

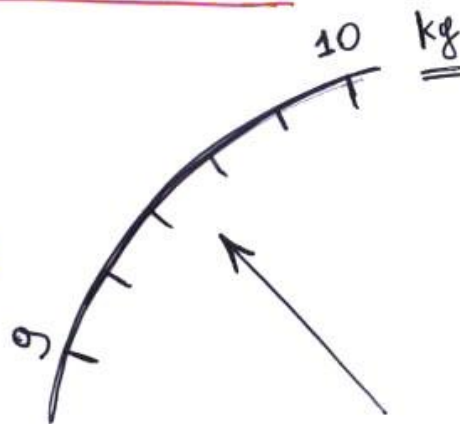
Incertezza di misura

Incertezze strumentale δS

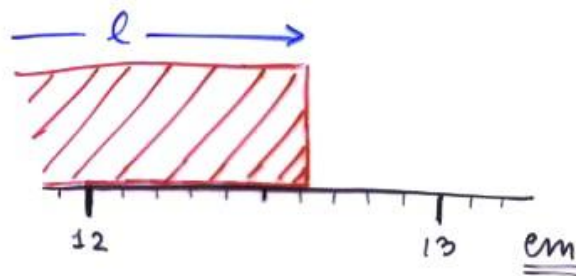
ESEMPIO 1

$$m = 9,5 \pm 0,1 \text{ kg}$$

$$\delta S = \frac{1}{2} \text{ div}$$



ESEMPIO 2



$$l = 12,60 \pm 0,05 \text{ cm}$$

$$\delta S = \frac{1}{2} \text{ div}$$

Incertezza e singola misura

• $\boxed{\text{SINGOLA MISURA}} \xRightarrow{\delta M} \boxed{\delta S}$

- Strumento analogico $\Rightarrow$ $\left[\begin{array}{l} \text{delle divisioni} \\ \text{della scala} \end{array} \right]$
- Strumento digitale $\Rightarrow$ $\left[\begin{array}{l} \text{la var.} \\ \text{min. dell'ult.} \\ \text{cifra} \end{array} \right]$

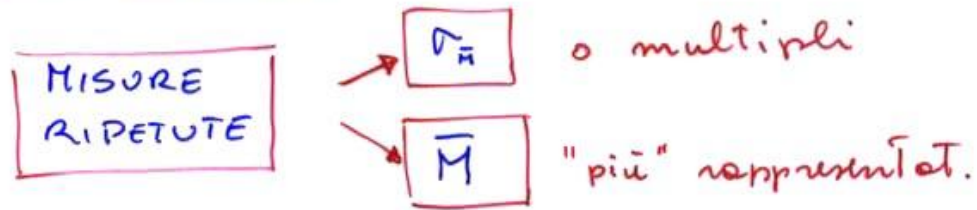
In uno
Strumento ben
costituito

$$\boxed{R \Leftrightarrow \delta S}$$

dove R è la "risoluzione"

RISOLUZIONE: minima variazione
apprezzabile del misurando

Incertezza e misure ripetute



- Di solito: $\left\{ \begin{array}{l} \rightarrow \text{disp. casuale} \\ \rightarrow \text{no err. sistematici} \end{array} \right.$

• Media aritmetica

$$\bar{M} = \frac{\sum_i M_i}{N} \quad \leftarrow \text{numero di misure}$$

• Deviazione standard (delle medie)

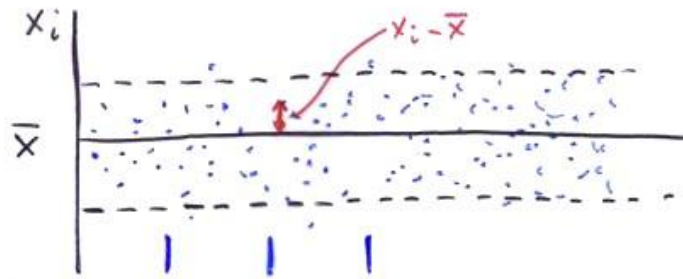
$\sigma_{\bar{M}}$ si ricava da $\sigma_H \rightarrow$ parametro che rappresenta "quanto è ampia la dispersione dei dati"

INCERT. "STATISTICA"

$$\sigma_H \Rightarrow \sigma_{\bar{M}} \Rightarrow SM$$

Come si costruisce?

La dispersione dei dati (intorno alla media)



NOTE

① La media delle deviazioni?

$$\sum_i \frac{x_i - \bar{x}}{N} = 0 \Rightarrow \underline{\underline{\text{no!}}}$$

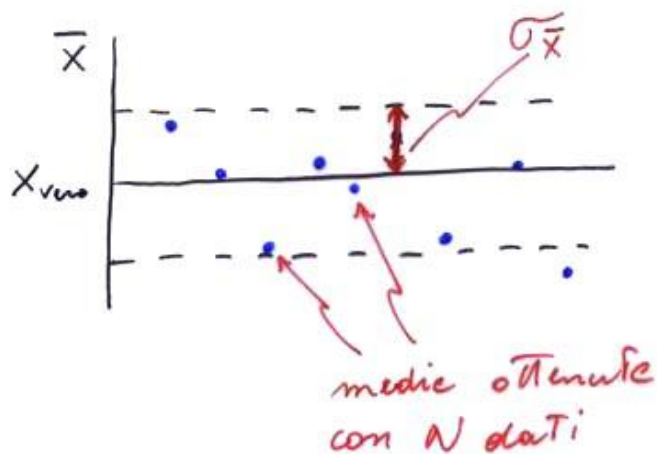
② La media delle deviazioni quadratiche?

$$\sum_i \frac{(x_i - \bar{x})^2}{N} \Rightarrow \underline{\underline{\text{sì!}}} \text{ ma poi } \sqrt{\quad}$$

③ Per farlo funzionare bene $N \rightarrow N-1$

$$\Rightarrow \sigma_x \triangleq \sqrt{\frac{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}{N-1}} \quad \begin{array}{l} \text{deviazione} \\ \text{Standard} \end{array}$$

La dispersione delle medie (intorno al valor vero)



NOTA

Se cresce $N \Rightarrow \bar{X} \rightarrow X_{vuo}$

ne tengo conto con un fattore $\frac{1}{\sqrt{N}}$



$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{N-1}}$$

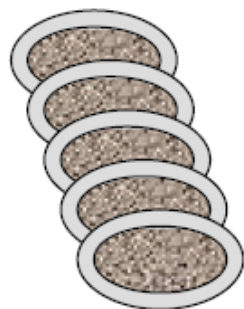
deviazione
standard
delle medie

Riassumiamo con un esempio

Valore medio

Ogni misura è affetta da un errore di tipo sistematico e/o casuale.

Supponiamo di voler datare un mattone proveniente da una chiesa per mezzo della termoluminescenza. Per far ciò si preparino, ad esempio, 5 campioni dalla stessa zona.



Valori di misura

$$x_1 = 1203 \text{ dc}$$

$$x_2 = 1238 \text{ dc}$$

$$x_3 = 1191 \text{ dc}$$

$$x_4 = 1213 \text{ dc}$$

$$x_5 = 1183 \text{ dc}$$

La miglior stima per l'età del mattone è fornita dalla media delle misure ottenute

$$\text{Età media} = \frac{1203 + 1238 + 1191 + 1213 + 1183}{5} = 1205.6 \text{ dc}$$

In termini matematici:

$$\text{Età media} = \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad \text{Con } N = 5$$

Il solo valor medio così ottenuto non dà però alcuna informazione sulla "vera" data di fabbricazione dell'oggetto.

Bisogna associare a questo valore l'incertezza di misura

Scarti dal valor medio

Da due diversi laboratori, per lo stesso mattone, si ottiene:

Misura lab. 2

Deviazione lab. 2

$$x_1 = 122 \text{ ac}$$

$$d_1 = -1327.6 \text{ anni}$$

$$x_2 = 2113 \text{ dc}$$

$$d_2 = 917.4 \text{ anni}$$

$$x_3 = 500 \text{ dc}$$

$$d_3 = -705.6 \text{ anni}$$

$$x_4 = 1020 \text{ dc}$$

$$d_4 = -185.6 \text{ anni}$$

$$x_5 = 2517 \text{ dc}$$

$$d_5 = 1311.4 \text{ anni}$$

Misura lab. 1

Deviazione lab. 1

$$x_1 = 1203 \text{ dc}$$

$$d_1 = -2.6 \text{ anni}$$

$$x_2 = 1238 \text{ dc}$$

$$d_2 = 32.4 \text{ anni}$$

$$x_3 = 1191 \text{ dc}$$

$$d_3 = 14.6 \text{ anni}$$

$$x_4 = 1213 \text{ dc}$$

$$d_4 = 7.4 \text{ anni}$$

$$x_5 = 1183 \text{ dc}$$

$$d_5 = -22.6 \text{ anni}$$

$$\text{Età media} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i = \frac{1}{5} (-122 + 2113 + 500 + 1020 + 2517) = 1205.6 \text{ dc}$$

Analizzando lo scarto (o deviazione) $d_i = x_i - \bar{x}$ dei dati dalla media

Lab.2: stessa datazione (1205.6 dc) ma "qualità inferiore" (maggiori scarti)

Dispersione dei dati

Poiché la media degli scarti vale 0, per valutare quanto le singole misure siano disperse intorno alla loro media si introduce un parametro ricavato dai quadrati degli scarti, la

$$\text{deviazione standard: } \sigma_x = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_1^N d_i^2}$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_1^N d_i^2} = \sqrt{\frac{1}{4} (1327.6^2 + 917.4^2 + 705.6^2 + 185.6^2 + 1331.4^2)} = 1039.3 \text{ anni}$$

Deviazione Standard lab. 2

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_1^N d_i^2} = \sqrt{\frac{1}{4} (2.6^2 + 32.4^2 + 14.6^2 + 7.4^2 + 22.6^2)} = 21.4 \text{ anni}$$

Deviazione Standard lab. 1

σ_x rappresenta la dispersione delle singole misure

(è l'incertezza, statistica, da assegnare a una singola misura per definire una fascia di valore che includa il valor "medio" il quale, soprattutto per N grande, ben rappresenta quello "vero")

Incertezza di misura

Per valutare quanto la media (assunta come valore della misura) disti dal valor vero (cioè per stimare l'incertezza da associare alla media) si introduce la

$$\text{deviazione standard della media: } \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}$$

Incertezza sulla media lab 2

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = \frac{1039.3}{\sqrt{5}} = 464.8 \text{ anni}$$

Incertezza sulla media lab 1

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = \frac{21.4}{\sqrt{5}} = 9.6 \text{ anni}$$

misura finale

Laboratorio 2

$Et\grave{a} = 1200 \pm 500 \text{ anni}$

Laboratorio 1

$Et\grave{a} = 1200 \pm 10 \text{ anni}$

$\sigma_{\bar{x}}$ è l'incertezza (statistica) da assegnare alla media delle misure