



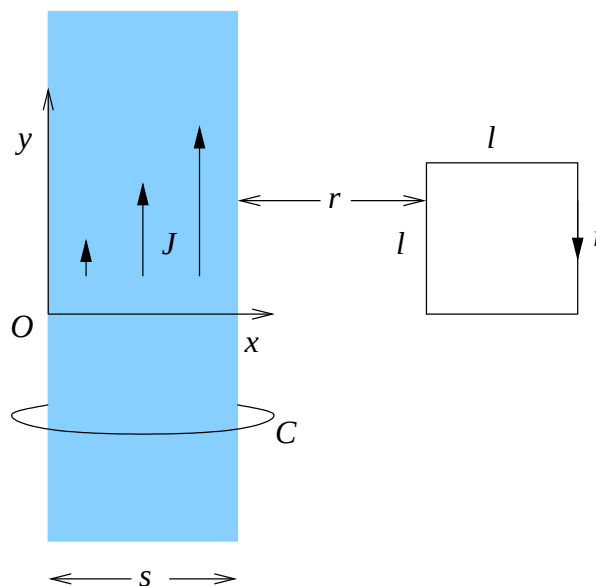
Anno Accademico 2009-2010
Corso di Laurea in Fisica e F.A.M.
Esame di Fisica 2 (parte 1^a, EM1)
Prof P. Chiaradia
6 Settembre 2010

Problema

Un nastro conduttore non omogeneo indefinito di spessore trascurabile e larghezza $s = 6 \text{ cm}$ è percorso da una corrente I , distribuita non uniformemente sul nastro, con densità lineare di corrente $J(x) = ax$ e diretta lungo y (vedi figura). La circuitazione del campo B_0 lungo una linea chiusa C concatenata con il nastro vale $1.9 \cdot 10^{-5} \text{ Wb/m}$.

Si calcoli:

- 1) il valore della corrente i ;
- 2) il valore della costante a ;
- 3) l'espressione del campo B_0 nel piano del nastro (nella regione $x > s$) in funzione della distanza r dal bordo del nastro¹;
- 4) il valore della forza (specificando se attrattiva o repulsiva) che agisce su una spira quadrata di lato $l = s/2$, percorsa da una corrente $i = 2 \text{ A}$ circolante in senso orario e disposta sul piano del nastro ad una distanza dal bordo $r = s/2$.



¹Si ricorra ad una formula integrale.

Soluzione

1) Dal teorema della circuitazione abbiamo:

$$\oint B_0 \cdot dl = \mu_0 I \quad \Rightarrow \quad I = \frac{1}{\mu_0} \oint B_0 \cdot dl = 15.1 \text{ A}$$

2) La corrente totale sarà l'integrale su tutto il nastro della densità di corrente superficiale, per cui possiamo scrivere:

$$I = \int_0^s J(x) dx = \frac{1}{2} a s^2 \quad \Rightarrow \quad a = \frac{2I}{s^2} = 8390 \text{ A/m}^2$$

3) Consideriamo ora, sul nastro, una striscia infinitesima di larghezza dx e posizione x . La corrente su tale striscia è $dI = J(x)dx = (2Ix/s^2)dx$, per cui il campo infinitesimo da essa generato in un punto del piano distante r dal bordo (e quindi $r+s-x$ dalla striscia infinitesima) è:

$$dB_0(r) = \frac{\mu_0 dI}{2\pi(r+s-x)} = \frac{\mu_0 I x}{\pi s^2 (r+s-x)} dx$$

diretto perpendicolarmente (con verso entrante) al piano del nastro. Il campo si ottiene integrando nella variabile x .

$$B_0(r) = \frac{\mu_0 I}{\pi s^2} \int_0^s \frac{x dx}{r+s-x} = \frac{\mu_0 I}{\pi s^2} \left[(r+s) \log \left(1 + \frac{s}{r} \right) - s \right]$$

come si ottiene facilmente con il cambio di variabile $x' = r+s-x$.

4) La risultante della forza sulla spira è data dalla somma delle forze sui tratti di spira paralleli al nastro (di segno opposto).

$$F = il[-B_0(r) + B_0(l+r)] = -\frac{\mu_0 i l}{\pi s^2} \left[(r+s) \log \left(1 + \frac{s}{r} \right) - (r+l+s) \log \left(1 + \frac{s}{r+l} \right) \right]$$

e sostituendo i valori del problema, si ottiene

$$F = -\frac{\mu_0 i l}{4\pi} (3 \log 3 - 4 \log 2) = -1.58 \cdot 10^{-6} \text{ N}$$

diretta verso il nastro, dunque attrattiva.