semirimorchio  $d_2= 4.5$  m
- Distanza tra l'asse e la ralla del semirimorchio  $L_2= 6.8$  m
- Distanza tra la ralla e l'asse posteriore della motrice  $d_1= 0.4$  m



Determinare:

- ❖ La forza di trazione necessaria per all'avviamento su un tronco stradale con pendenza longitudinale pari al 2% in rettilineo (si supponga l'accelerazione pari a  $a=0.25$  m/sec).
- ❖ La forza di trazione necessaria per mantenere una velocità costante di 80 km/h su un tratto di strada con pendenza pari al 2% ed in rettilineo, nonché la potenza impegnata.
- ❖ La massima pendenza su cui l'autocarro può avviarsi se il coefficiente di aderenza è pari a 0.4 e lo sforzo di trazione all'avviamento è  $T=43$  KN.
- ❖ La massima coppia frenante che può essere applicata inizialmente ( $V=90$ km/h  $a=0$ ) a ciascun asse affinché non si abbia lo slittamento (i.e. superamento del massimo valore della forza di aderenza disponibile) se l'autoarticolato viaggia a 90 km/h su una livellata a pendenza nulla.
- ❖ Lo spazio di arresto al limite dell'aderenza (su tutti gli assi) supposto che la velocità iniziale sia di 90 km/h e che la strada sia in rettilineo ed abbia una pendenza longitudinale del 4% in discesa.
- ❖ Il coefficiente di aderenza disponibile (residua) sull'asse motore nella direzione perpendicolare al moto (aderenza trasversale) quando il veicolo percorre una curva di raggio pari a 400m alla velocità costante di 70km/h, supponendo che il dominio delle forze di aderenza sia circolare ( $f_{TOT}^2 = f_{long}^2 + f_{tra}^2$ ).

Si ricorda che per individuare la massima pendenza a cui l'autoarticolato può viaggiare ad una velocità costante (o può avviarsi) si impone dapprima l'equilibrio alla rotazione del semirimorchio intorno all'asse perpendicolare alla traiettoria del veicolo giacente sul piano viabile e passante per la proiezione della ralla sulla superficie stradale.

$$W_s = \frac{d_2}{L_2} W_2 + \frac{h_2}{L_2} \left( R_{a2} + \frac{a \cdot W_2}{g} \pm W_2 \cdot \text{sen} \theta - F_{hi} \right)$$

Scrivendo inoltre l'equazione di equilibrio alla traslazione nella direzione del moto si ha:

$$F_{hi} = R_{a2} + \frac{a \cdot W_2}{g} \pm W_2 \cdot \text{sen} \theta + f_r \cdot W_s$$

Da cui si ha:

$$-f_r \cdot W_s = R_{a2} + \frac{a \cdot W_2}{g} \pm W_2 \cdot \text{sen} \theta - F_{hi}$$

Sostituendo nella prima equazione si ha:

$$W_s = \frac{W_2 \cdot d_2}{L_2 + f_r \cdot h_2}$$

E quindi si ottiene  $W_{hi} = W_2 - W_s$

Imponendo l'equilibrio alla rotazione intorno all'asse congiungente i centri delle aree di impronta dei pneumatici dell'asse anteriore del trattore si ha:

$$W_r = \frac{W_1 \cdot l_1 + h_1 \cdot \left( R_{a1} + a \cdot \frac{W_1}{g} \pm W_1 \cdot \text{sen} \theta + F_{hi} \right) + (L_1 - d_1) \cdot W_{hi}}{L_1}$$

Da cui si ricava  $W_r$  in funzione della pendenza  $i$ .

Imponendo che lo sforzo di trazione sia pari alla massima forza di aderenza ed scrivendo l'equilibrio alla traslazione del trattore nella direzione del moto si ottiene:

$$T_{tot} = F_a = W_r \cdot f_a = R_{a1} + \frac{a \cdot W_1}{g} \pm W_1 \cdot \text{sen} \theta + f_r (W_1 + W_{hi}) + F_{hi}$$

Sostituendo l'espressione di  $W_r$  trovata precedentemente in tale equazione si ottiene un'equazione lineare nell'unica incognita  $i$  che risolta fornisce il valore della pendenza massima superabile al limite dell'aderenza.

#### TRACCIA 4 (Argomento: Distanza di visibilità per l'arresto)

Un utente sta viaggiando su un tronco stradale a curvatura nulla (rettilineo) avente pendenza longitudinale costante pari a -1% in una notte piovosa, a bordo del veicolo le cui caratteristiche sono riportate nella tabella di seguito riportata. Sulla strada è presente una segnalazione di lavori in corso visibile ad una distanza di 160 m. L'utente investe le segnalazioni del cantiere e si arresta dopo 20 m.

Poiché l'utente afferma di non aver superato il limite di velocità di 90 km/h e i segni della frenatura dei pneumatici si estendono per una distanza pari a 100 m, verificare:

- se lo spazio di frenatura sia compatibile con la velocità dichiarata,
- se la reazione dell'utente è confrontabile con il comportamento adottato dalla maggior parte degli utenti.

DATI DEL VEICOLO			
Peso del veicolo [N] =	W=	10791	Massa veicolo [kg]= m = 1100
Densità aria [kg/mc]=	$\rho$ =	1,225	
Coefficiente di forma=	c=	0,25	
Sezione maestra [mq]=	A=	1,75	
Coefficiente magg. inerzia =	$\beta$ =	1,1	
Pendenza longitudinale =	i=	-0,01	

Si ricorda che lo spazio di arresto può essere valutato nell'ipotesi di frenatura al limite dell'aderenza su tutte le ruote del veicolo attraverso la relazione:

$$s = \beta \cdot \frac{W}{g} \int_{v_1}^{v_2} \frac{VdV}{f_a \cdot W + K_a \cdot V^2 + \left[ 0.01 \cdot \left( 1 + \frac{V}{44.80} \right) \right] \cdot W + W \cdot i} =$$

$$= \frac{\beta}{g} \int_{v_1}^{v_2} \frac{VdV}{\left( D + \frac{K_a}{W} \right) \cdot V^2 + \left( \frac{0.01}{44.80} + E \right) \cdot V + (F + 0.01 + i)} = \frac{\beta}{g} \int_{v_1}^{v_2} \frac{VdV}{A \cdot V^2 + B \cdot V + C} =$$

avendo posto:

$$A = \left( D + \frac{K_a}{W} \right); B = \left( \frac{0.01}{44.80} + E \right); C = (F + 0.01 + i)$$

dove D, E ed F rappresentano le costanti della legge quadratica che esprime i coefficiente di aderenza in funzione della velocità.

Ricordando che l'integrale sopra riportato è un integrale noto:

se  $\Delta < 0$  ( $\Delta = B^2 - 4AC$ )

$$s = \frac{\beta}{g} \cdot \left[ \frac{1}{2 \cdot A} \lg |A \cdot V^2 + B \cdot V + C| - \frac{B}{2A} \cdot \frac{2}{\sqrt{4AC - B^2}} \cdot \arctg \left( \frac{2A \cdot V + B}{\sqrt{4AC - B^2}} \right) \right]_{v_1}^{v_2}$$

se  $\Delta > 0$

$$s = \frac{\beta}{g} \cdot \left[ \frac{1}{2 \cdot A} \lg |A \cdot V^2 + B \cdot V + C| - \frac{B}{2A} \cdot \frac{1}{\sqrt{B^2 - 4AC}} \cdot \lg \left| \frac{2A \cdot V + B - \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A \cdot V + B + \sqrt{B^2 - 4AC}} \right| \right]_{v_1}^{v_2}$$

Risposte:

- Lo spazio di arresto è compatibile con la velocità dichiarata dall'utente;
- I tempi di reazione dell'utente sono significativamente più elevati di quelli considerati dalla normativa, i quali peraltro fanno riferimento a percentili elevati delle distribuzioni (i.e circa 90° percentile).