

Relatività

Spazio -Tempo e
(forse) Gravitazione

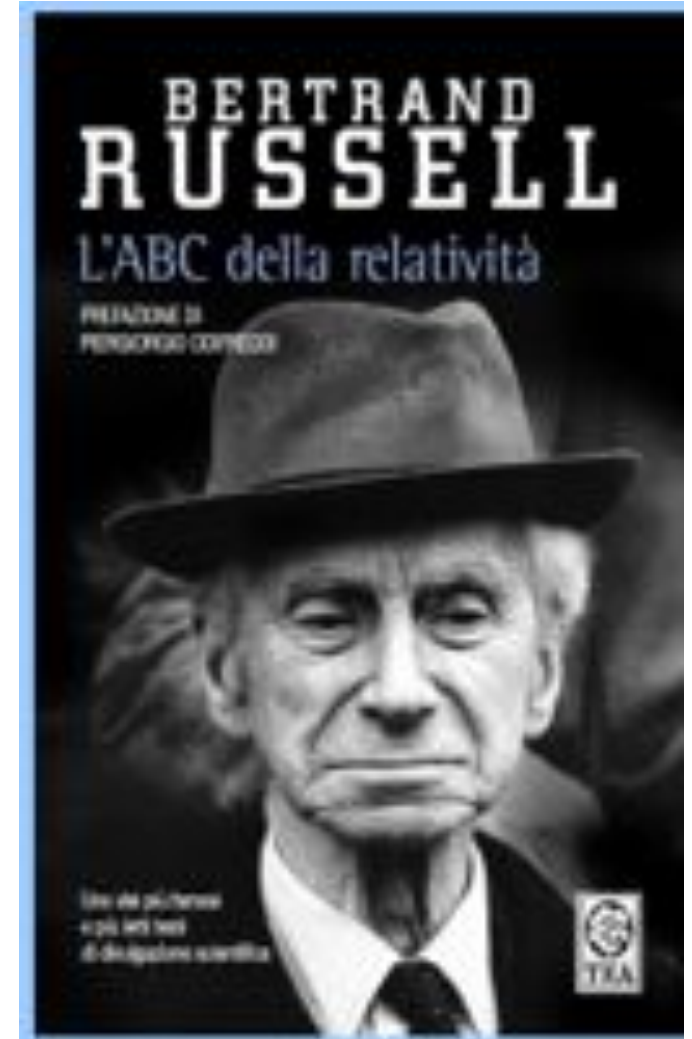
Massimo Bassan

Dipartimento di Fisica - Università Tor Vergata

Liceo Russel - 4 giugno 2010

Relatività

Spazio -Tempo e
(forse) Gravitazione



Massimo Bassan

Dipartimento di Fisica - Università Tor Vergata

Liceo Russel - 4 giugno 2010

Relatività: cos'è ?

- C'era la Relatività prima di Einstein ?
- Perché la Relatività allora (~1905) ?
- Perché la Relatività oggi ? e' ancora attuale ?
- “A che serve ?”
- Perché la chiamano Relatività Ristretta (RR) o Relatività Speciale (SR) ?

Prerequisiti: ci serve qualche strumento (degli anni scorsi)

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Chi si trova a disagio ?

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Prerequisiti: ci serve qualche strumento (degli anni scorsi)

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Chi si trova a disagio ?

$$\vec{F} = m \frac{d^2 \vec{x}}{dt^2}$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Prerequisiti: ci serve qualche strumento (degli anni scorsi)

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

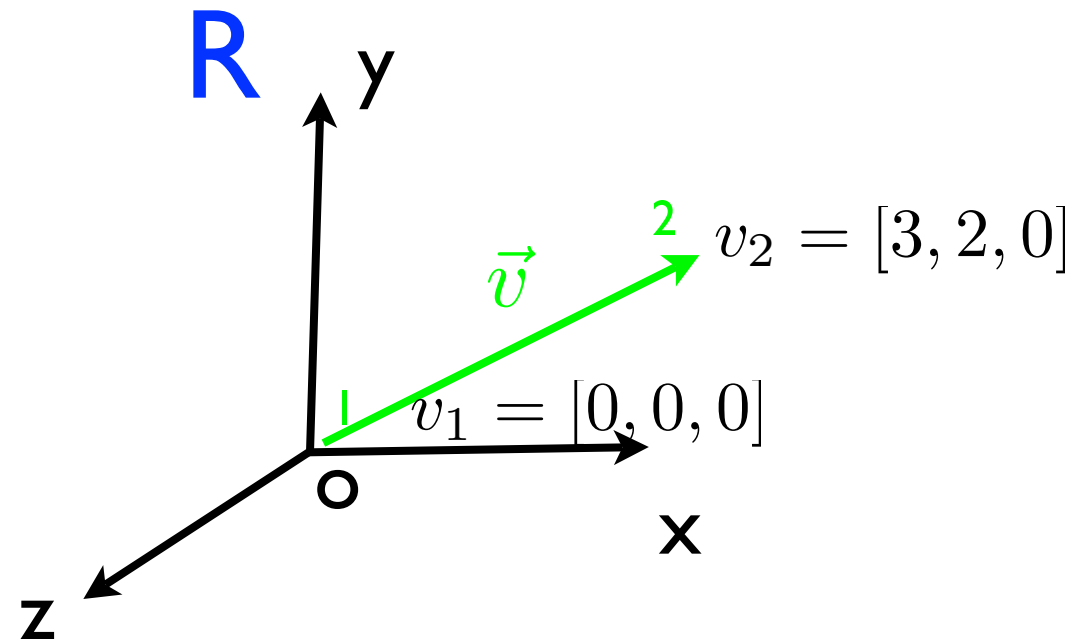
Chi si trova a disagio ?

$$\vec{F} = m \frac{d^2 \vec{x}}{dt^2}$$

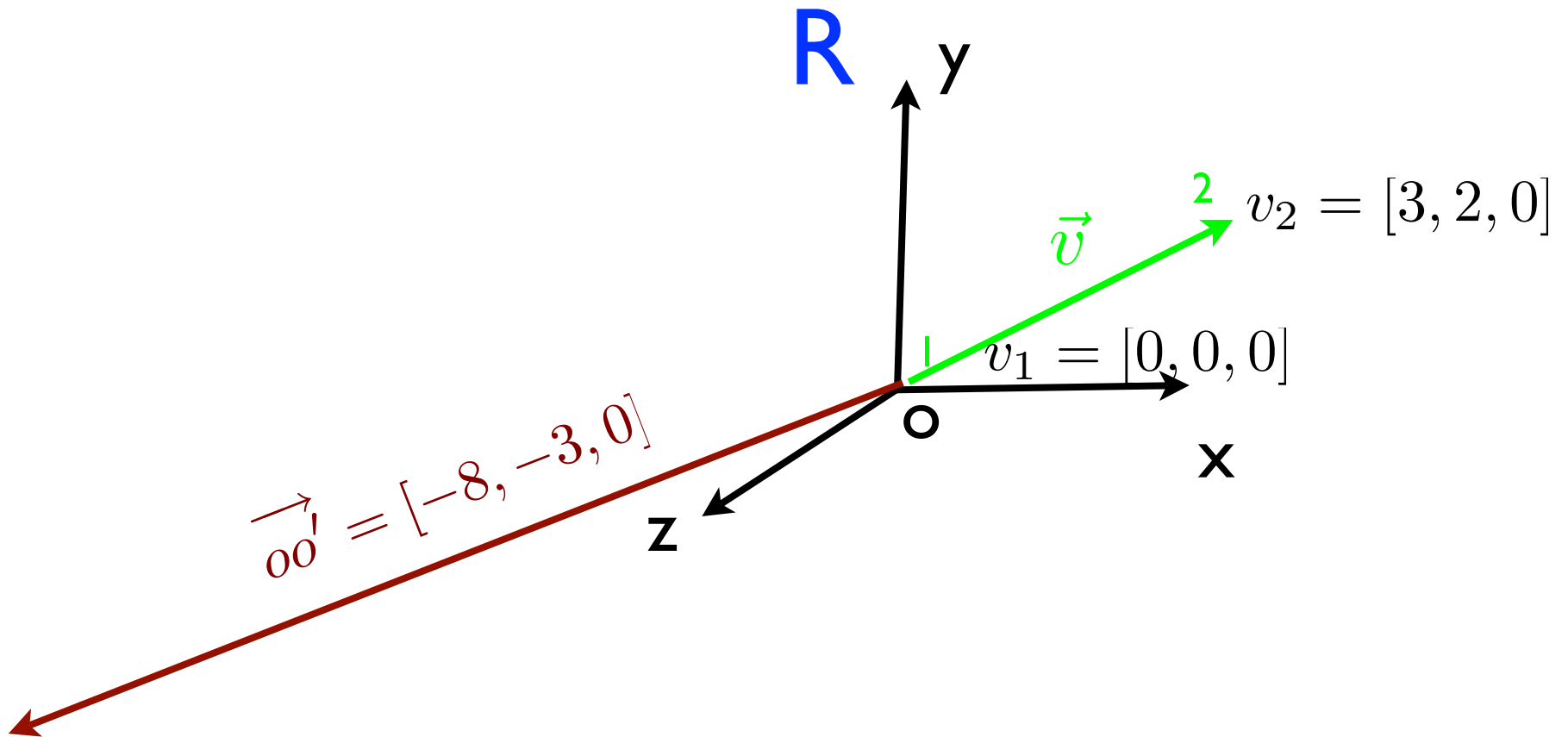
$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

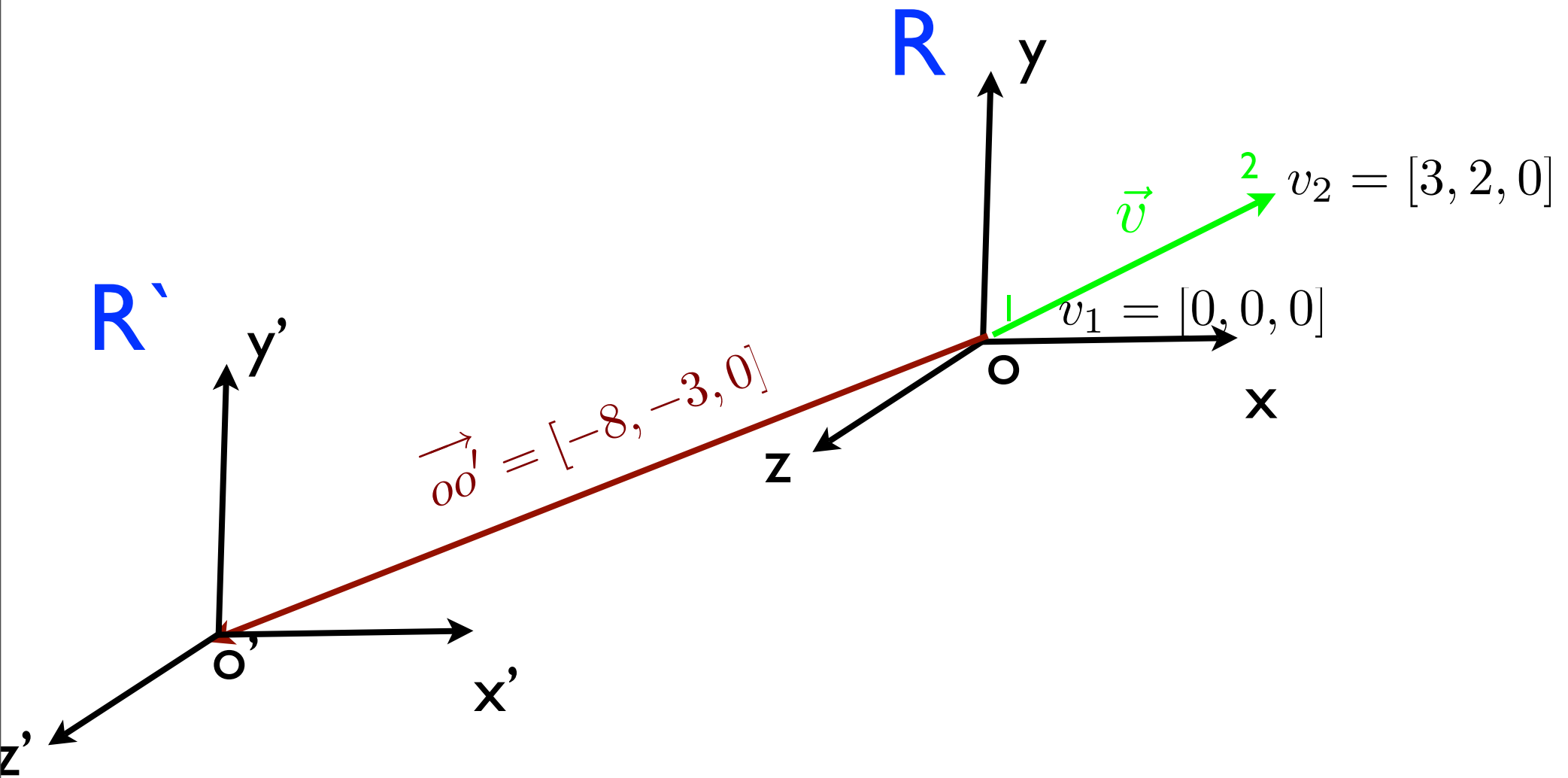
Richiami(2): sistemi di riferimento (R)



Richiami(2): sistemi di riferimento (R)

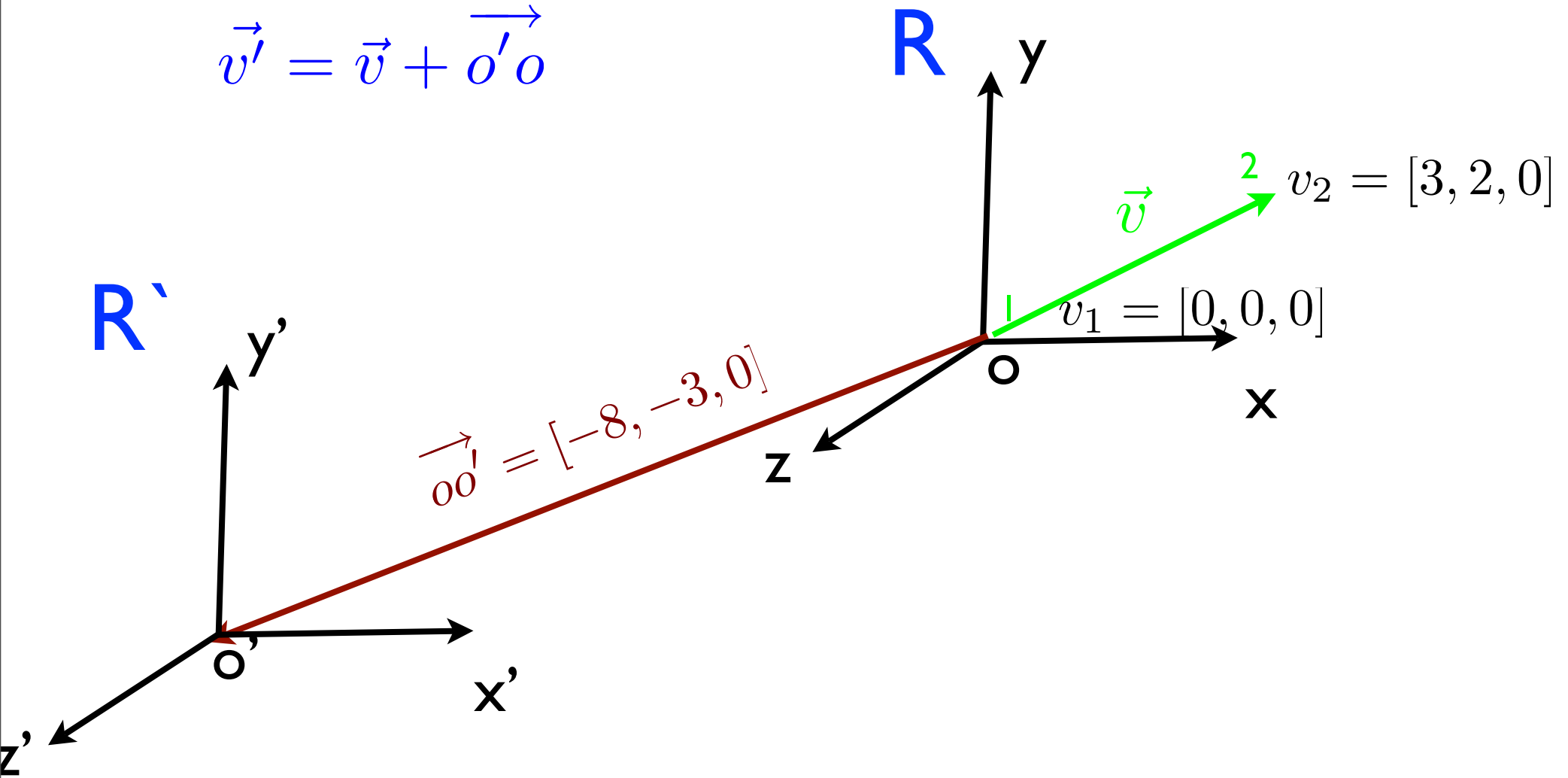


Richiami(2): sistemi di riferimento (R)



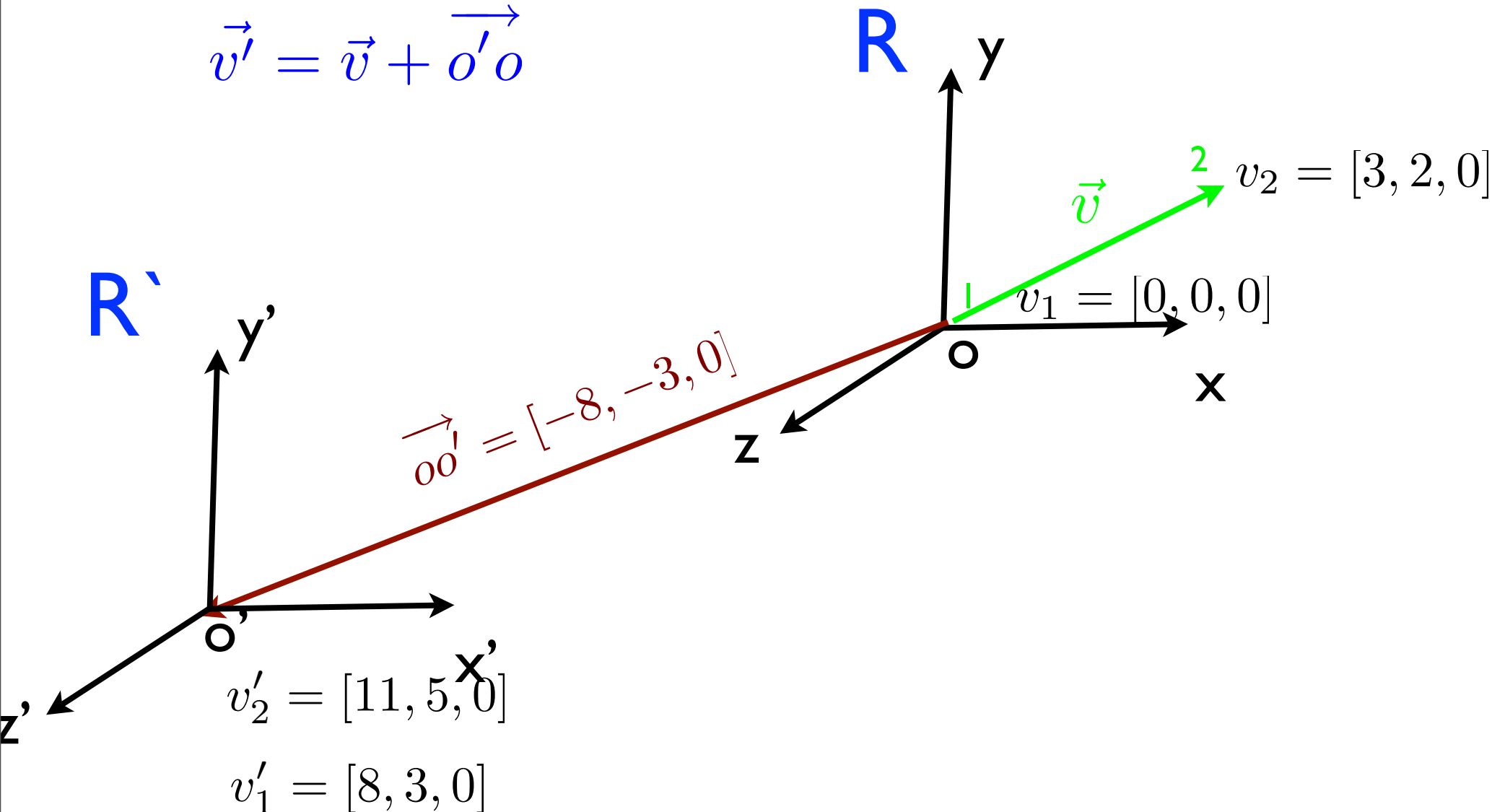
Richiami(2): sistemi di riferimento (R)

$$\vec{v}' = \vec{v} + \vec{o'o}$$



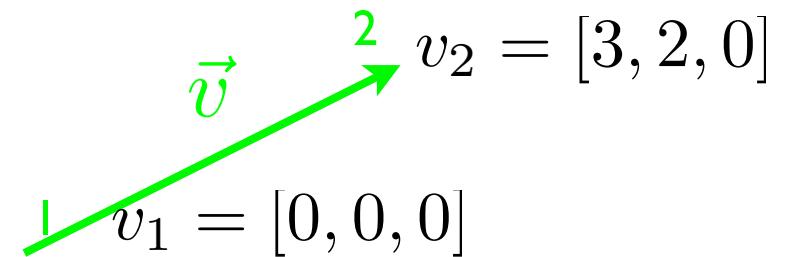
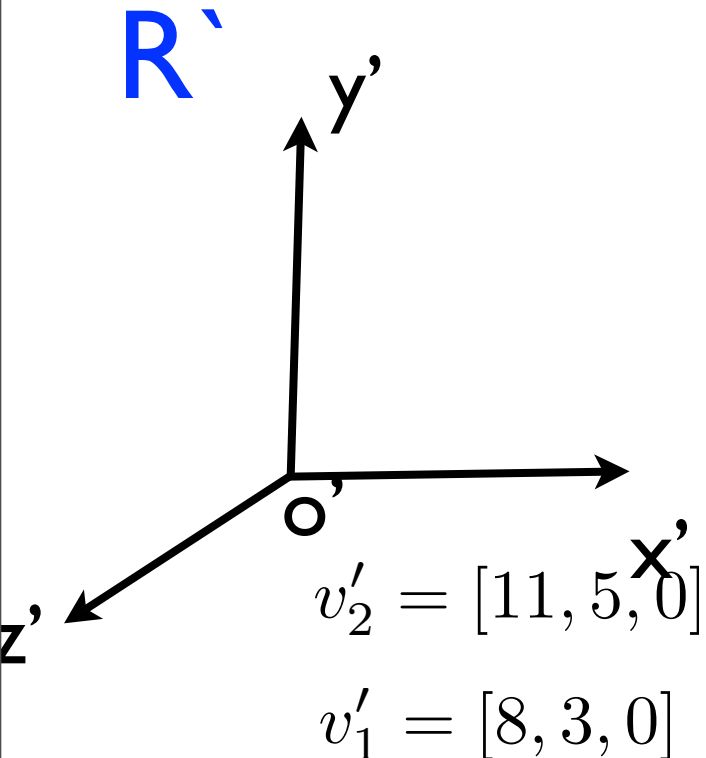
Richiami(2): sistemi di riferimento (R)

$$\vec{v}' = \vec{v} + \vec{o'o}$$



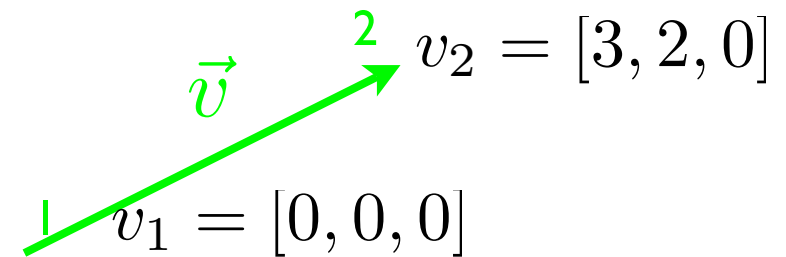
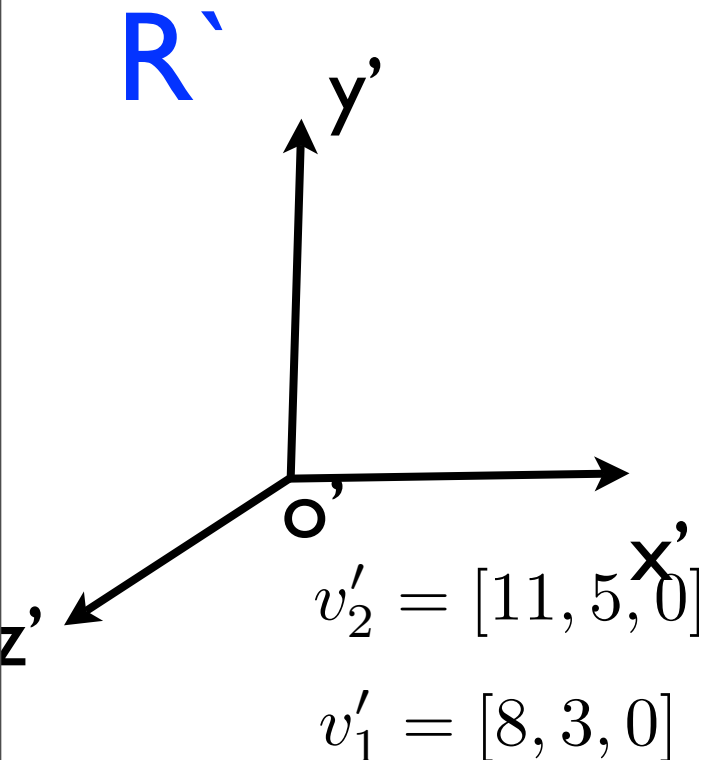
Richiami(2): sistemi di riferimento (R)

$$\vec{v}' = \vec{v} + \vec{o'o}$$



Richiami(2): sistemi di riferimento (R)

$$\vec{v}' = \vec{v} + \vec{o'o}$$



$$(v)^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = (v')^2$$

Il modulo (o norma) e' invariante per ogni R
sia in traslazione che in rotazione

Sistemi di Rif. (2)- l'approccio del fisico

Un sito in cui sia possibile fare misure ed osservazioni.

I sistemi di riferimento possono essere in moto relativo.

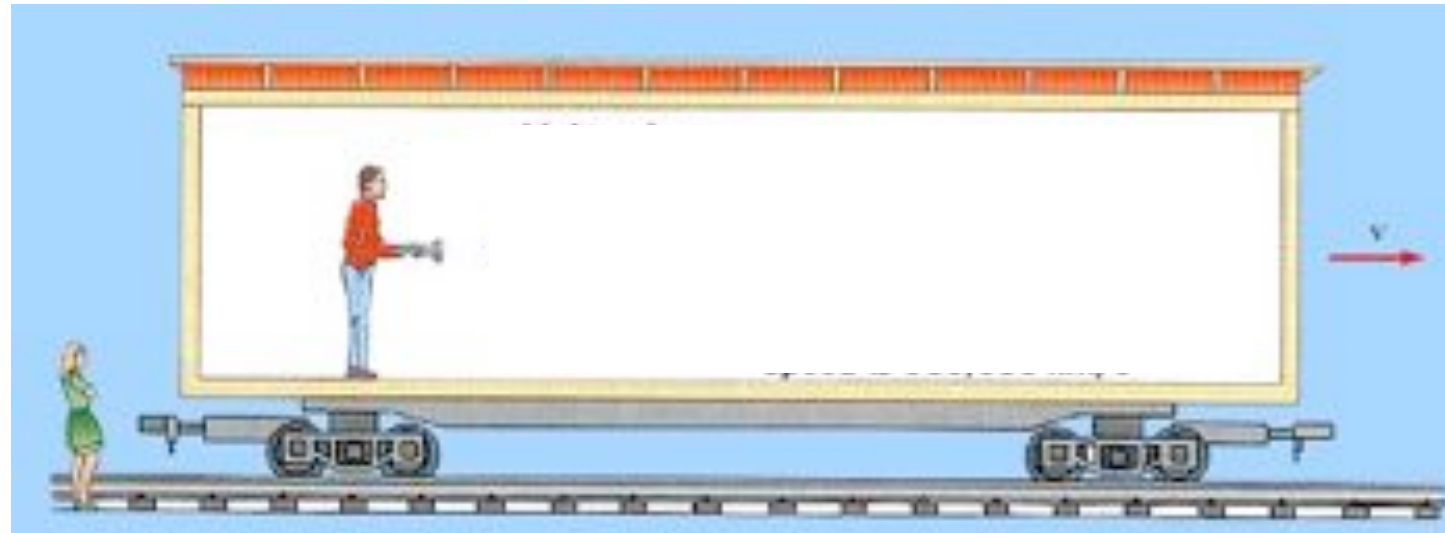
Sistemi di Rif. (2)- l'approccio del fisico

Un sito in cui sia possibile fare misure ed osservazioni.

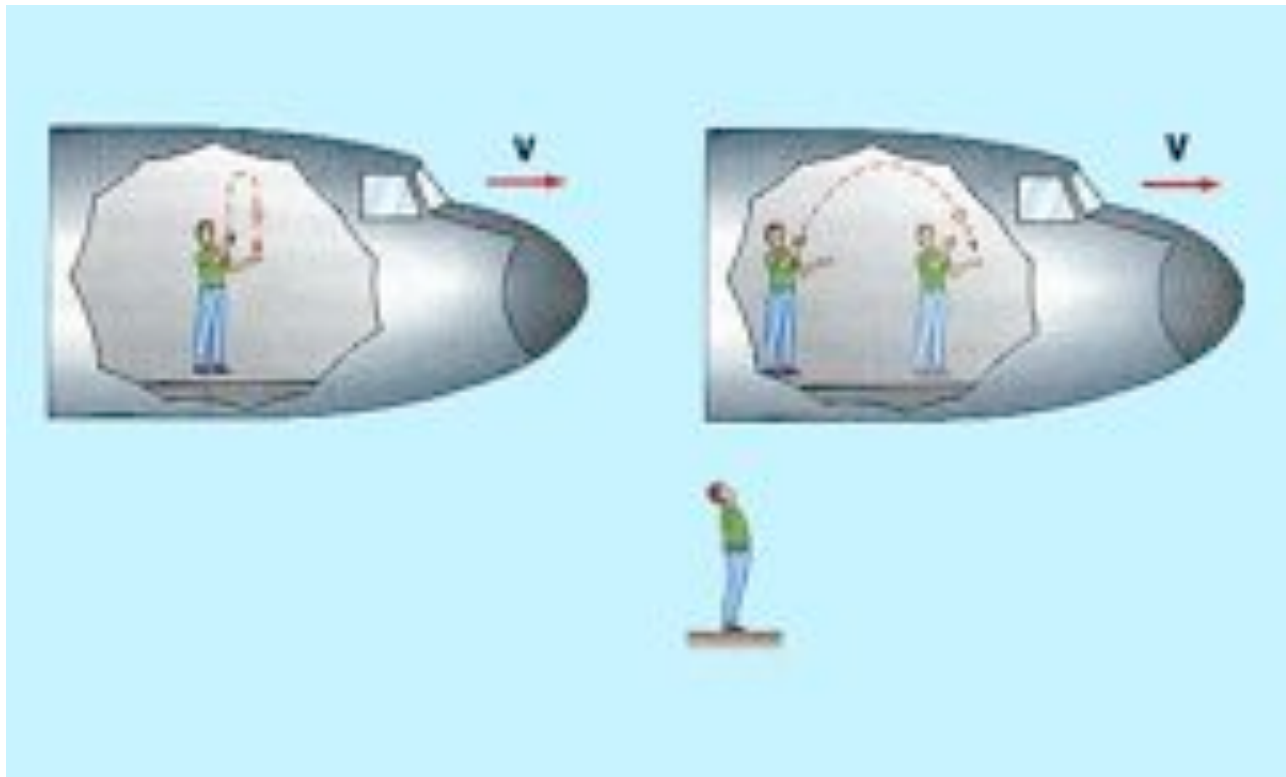
I sistemi di riferimento possono essere in moto relativo.

Esempi:

- Laboratorio
- Auto
- Aereo
- Nave
- Giostra
- Stazione spaziale



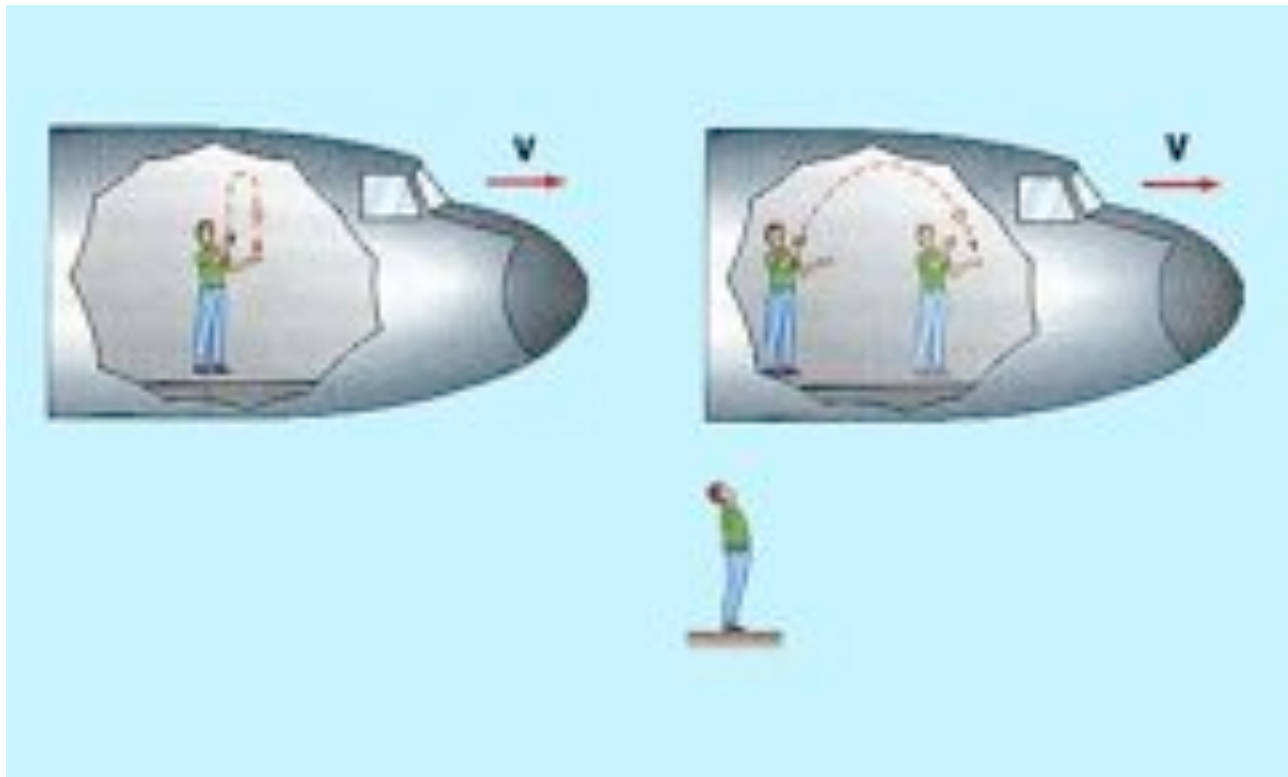
Sistema di Riferimento Inerziale



Sistema di Riferimento Inerziale

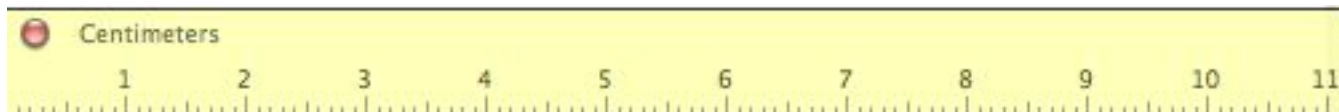
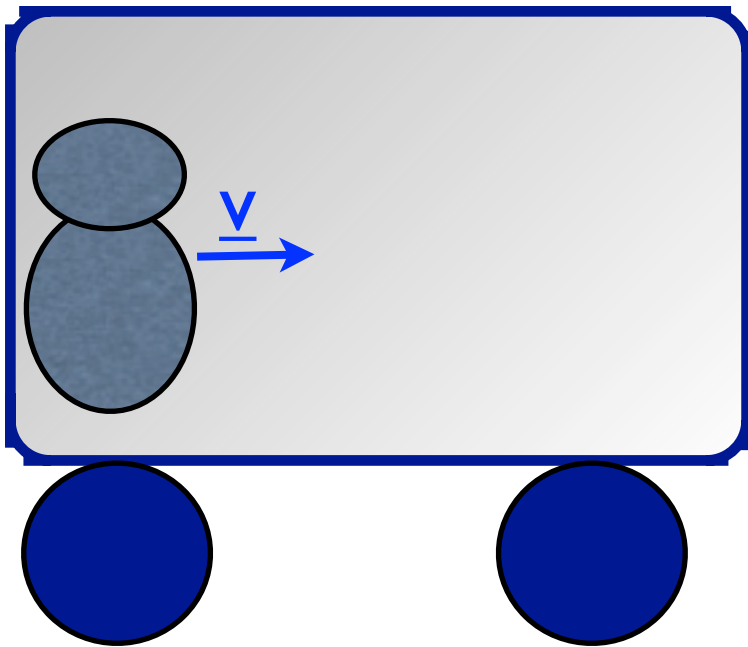
Dato un R (p.es. il laboratorio) chiamiamo inerziale ogni R' in moto rettilineo uniforme rispetto a R .

Oggi diremmo che un riferimento inerziale e' quello in cui sono valide le leggi di Newton (ma GG non le conosceva !)



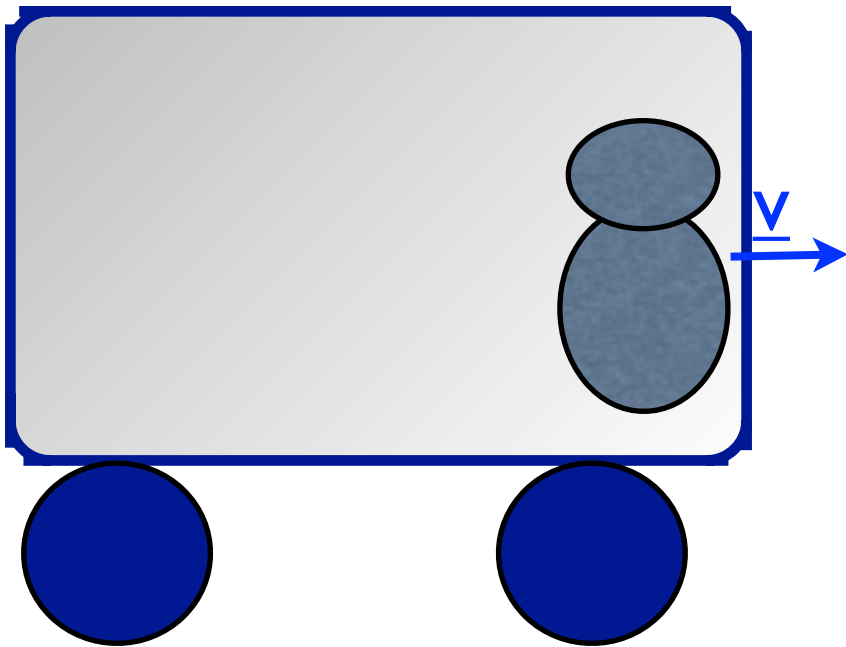
Moto Relativo I

carrello fermo rispetto all'osservatore

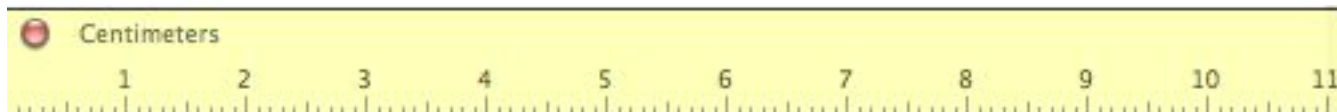


Moto Relativo I

carrello fermo rispetto all'osservatore

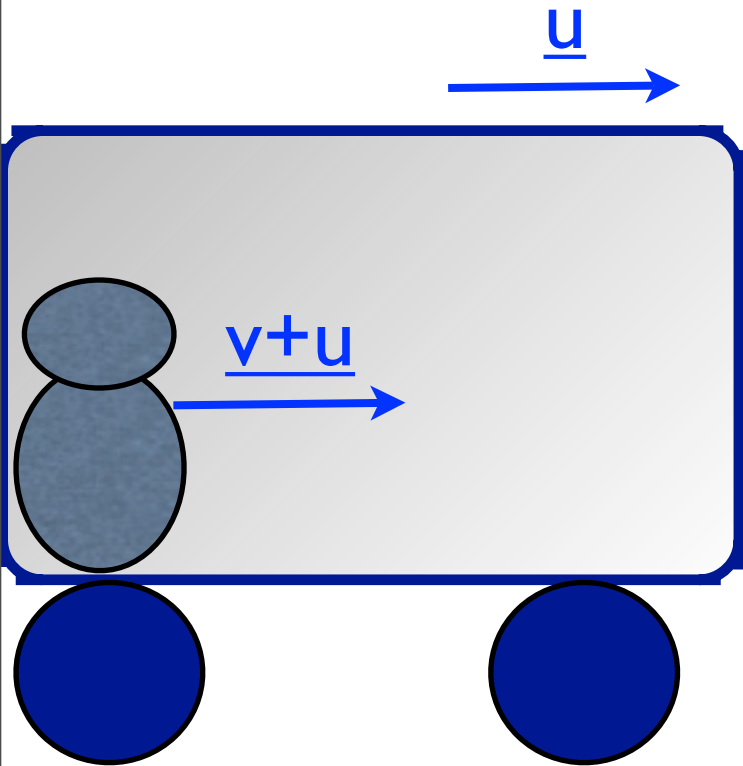


$$x(t) = vt$$



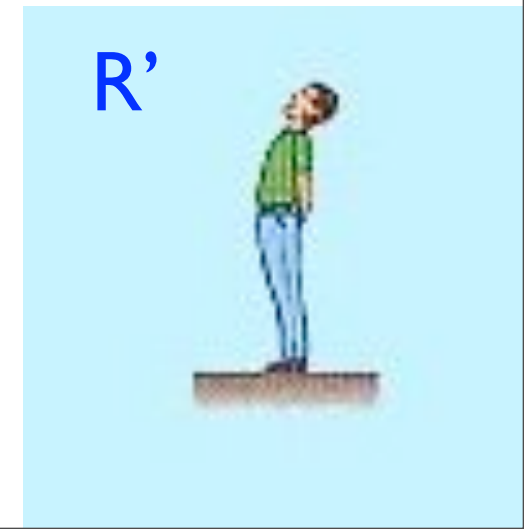
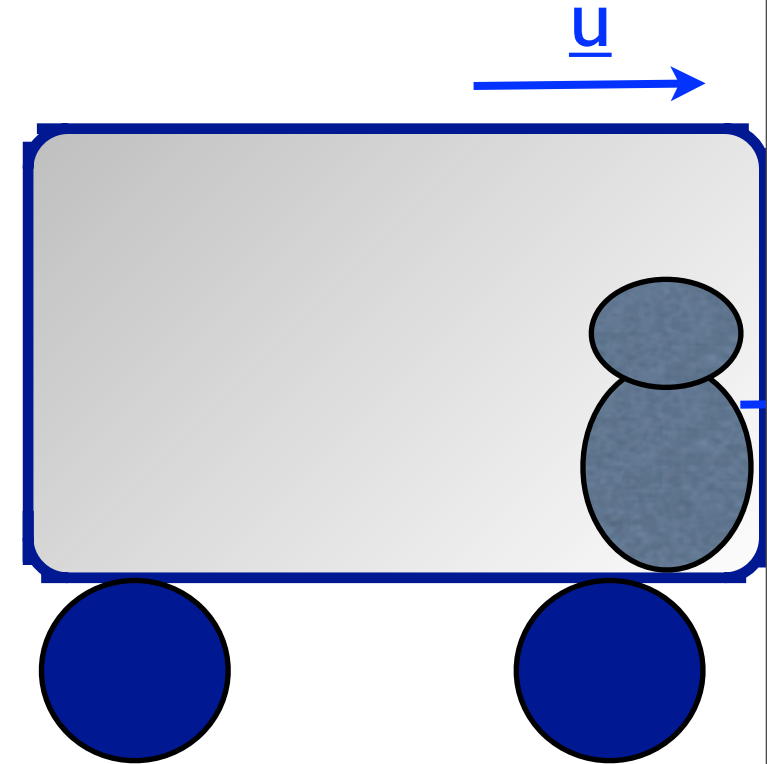
Moto Relativo II

Il carrello si muove con velocità $\underline{u}$



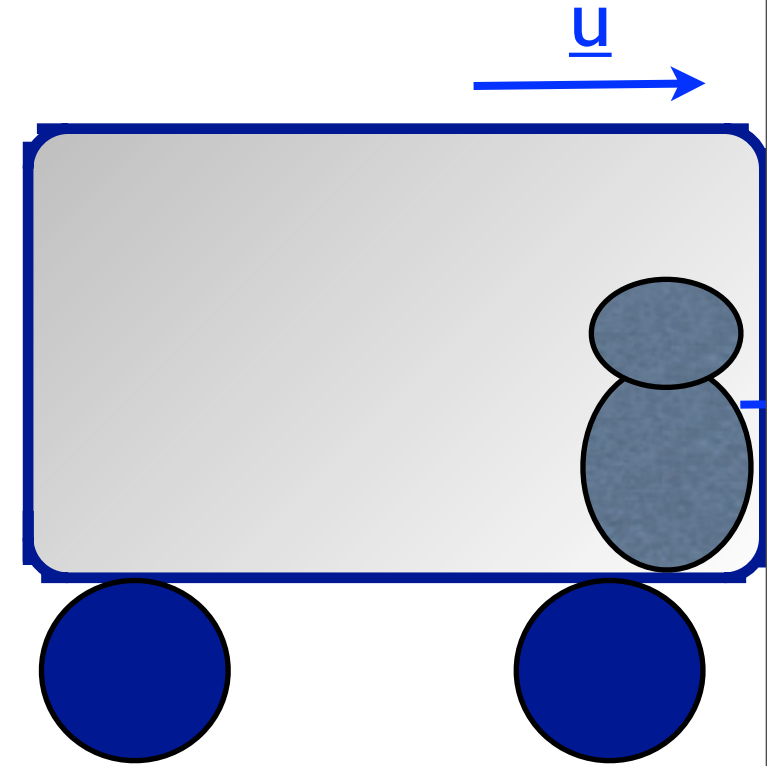
Moto Relativo II

Il carrello si muove con velocità $\underline{u}$



Moto Relativo II

Il carrello si muove con velocità $\underline{u}$



$$x' = x(t) + ut$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t$$

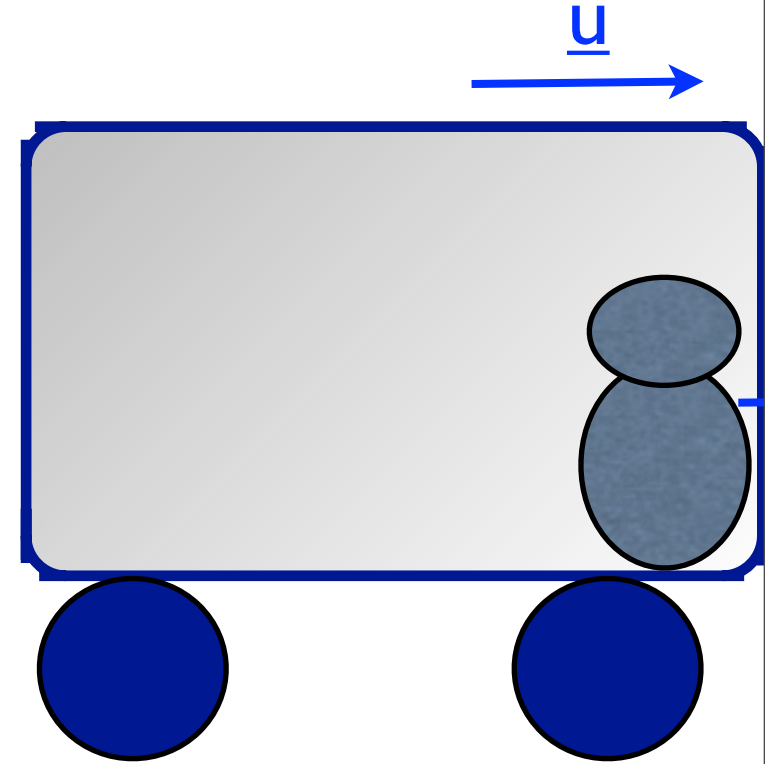
posizione

R'



Moto Relativo II

Il carrello si muove con velocità' $\underline{u}$



$$x' = x(t) + ut$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t$$

posizione

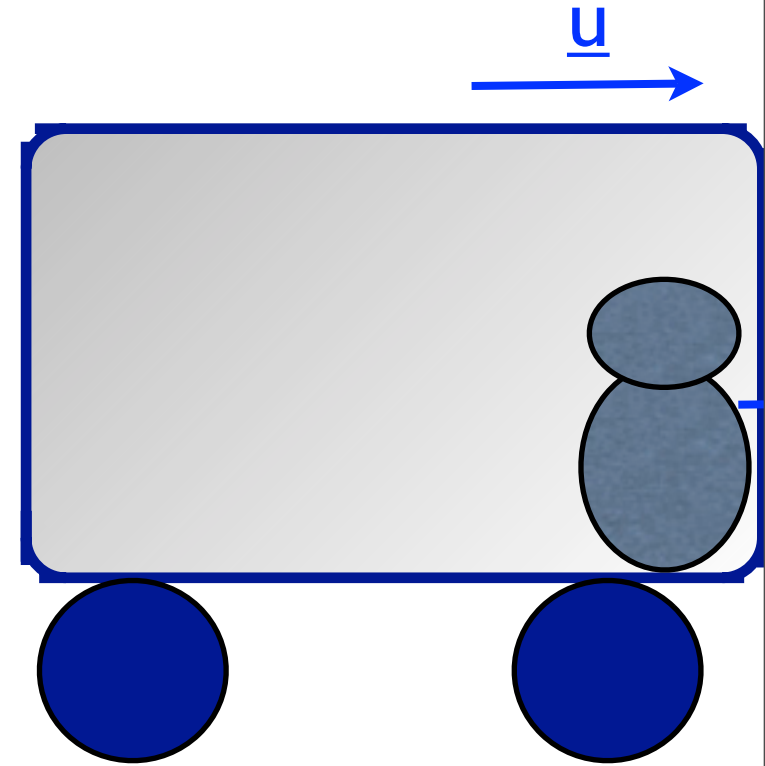
$$\xrightarrow{d/dt} v_x' = v_x + u \text{ velocità}$$

R'



Moto Relativo II

Il carrello si muove con velocità' $\underline{u}$



$$x' = x(t) + ut$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t$$

posizione

$$\xrightarrow{d/dt} v_x' = v_x + u \text{ velocità}$$

$$\downarrow d/dt$$

$$a' = a$$

R'



Relativita' secondo Galileo (RG)

...Riserratevi con qualche amico nella maggiore stanza che sia sotto coverta di alcun gran navilio, e quivi fate d'aver mosche, farfalle e simili animaletti volanti; siavi anco un gran vaso d'acqua, e dentrovi de' pescetti; suspendasi anco in alto qualche secchiello, che a goccia a goccia vada versando dell'acqua in un altro vaso di angusta bocca, che sia posto a basso; e stando ferma la nave, osservate diligentemente come quelli animaletti volanti con pari velocità vanno verso tutte le parti della stanza; i pesci si vedranno andar notando indifferentemente per tutti i versi; le stille cadenti entreranno tutte nel vaso sottoposto; e voi, gettando all'amico alcuna cosa, non più gagliardamente la dovrete gettare verso quella parte che verso questa, quando le lontananze sieno uguali; e saltando voi, come si dice, a piè giunti, eguali spazii passerete verso tutte le parti. ...fate muover la nave con quanta si voglia velocità; chè (pur che il moto sia uniforme e non fluttuante in qua e in là) voi non riconoscerete una minima mutazione in tutti li nominati effetti, nè da alcuno di quelli potrete comprender se la nave cammina oppure sta ferma.



1564 - 1642

(Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo 1632)

Relativita' secondo Galileo (RG)

Nessun esperimento permette di distinguere fra due riferimenti il cui moto relativo è rettilineo ed uniforme...

Il moto rettilineo uniforme, dunque, non è una caratteristica della dinamica, non dipende dalle forze.

Però.....

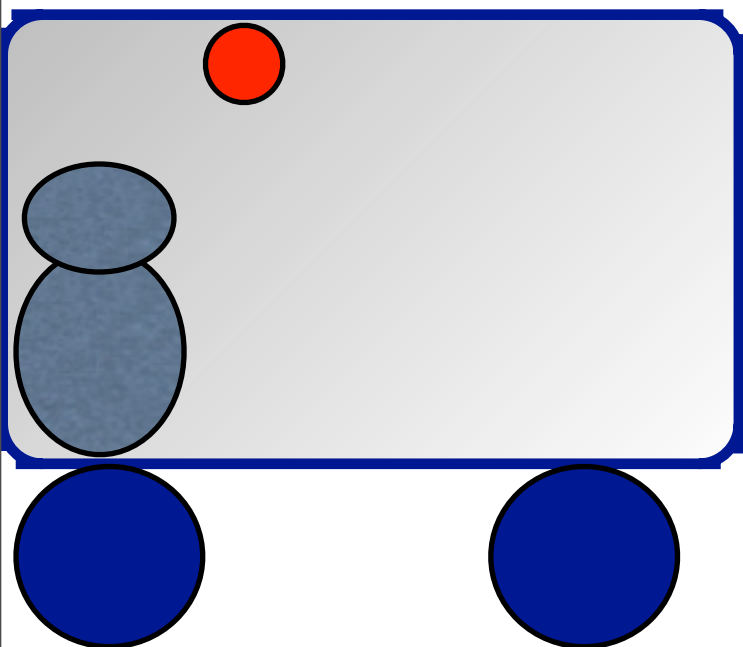
Relativita' secondo Galileo (RG)

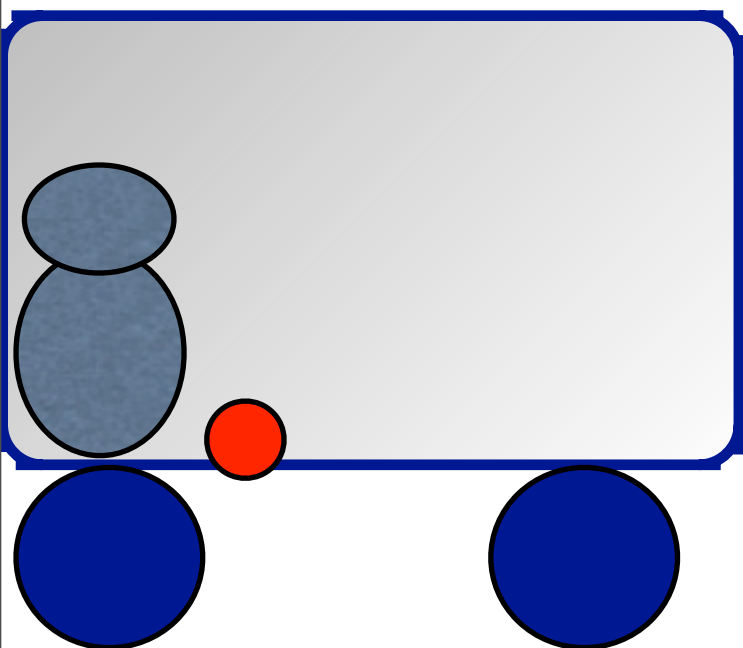
Nessun esperimento permette di distinguere fra due riferimenti il cui moto relativo è rettilineo ed uniforme...

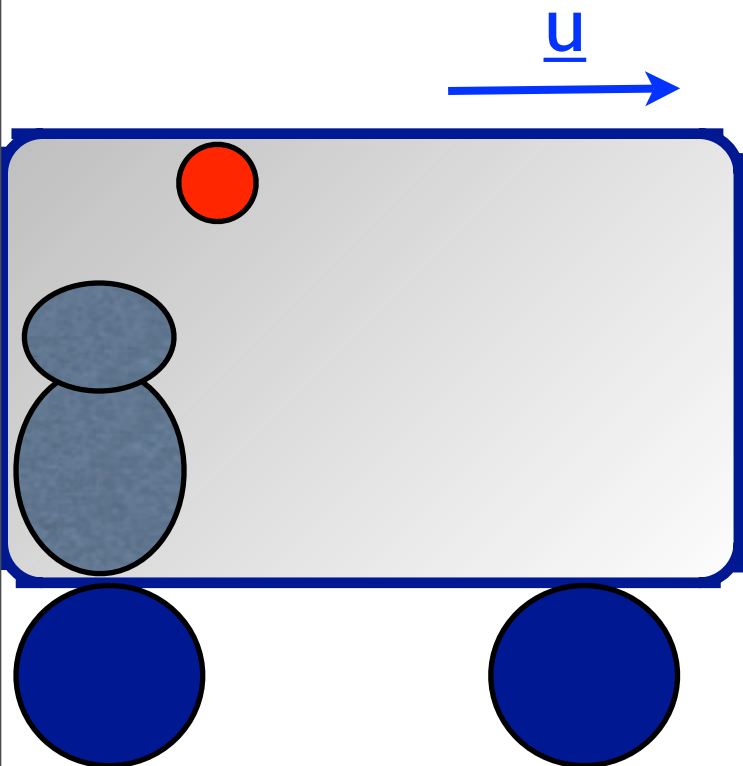
Il moto rettilineo uniforme, dunque, non è una caratteristica della dinamica, non dipende dalle forze.

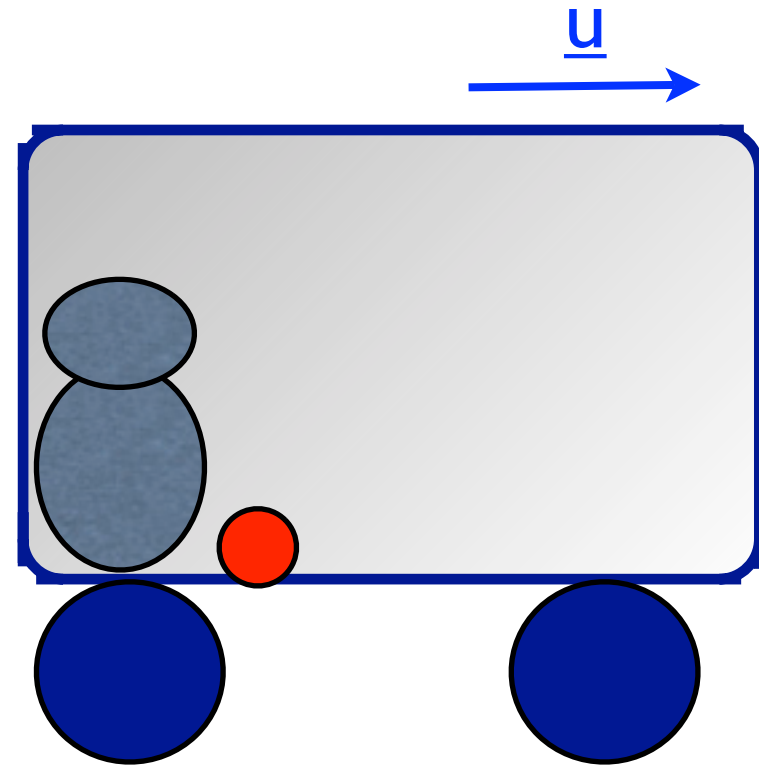
Però.....

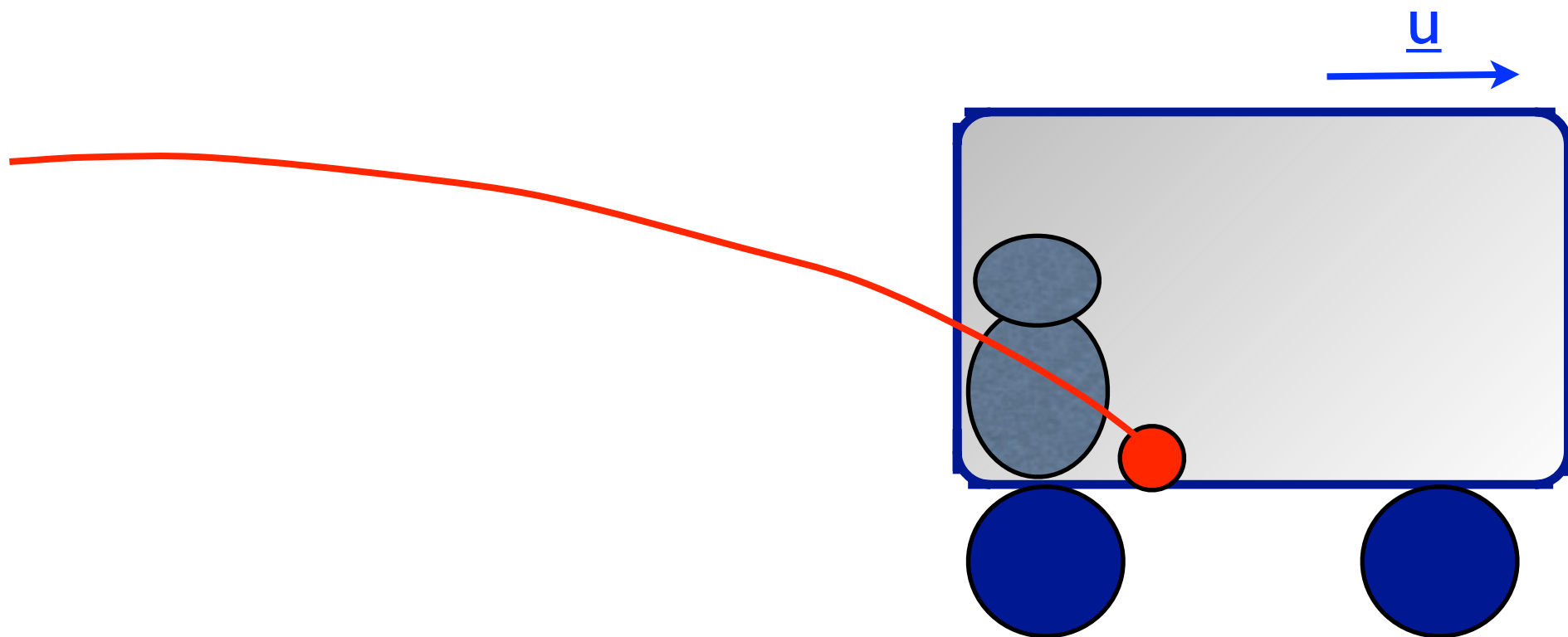


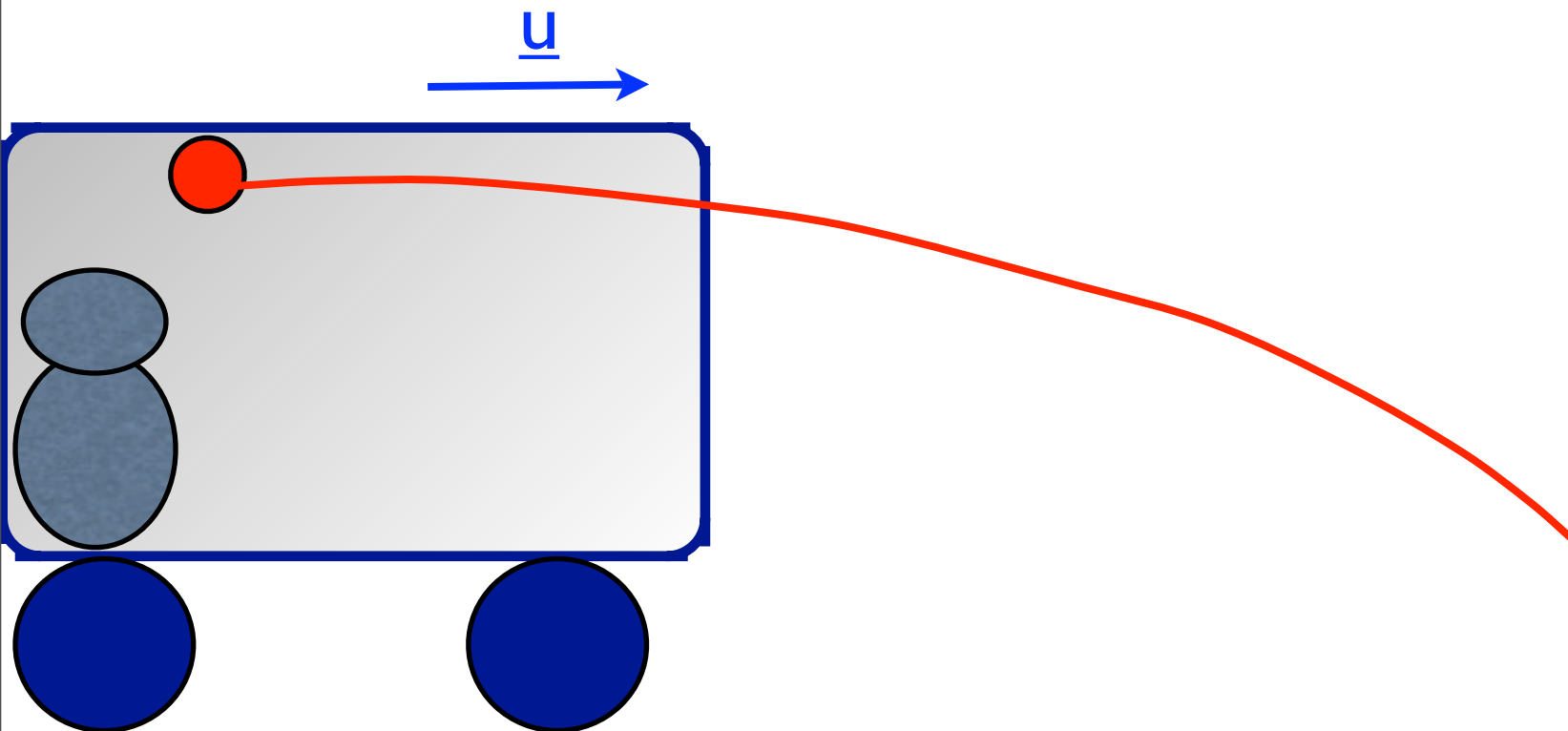


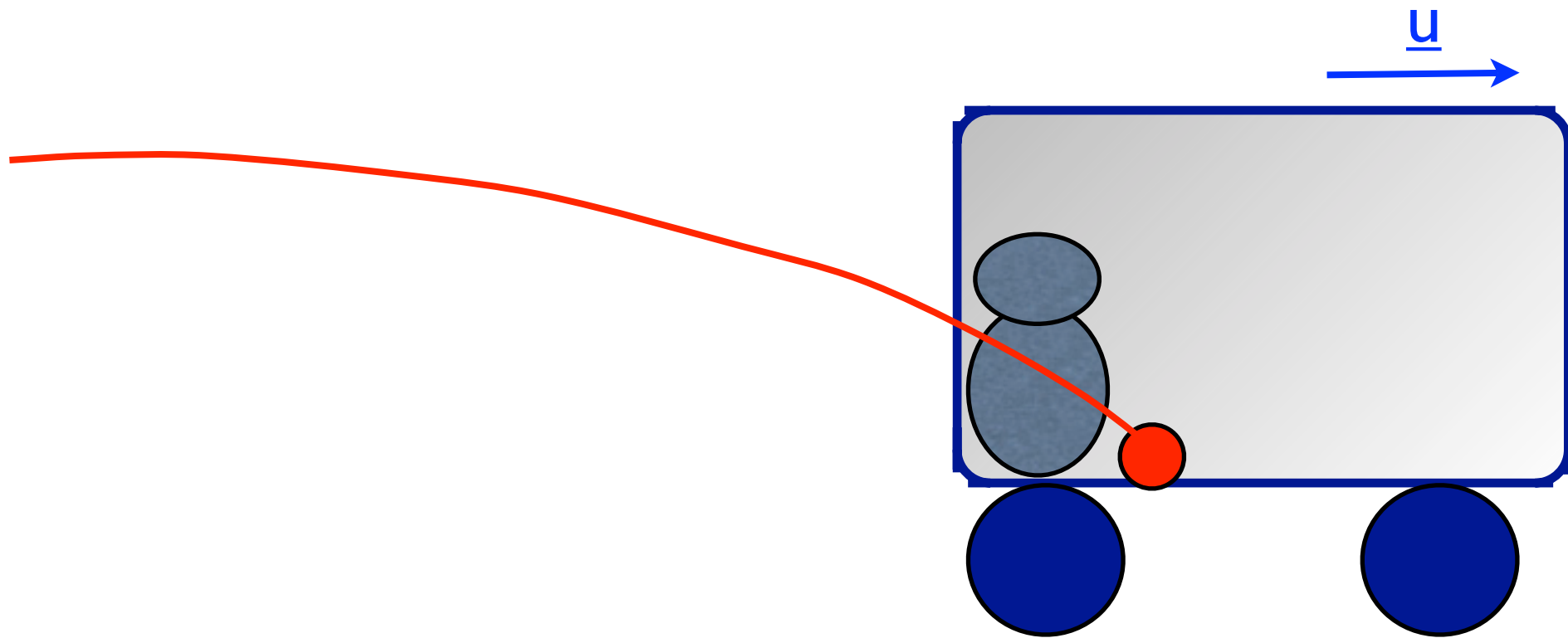












Cosa abbiamo imparato fin qui

- Relatività Galileiana (RG):

- I fenomeni fisici si descrivono con le stesse equazioni in tutti i riferimenti inerziali
- Non esiste un riferimento privilegiato, ne' un riferimento in quiete assoluta (se esistesse, non potremmo identificarlo)
- Il moto rettilineo uniforme (= senza forze) e' una entità che non dipende dalla dinamica

Roemer e la velocità della luce

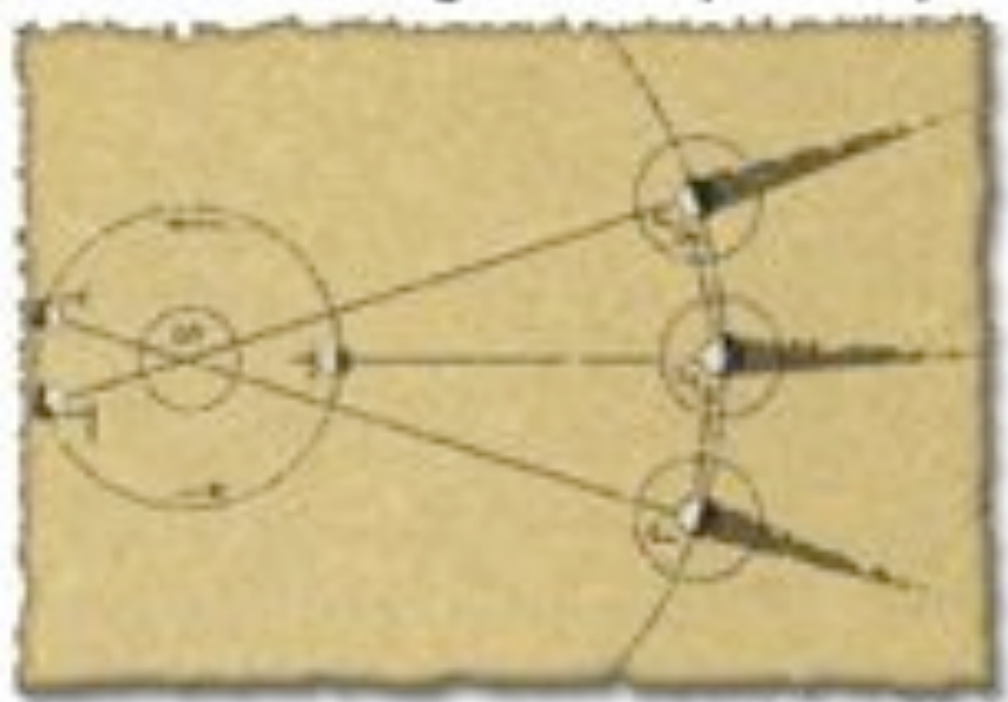
Galileo aveva provato a misurare la velocità della luce, senza ottenere risultati utili.

Roemer e la velocità della luce

Galileo aveva provato a misurare la velocità della luce, senza ottenere risultati utili.

- Le previsioni delle eclissi di Io mostravano irregolarità.

Roemer's Drawing of Io's Jupiter Eclipse



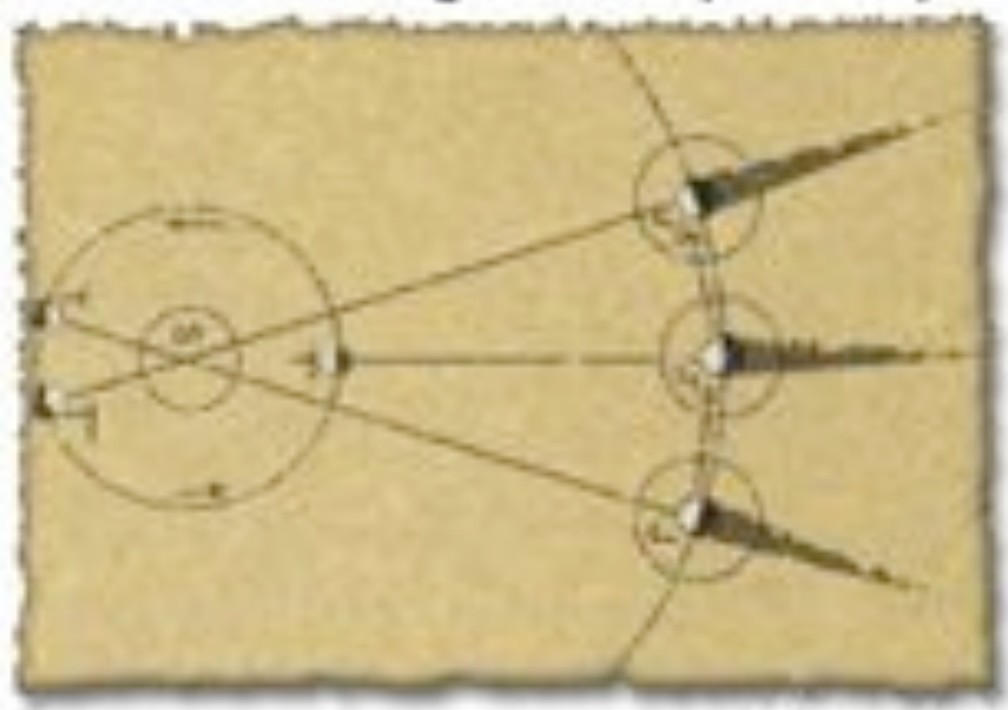
Roemer e la velocità della luce

Galileo aveva provato a misurare la velocità della luce, senza ottenere risultati utili.

- Le previsioni delle eclissi di Io mostravano irregolarità.

Roemer (1675) correttamente attribuì questo fenomeno al tempo impiegato dalla luce ad attraversare l'orbita terrestre: la luce ha una velocità finita.

Roemer's Drawing of Io's Jupiter Eclipse



$$c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$$

$$c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$$

ok, ma rispetto a quale Rif ? L' etere cosmico ?

$$c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$$

ok, ma rispetto a quale Rif ? L' etere cosmico ?

Per Galilei : $c' = c + u$
MA....

$$c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$$

ok, ma rispetto a quale Rif ? L' etere cosmico ?

Per Galilei : $c' = c + u$
 MA....

I. Equazione di Ampère-Maxwell 1861:

$$\oint_l \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu I + \mu\epsilon \frac{d}{dt} \iint_S \mathbf{E} \cdot \hat{\mathbf{n}} dS$$

$$C(B) = \mu_0 i + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\Delta \Phi(E)}{\Delta t}$$

$$e : \mu_0 \epsilon_0 = \frac{1}{c^2}$$

$$c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$$

ok, ma rispetto a quale Rif ? L' etere cosmico ?

Per Galilei : $c' = c + u$
MA....

I. Equazione di Ampère-Maxwell 1861:

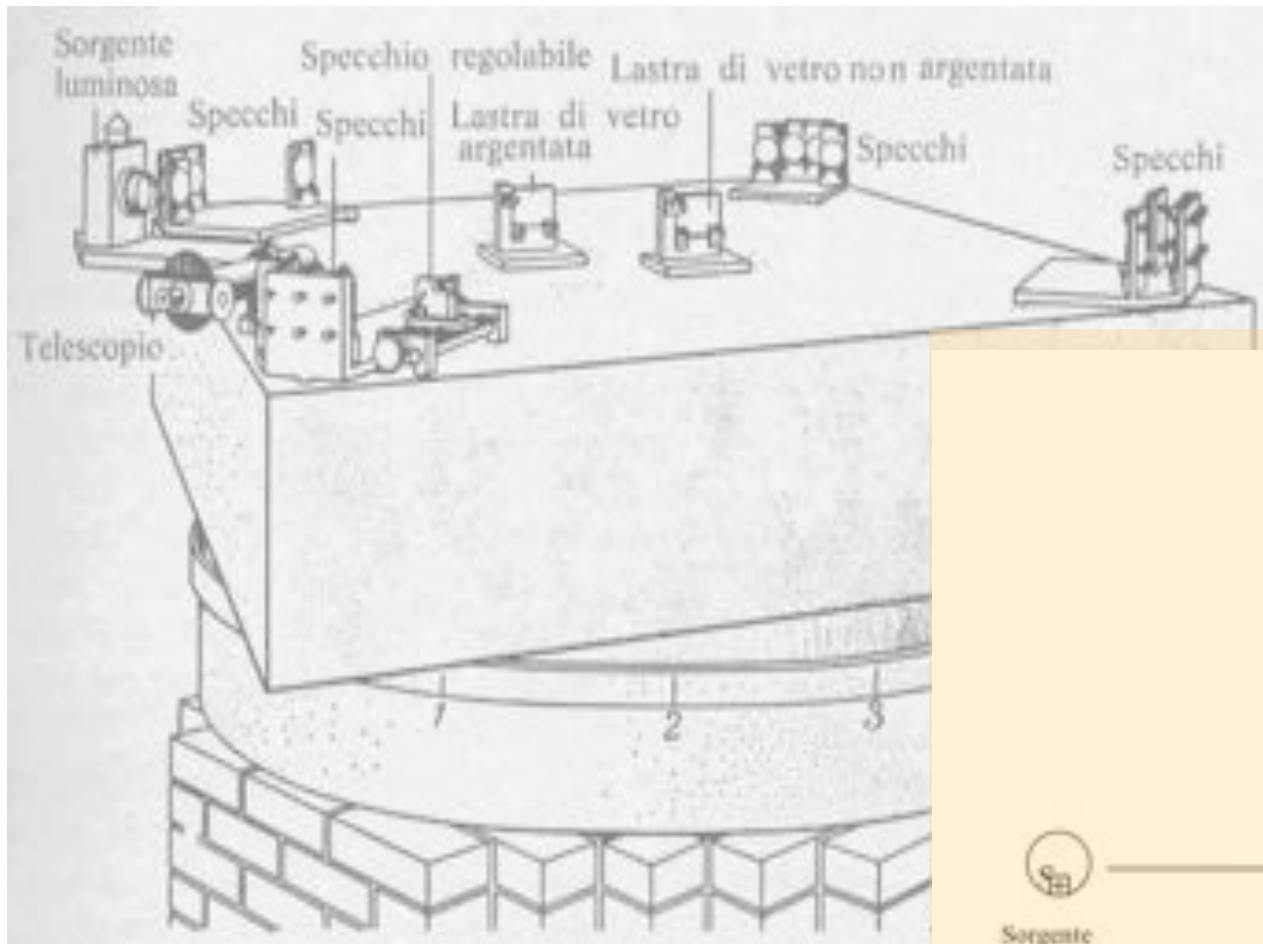
$$\oint_l \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu I + \mu \epsilon \frac{d}{dt} \iint_S \mathbf{E} \cdot \hat{\mathbf{n}} dS$$

$$C(B) = \mu_0 i + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\Delta \Phi(E)}{\Delta t}$$

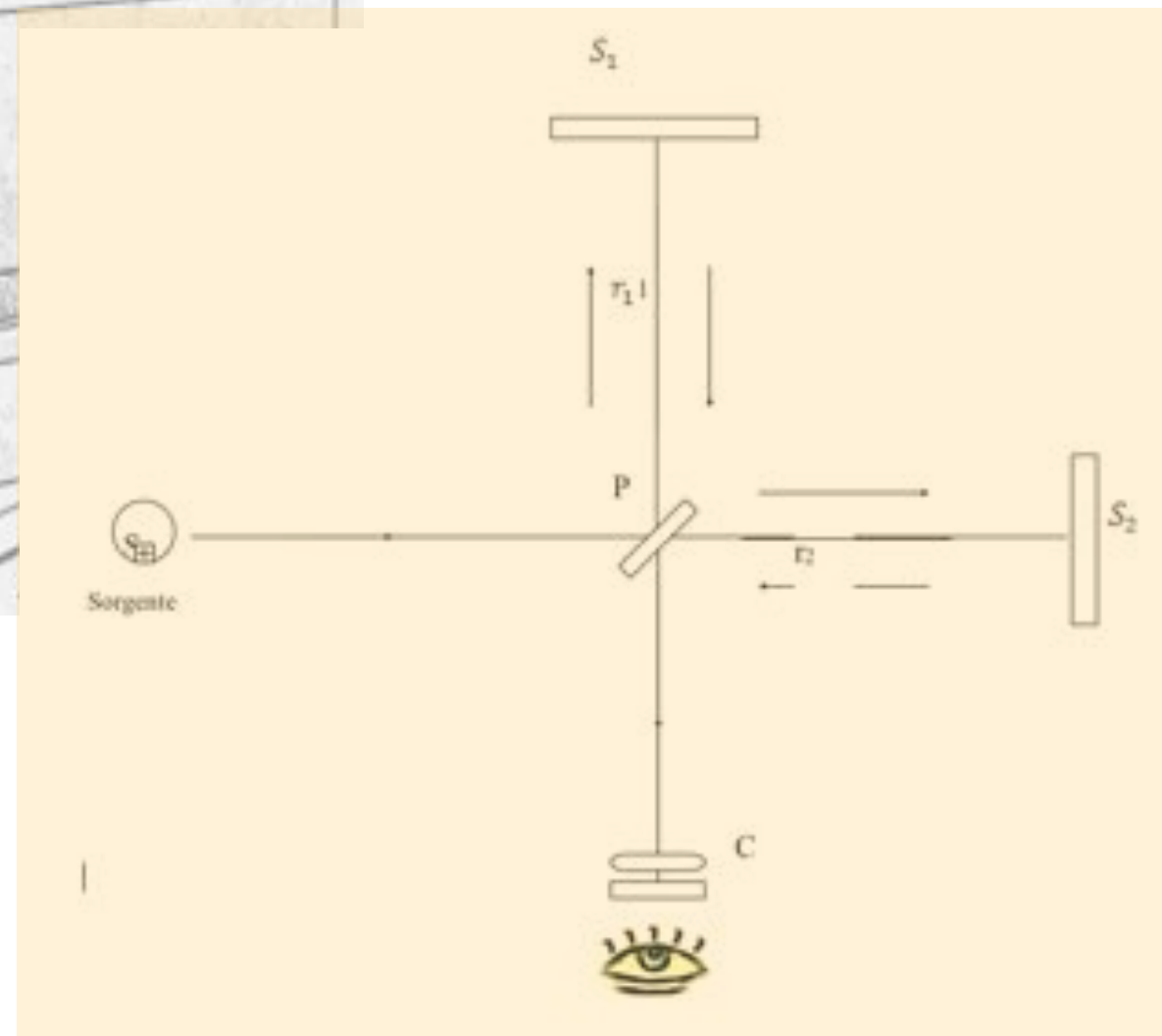
$$e : \mu_0 \epsilon_0 = \frac{1}{c^2}$$

- Un'equazione diversa per ogni R ?
- sono sbagliate le eq. di Maxwell ?
- E' sbagliata la RG ?

Ma... 2. Esperimento di Michelson & Morley



Risultato :
 $c = \text{costante in ogni R}$





The Nobel Prize in Physics 1907

"for his optical precision instruments and the spectroscopic and metrological investigations carried out with their aid"



Albert Abraham Michelson

USA

University of Chicago
Chicago, IL, USA

b. 1852
(in Strelna, then Germany)
d. 1931

The Nobel Prize in Physics 1907

[Presentation Speech](#)

Albert A. Michelson

[Biography](#)

[Nobel Lecture](#)

[Swedish Nobel Stamp](#)

[Other Resources](#)

1906

1908

The 1907 Prize in:

[Physics](#)

[Chemistry](#)

[Physiology or Medicine](#)

[Literature](#)

[Peace](#)

Find a Laureate:

Name



Prize Announcements

The latest information is
found at [Nobelprize.org](#)

Modificare le leggi di trasformazione, affinchè lascino $c=c'$:

E' un esercizio di algebra: ci hanno lavorato
Voigt (1887); Lorentz(1892-95); Larmor(1897-1900);
Poincare'(1900-1905)

Alla fine basta usare un “tempo locale” :

$$t' = \frac{t}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

Un aggiustamento “ad hoc”
o una grandezza fisica dal
significato incompreso ?

I. Perché due tempi diversi per lo stesso evento ?

Che la posizione dipenda dal Rif. non ci sorprende.
Ma il tempo siamo abituati a considerarlo assoluto.

Einstein (1905): critica profonda al concetto di simultaneità e demolizione del tempo assoluto.

Il tempo scorre con ritmo diverso in Rif. diversi !

Due eventi simultanei in R non lo sono più in R'

vediamo...

Da Galileo a Lorentz

$$x' = x - ut$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t$$

Trasformazioni
di Galilei

$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

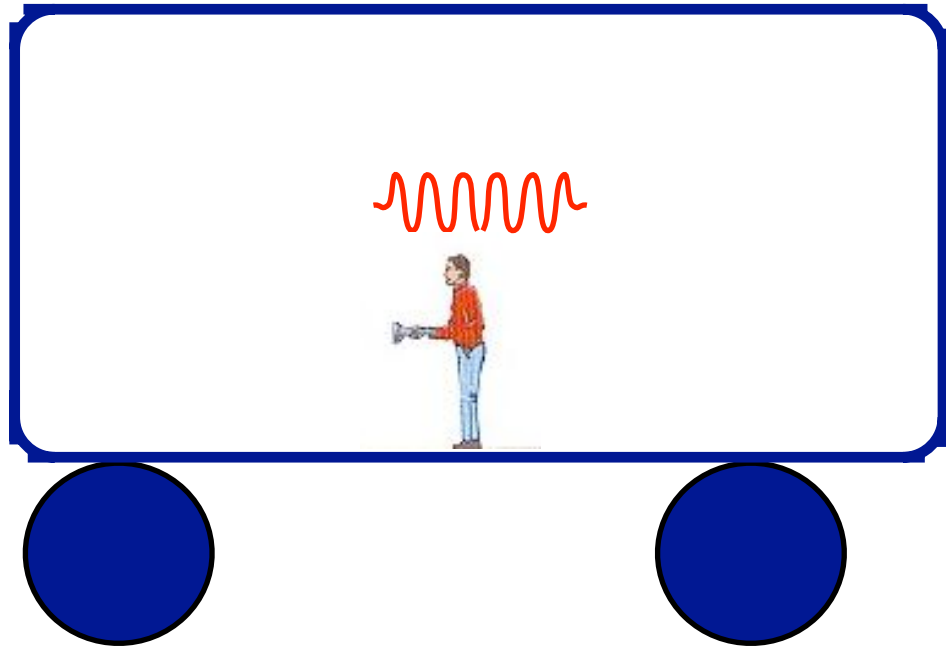
$$y' = y$$

$$z' = z$$

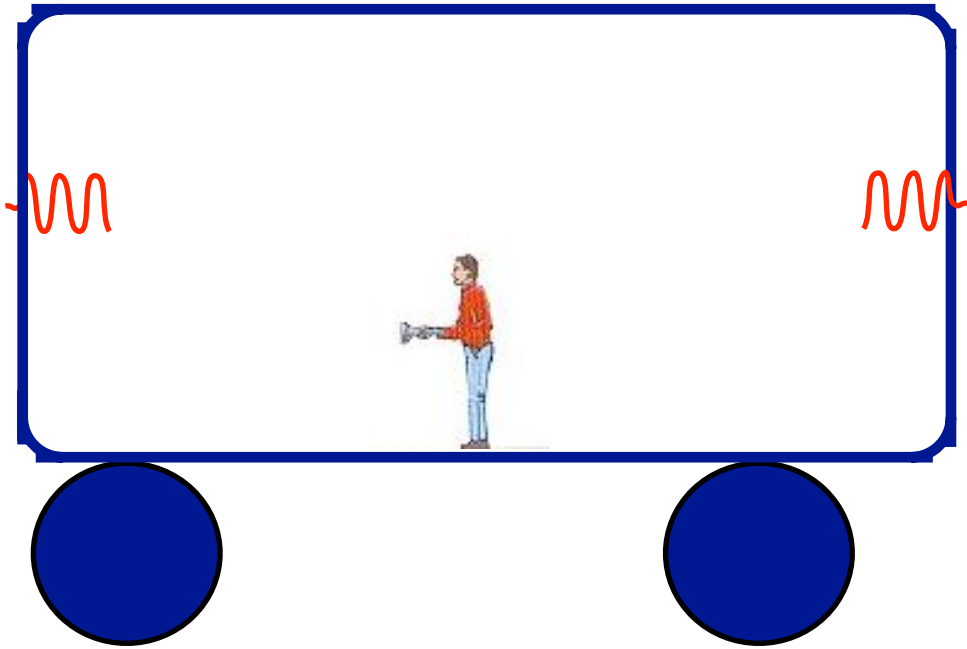
$$t' = \frac{t - ux/c^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

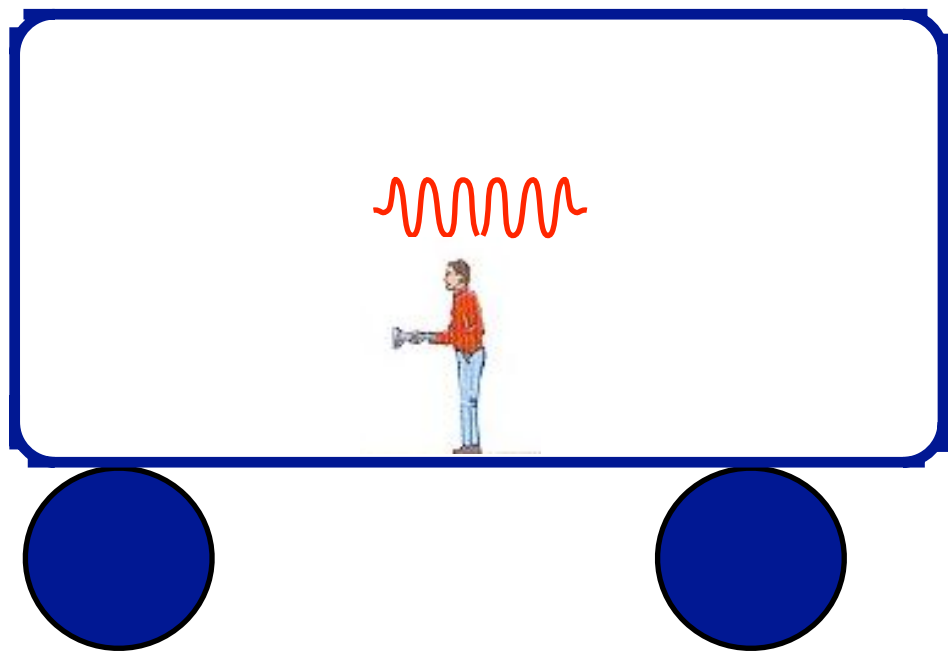
Trasformazioni
di Lorentz

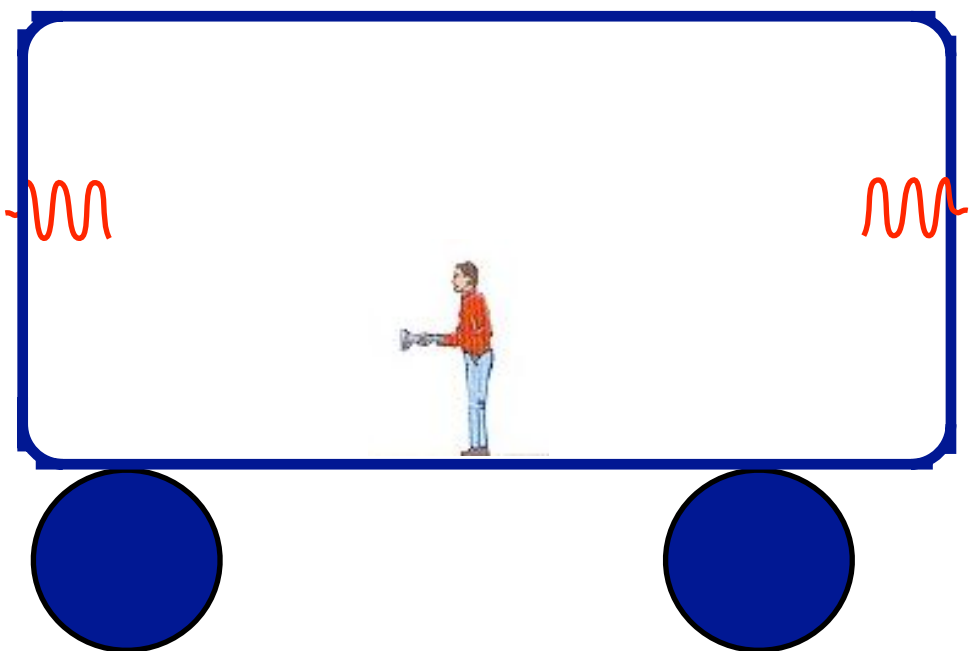
Critica al concetto di Simultaneità

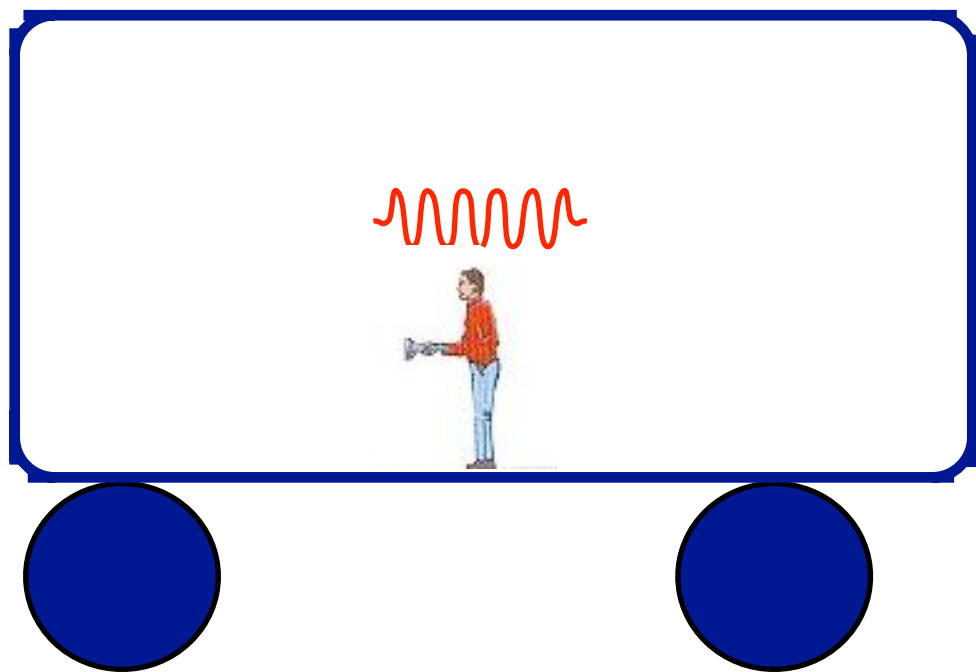


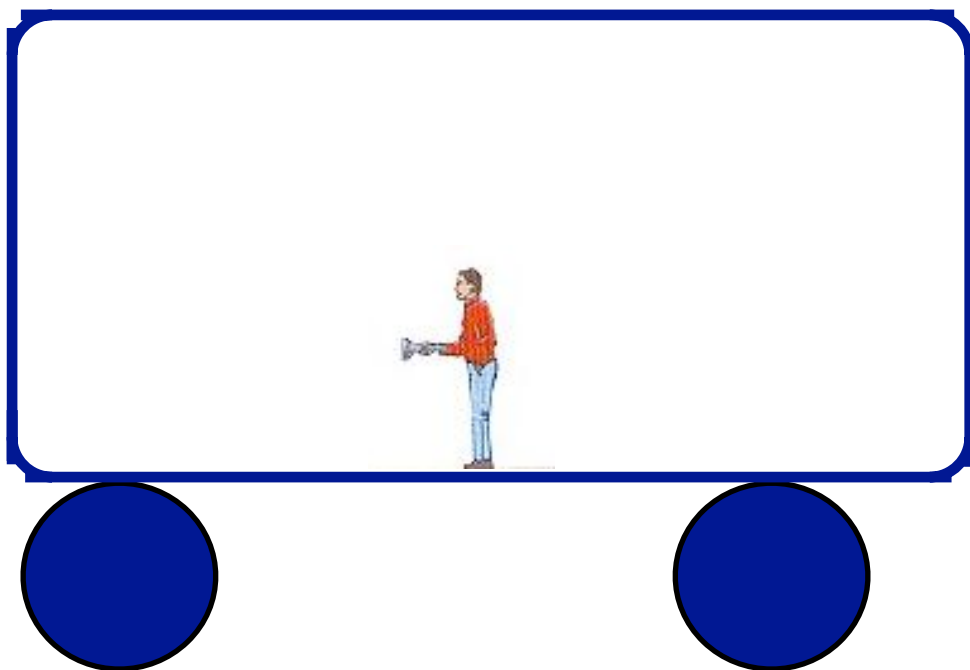
Critica al concetto di Simultaneità

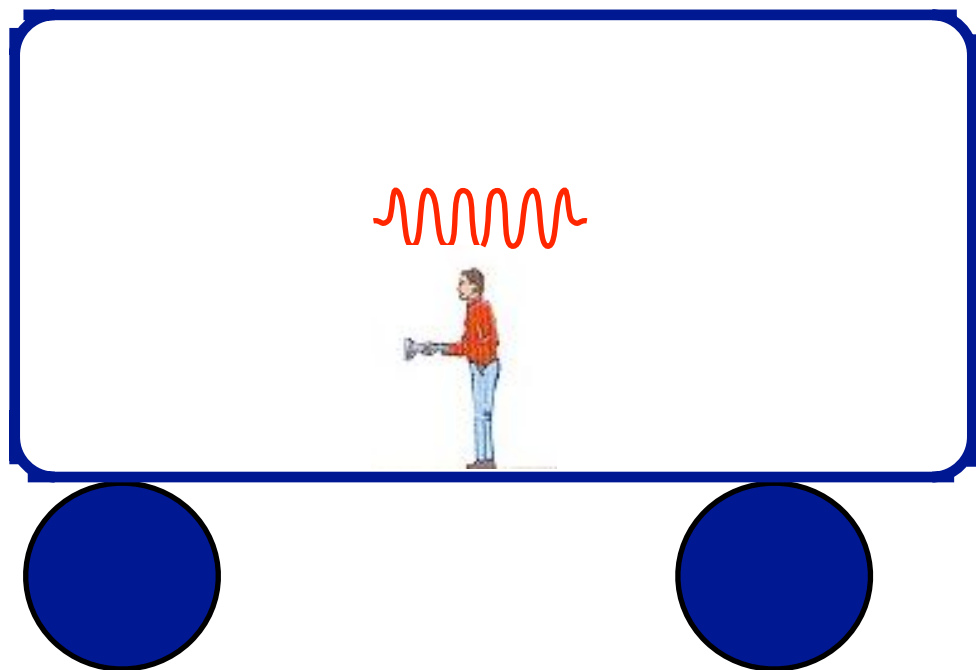


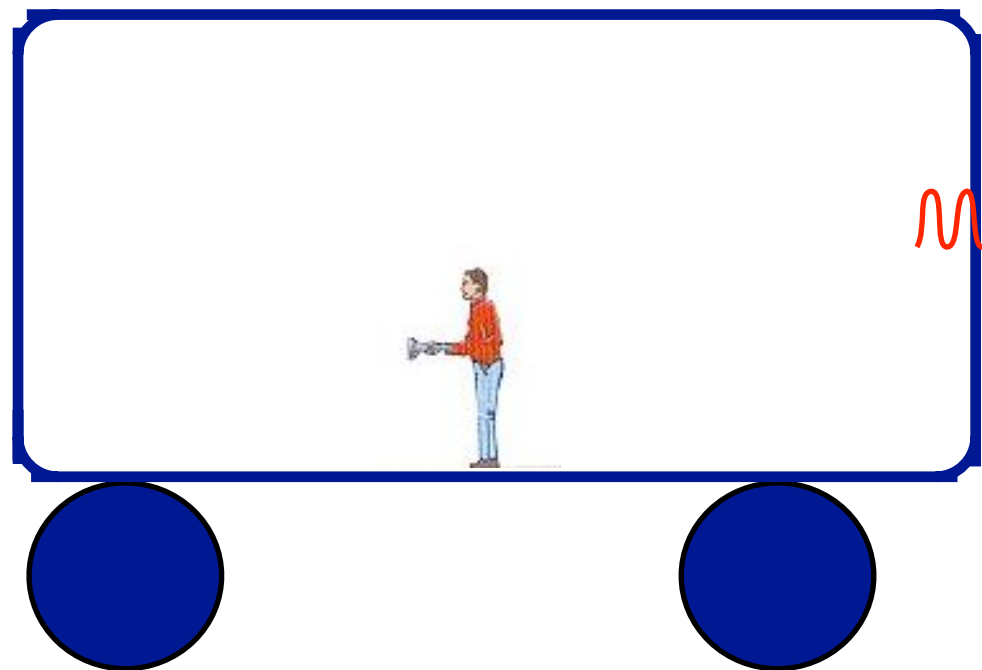




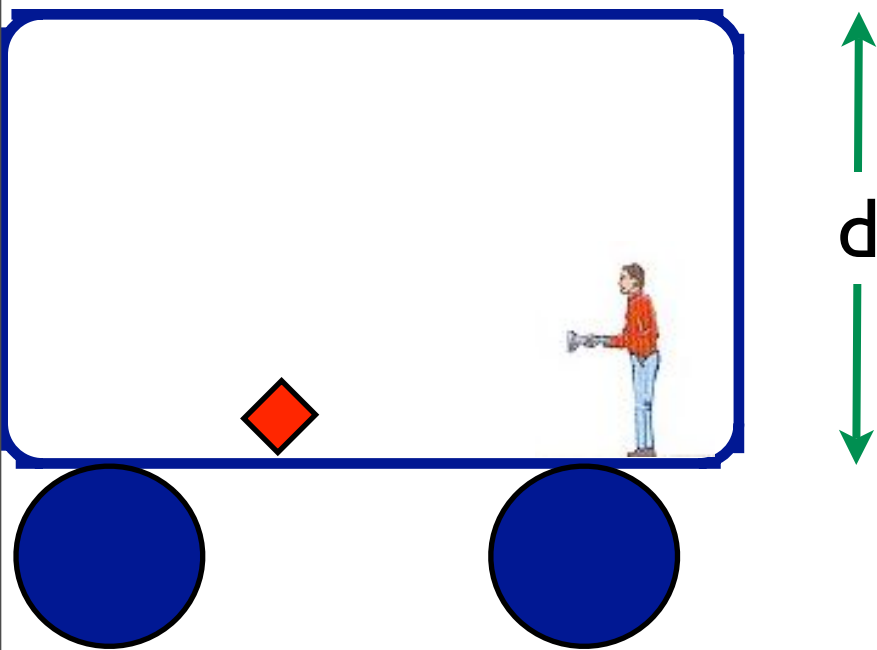








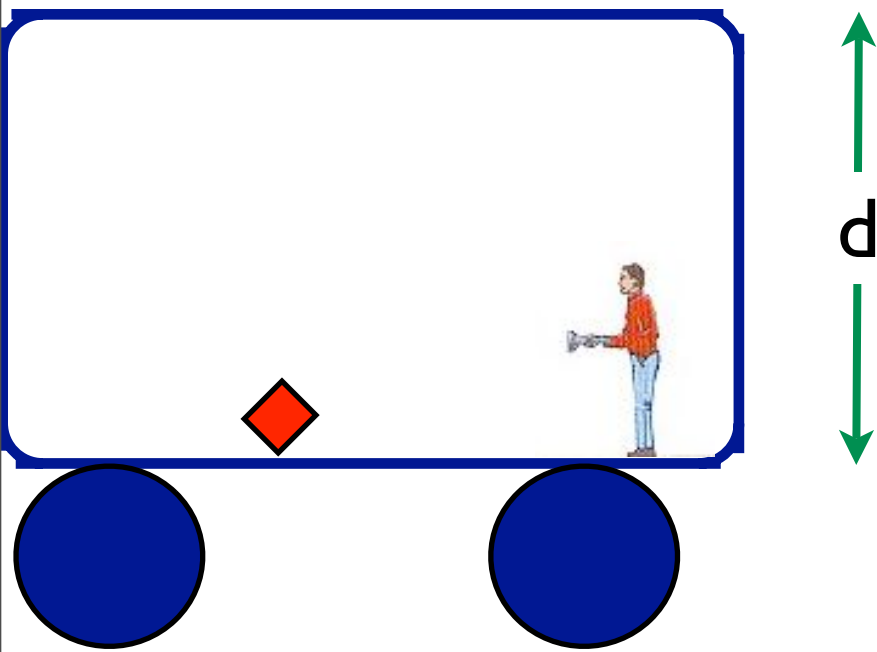
Fine del tempo assoluto: E' una conseguenza inevitabile di $c = c'$!



Studiamo il tempo di A/R di
un raggio di luce lanciato sul
soffitto

Tempo di transito (A/R):
 $t = 2d/c$
in R'

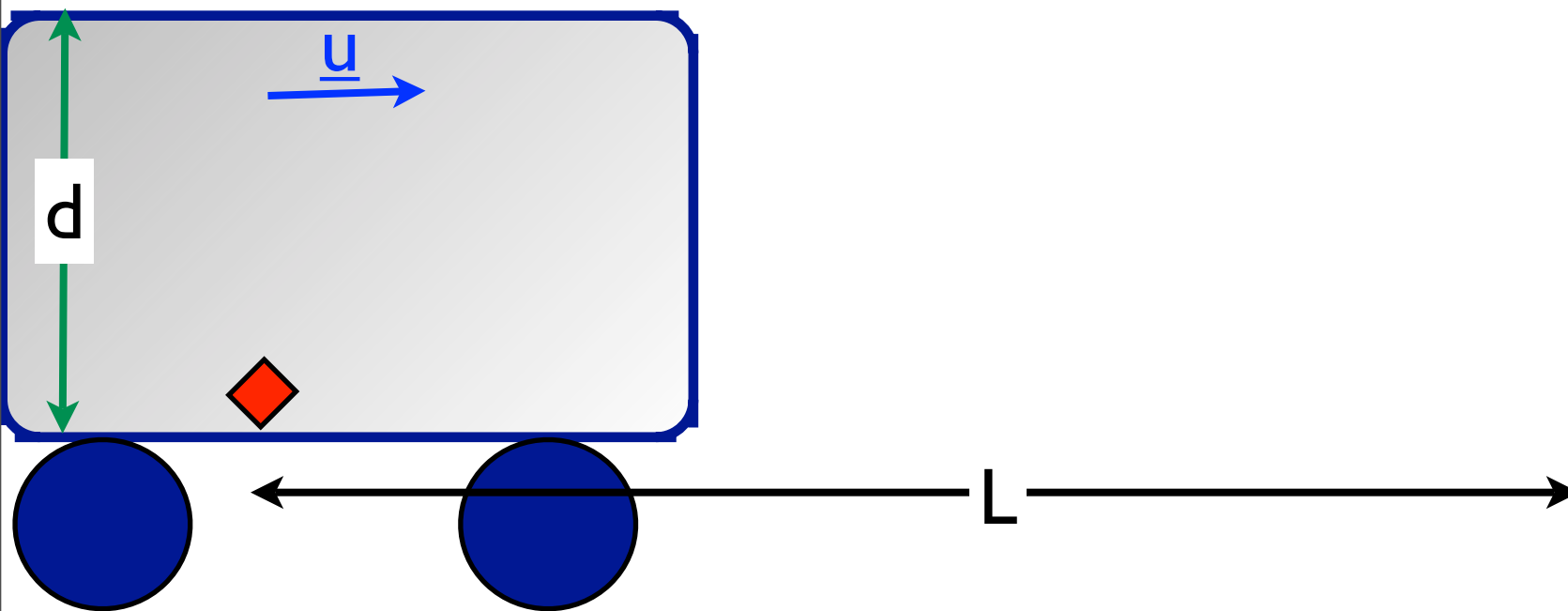
Fine del tempo assoluto: E' una conseguenza inevitabile di $c = c'$!



Studiamo il tempo di A/R di
un raggio di luce lanciato sul
soffitto

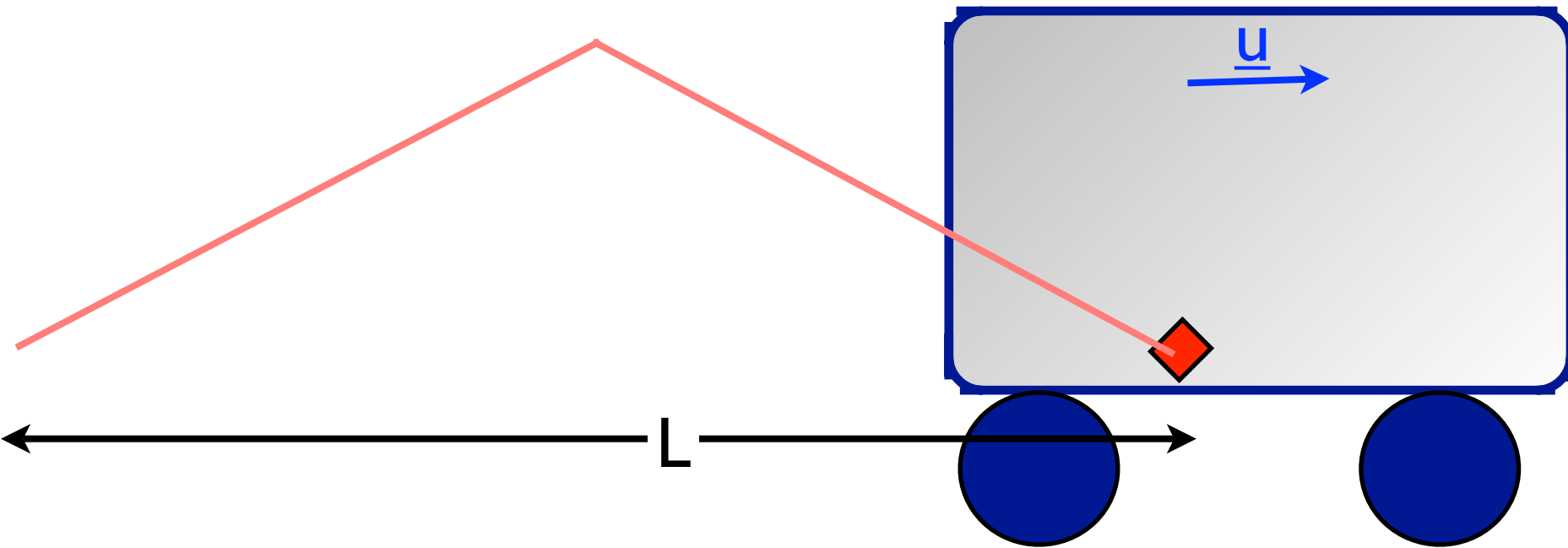
Tempo di transito (A/R):
 $t = 2d/c$
in R'

Ma se osserviamo “da terra” in R:

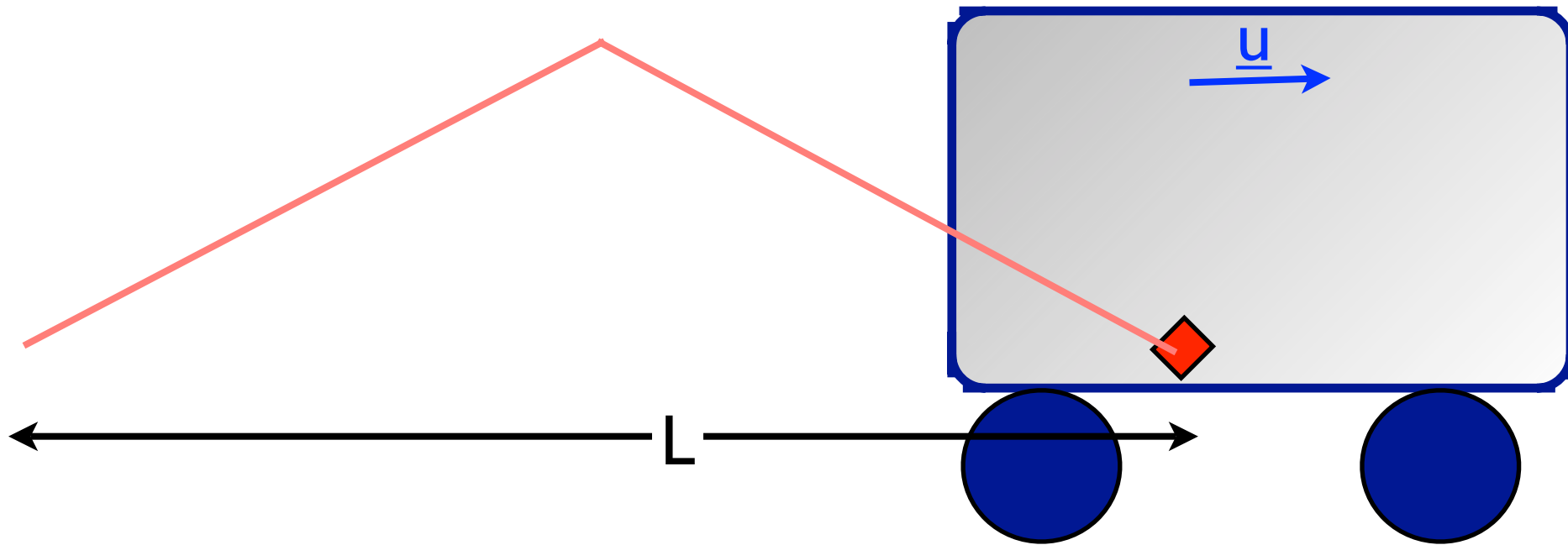


Ma se osserviamo “da terra” in R:

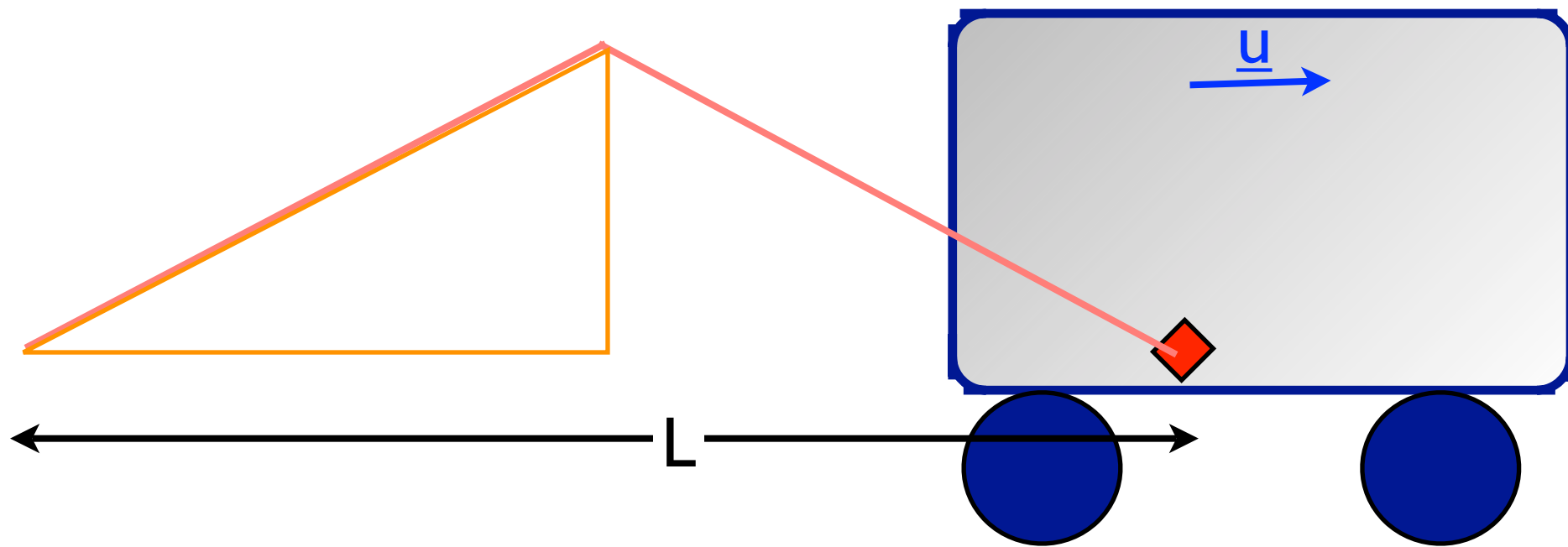
d



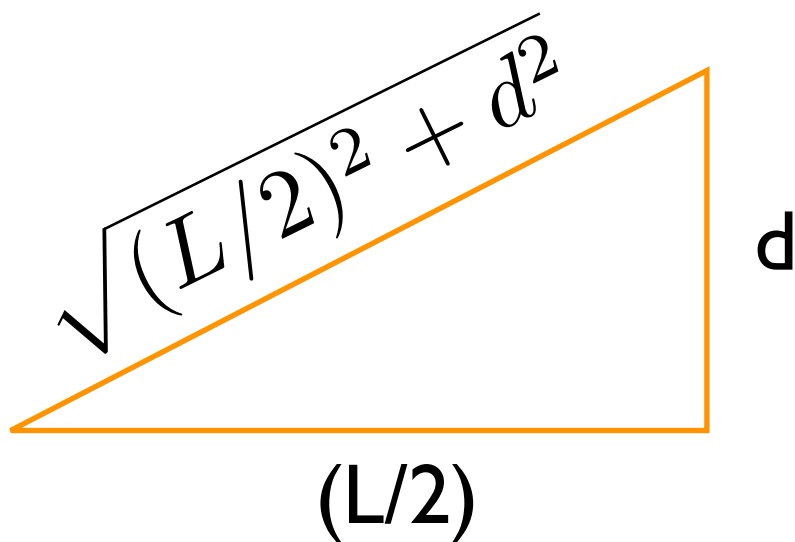
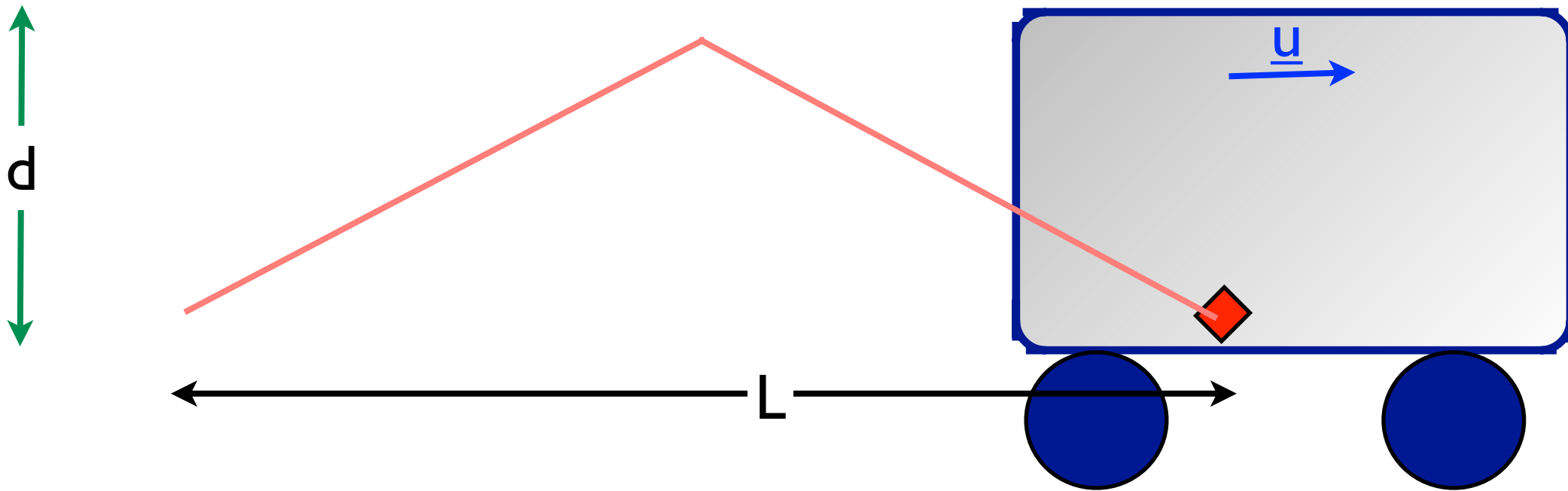
The diagram illustrates a physics scenario involving a moving cart and a ground observer. A grey rectangular cart with a blue border is shown on two blue circular wheels. A blue arrow labeled $\underline{u}$ indicates the cart's velocity to the right. A red line, representing a light path, starts from a point on the left, goes up to a vertex, and then down to a red diamond on the cart's floor. A horizontal double-headed arrow labeled L spans the distance from the start of the red line to the cart. To the left, a vertical green double-headed arrow is labeled d . In the bottom right, an inset shows a person labeled R' standing on a small patch of ground, looking up at the cart.



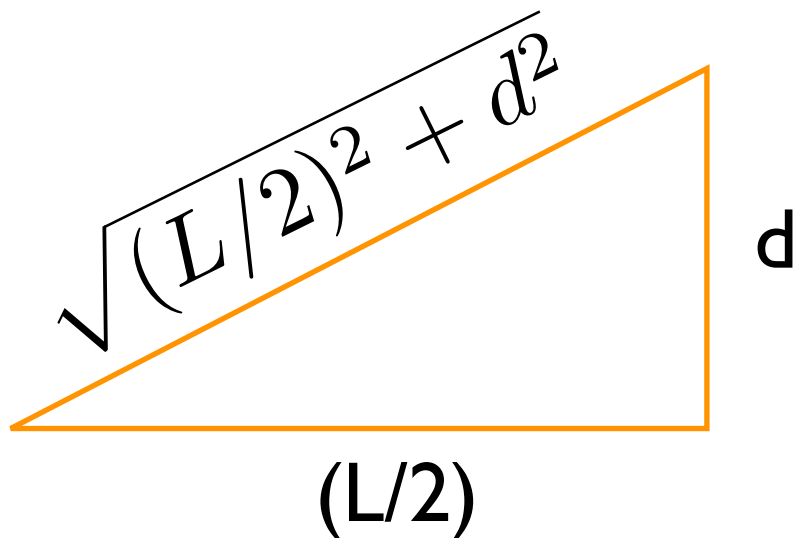
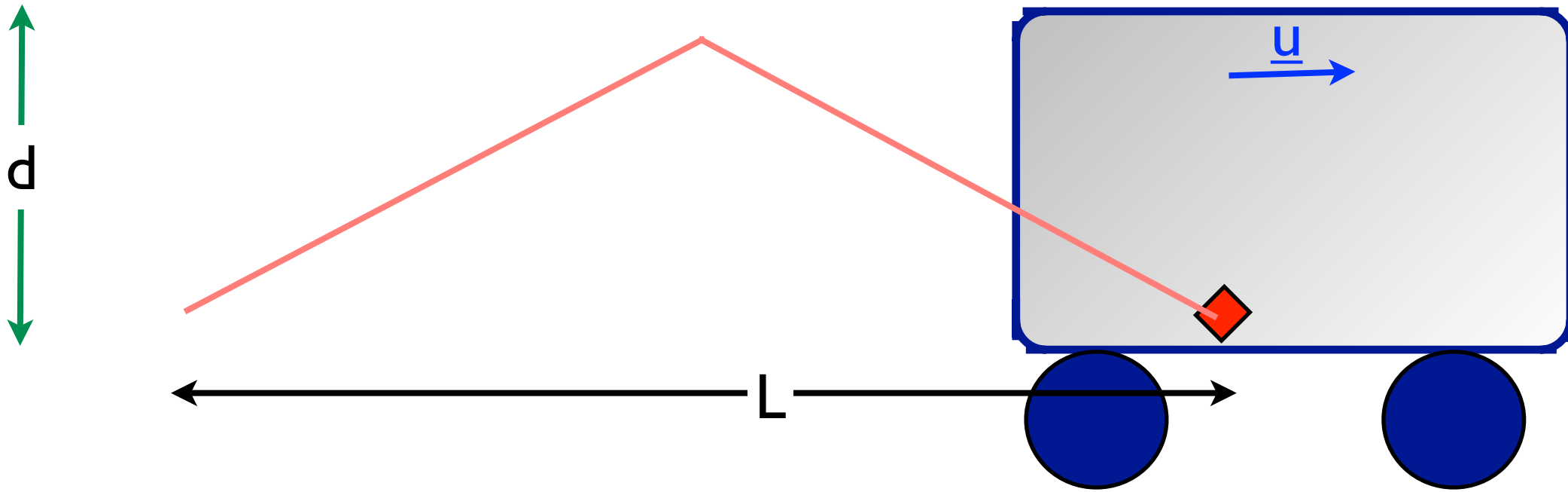
Ma se osserviamo “da terra” in R:



Ma se osserviamo “da terra” in R:



Ma se osserviamo “da terra” in R:



$$ut = L$$

$$(ct)^2 = 4[(L/2)^2 + d^2]$$

Stessa velocità $\Rightarrow$ tempi di transito diversi
Mettiamo insieme questi “tempi di volo”:

$$(ct')^2 = (2d)^2 \quad \text{in } R$$

$$ut = L \quad \text{in } R'$$

$$(ct)^2 = 4[(L/2)^2 + d^2]$$

Stessa velocita => tempi di transito diversi
Mettiamo insieme questi “tempi di volo”:

$$(ct')^2 = (2d)^2 \quad \text{in } R$$

$$ut = L \quad \text{in } R'$$

$$(ct)^2 = 4[(L/2)^2 + d^2]$$

Con due passaggi :

$$t'^2 = \frac{t^2}{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

Stessa velocita => tempi di transito diversi
Mettiamo insieme questi “tempi di volo”:

$$(ct')^2 = (2d)^2 \quad \text{in } R$$

$$ut = L \quad \text{in } R'$$

$$(ct)^2 = 4[(L/2)^2 + d^2]$$

Con due passaggi :

$$t'^2 = \frac{t^2}{1 - \frac{u^2}{c^2}} \quad t' = \frac{t}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

Stessa velocità $\Rightarrow$ tempi di transito diversi
Mettiamo insieme questi “tempi di volo”:

$$(ct')^2 = (2d)^2 \quad \text{in } R$$

$$ut = L \quad \text{in } R'$$

$$(ct)^2 = 4[(L/2)^2 + d^2]$$

Con due passaggi :

$$t'^2 = \frac{t^2}{1 - \frac{u^2}{c^2}} \quad t' = \frac{t}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

1. Cosa vuol dire due tempi diversi per lo stesso evento ?
2. Perché Galileo (e tanti dopo lui) non se ne accorse ?

2. Perchè fino al ~1890 nessuno se ne accorse ?

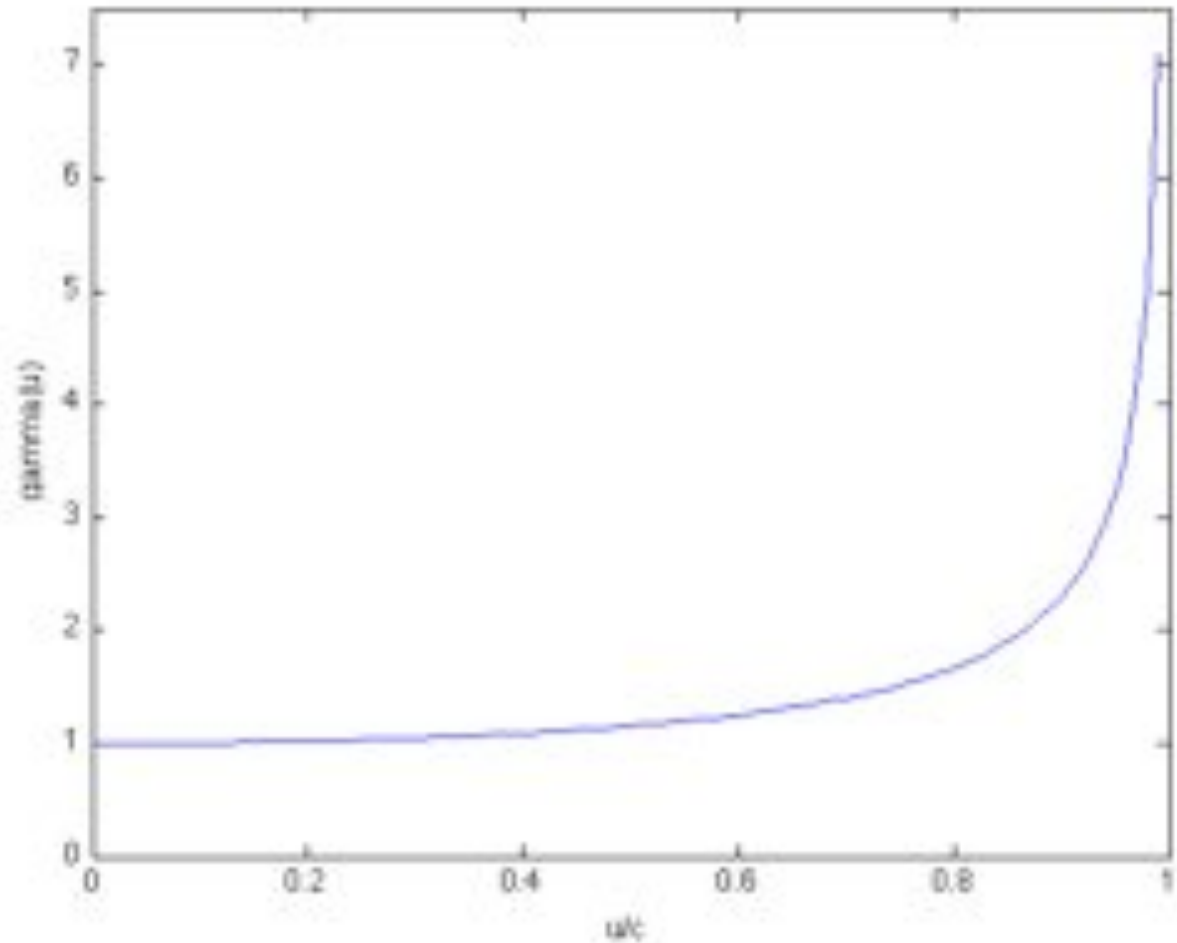
$$\frac{\Delta t'}{\Delta t} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \equiv \gamma(u)$$

$$\gamma(u) \geq 1$$

2. Perché fino al ~1890 nessuno se ne accorse ?

$$\frac{\Delta t'}{\Delta t} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \equiv \gamma(u)$$

$$\gamma(u) \geq 1$$

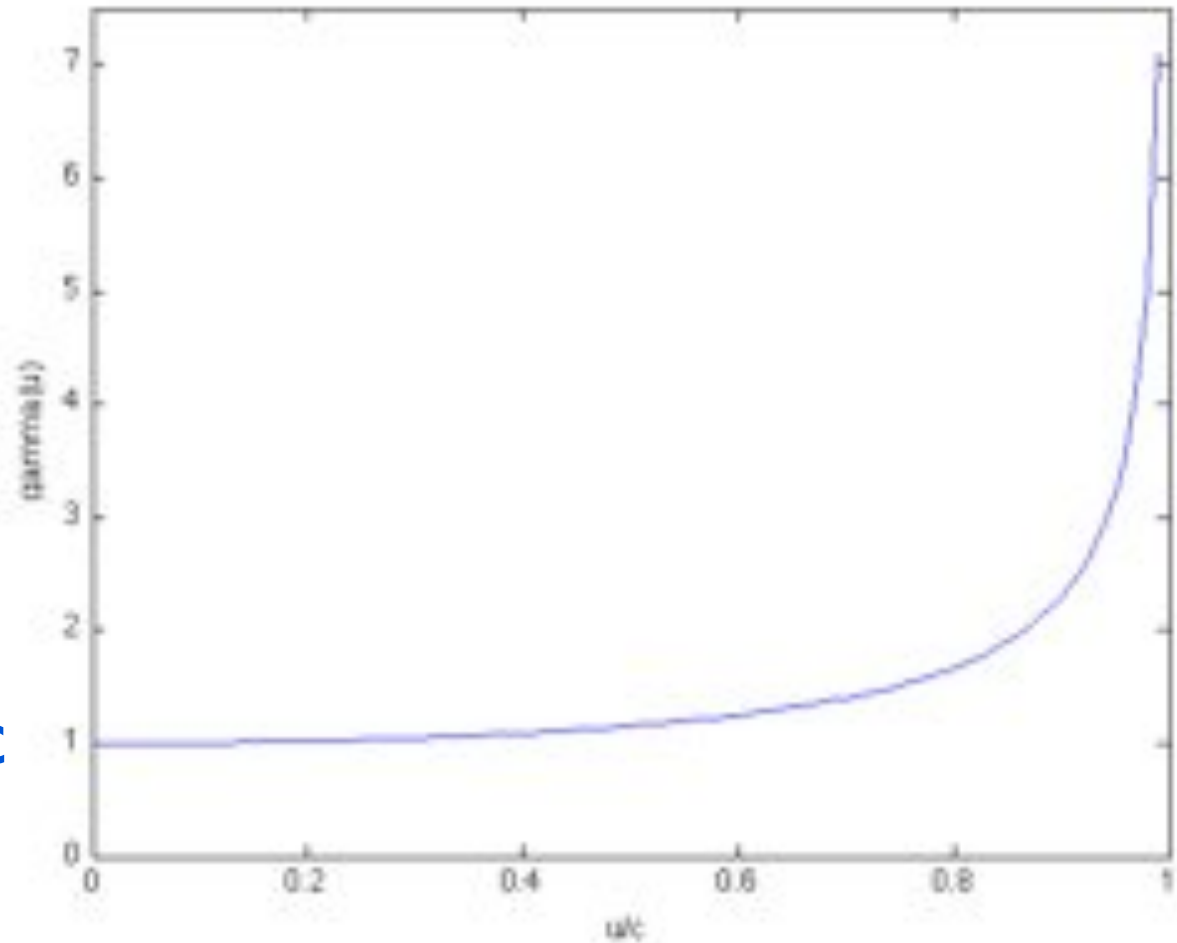


2. Perché fino al ~ 1890 nessuno se ne accorse ?

$$\frac{\Delta t'}{\Delta t} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \equiv \gamma(u)$$

$$\gamma(u) \geq 1$$

$\gamma(u) \simeq 1$ fino a $u \sim 0.2 c$

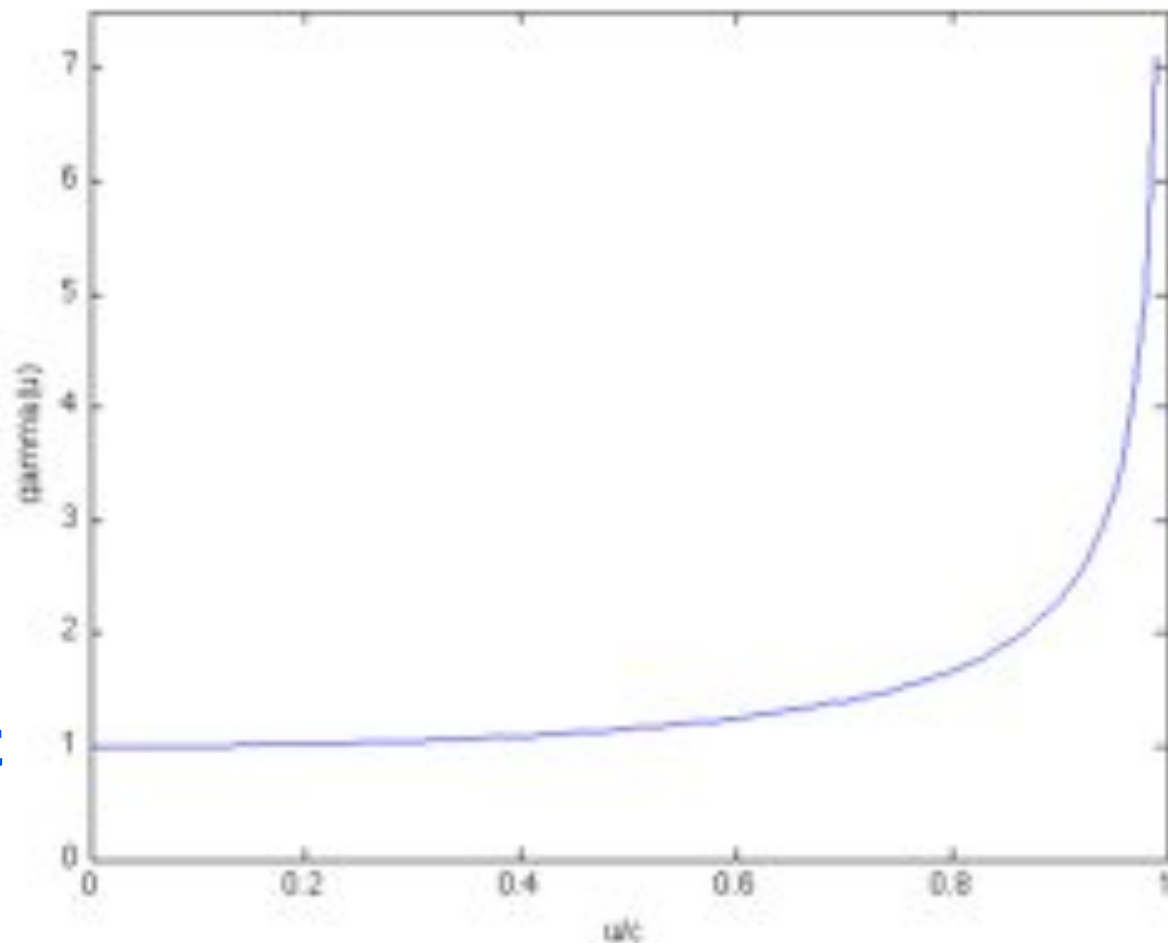


2. Perché fino al ~1890 nessuno se ne accorse ?

$$\frac{\Delta t'}{\Delta t} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \equiv \gamma(u)$$

$$\gamma(u) \geq 1$$

$\gamma(u) \simeq 1$ fino a $u \sim 0.2 c$



Per un'auto a 100 km/h (28 m/s): $\gamma(u) \simeq 1 + 10^{-15}$

Conseguenze...

Conseguenze...

$$\frac{\Delta t'}{\Delta t} = \gamma(u) \geq 1$$

Conseguenze...

$$\frac{\Delta t'}{\Delta t} = \gamma(u) \geq 1$$

Un intervallo di tempo dipende dal Rif., ed è sempre più breve nel Rif. in cui l'orologio è in quiete (“tempo proprio”)

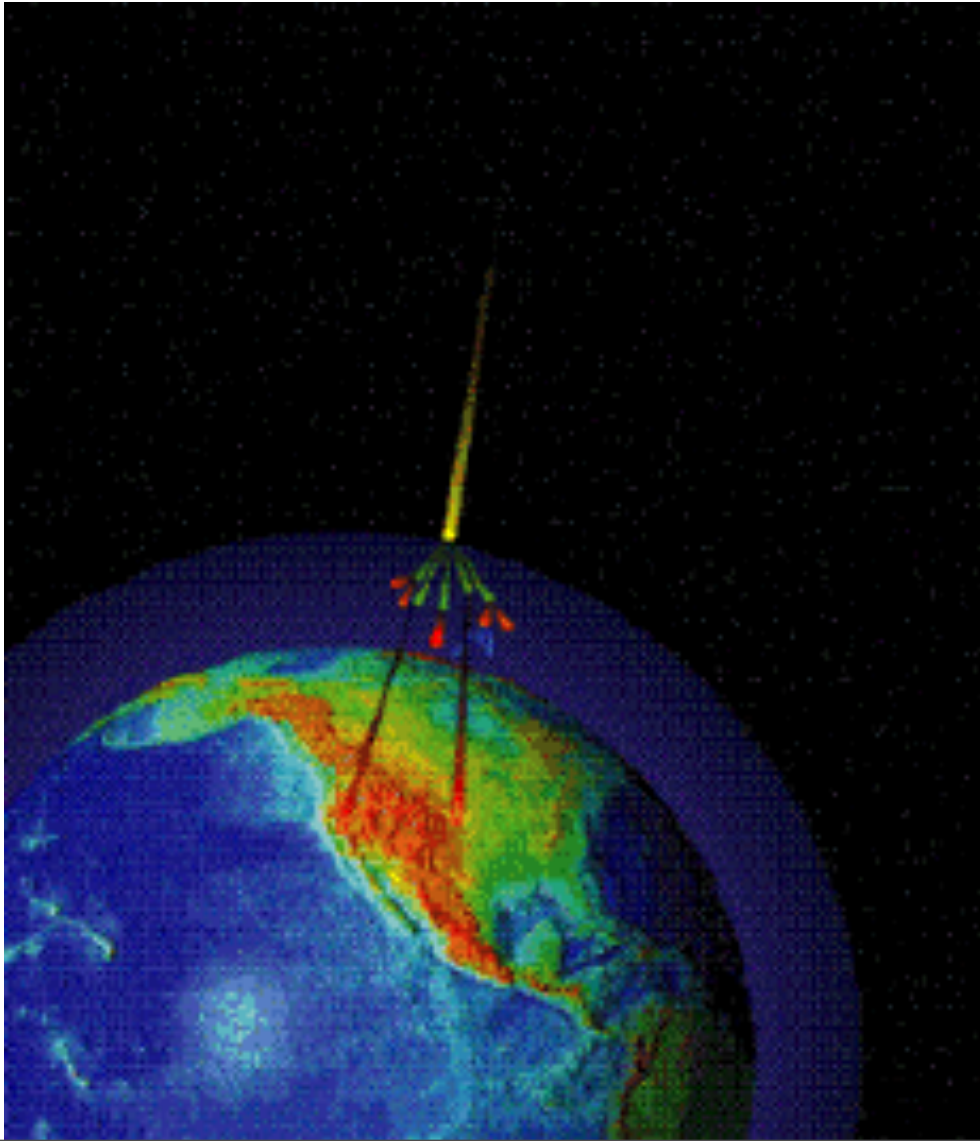
Conseguenze...

$$\frac{\Delta t'}{\Delta t} = \gamma(u) \geq 1$$

Un intervallo di tempo dipende dal Rif., ed è sempre più breve nel Rif. in cui l'orologio è in quiete (“tempo proprio”)



Dilatazione dei tempi: verifica sperimentale



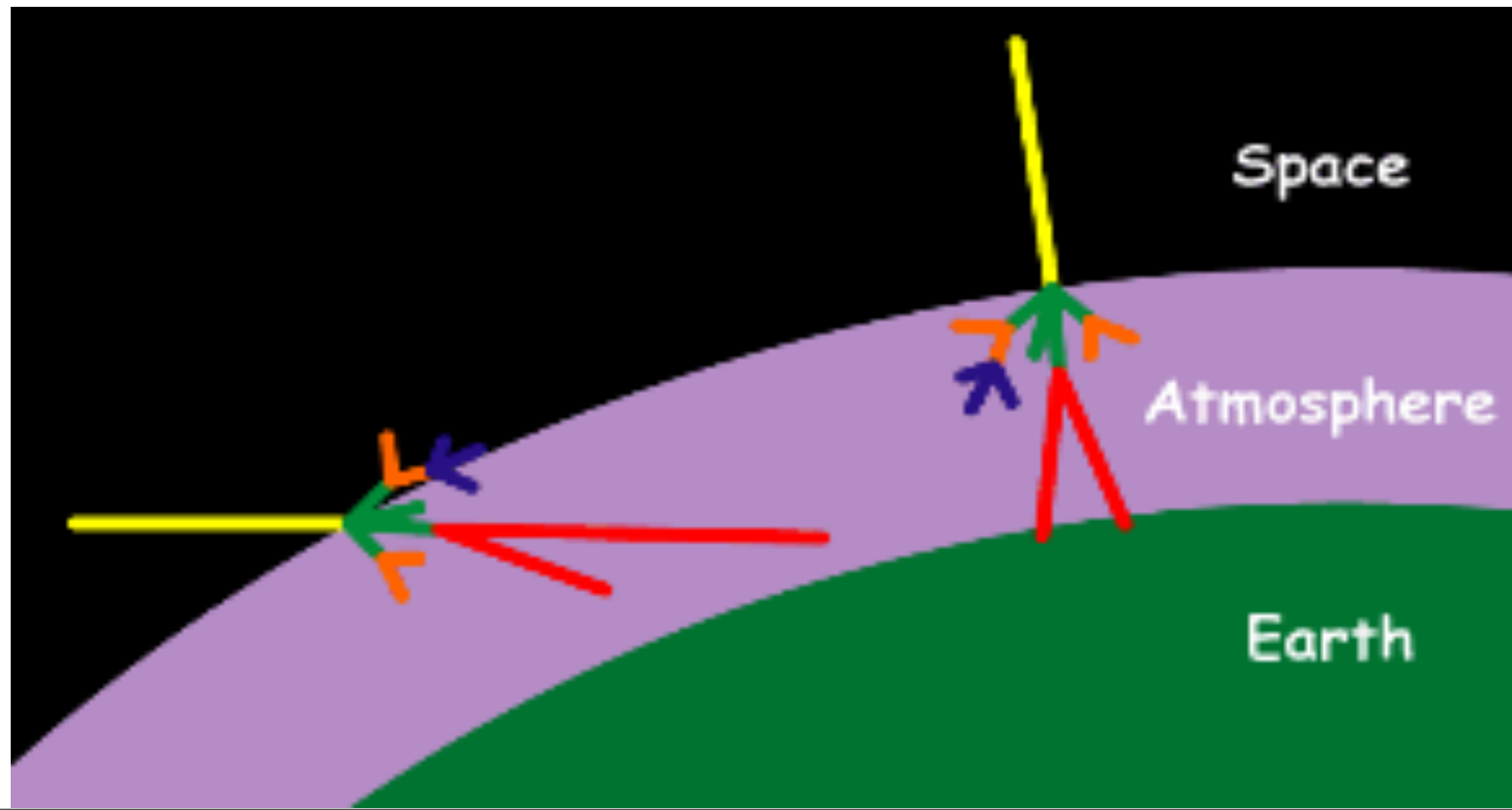
I mesoni μ vengono prodotti dai raggi cosmici ai confini dell'atmosfera.

Sono particelle instabili: si disintegrano dopo un $\Delta t = 2.2 \mu s$.

Il mesone μ (2)

In un Δt così breve, μ può percorrere 660 m (viaggiando a c).
Invece, ne troviamo in quantità alla superficie terrestre (60 km più in basso).

Unica spiegazione : $\Delta t'$ (quello che misuriamo noi !) = $\gamma \Delta t$
 $= 60\text{km}/c = 90 \Delta t$

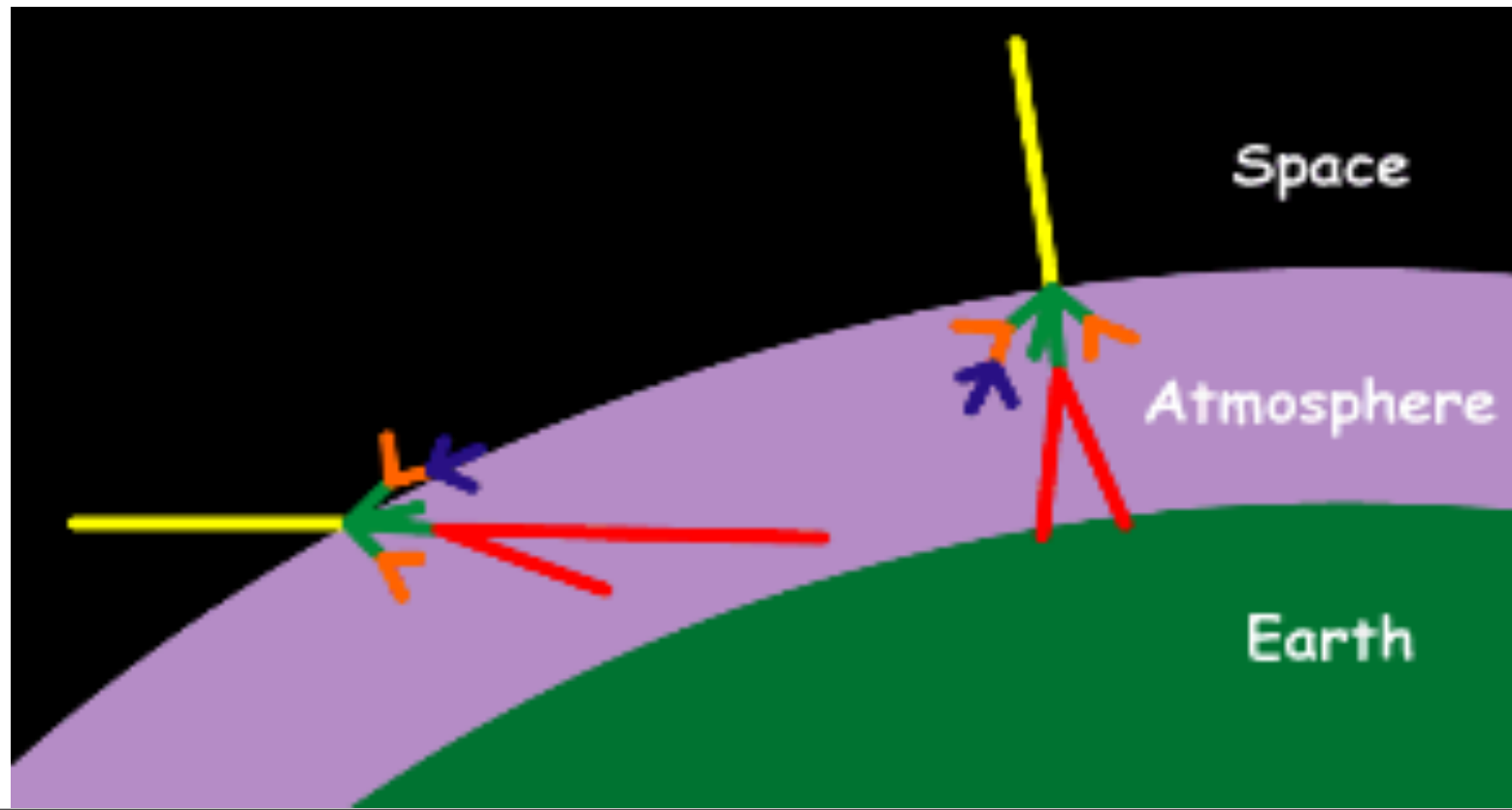


Il mesone μ (2)

In un Δt così breve, μ può percorrere 660 m (viaggiando a c).
Invece, ne troviamo in quantità alla superficie terrestre (60 km più in basso).

Unica spiegazione : $\Delta t'$ (quello che misuriamo noi !) = $\gamma \Delta t$
 $= 60 \text{ km}/c = 90 \Delta t$

La vita media
del μ , vista
da Terra, è
90 volte
maggiore
che nel suo
Rif. di quiete.



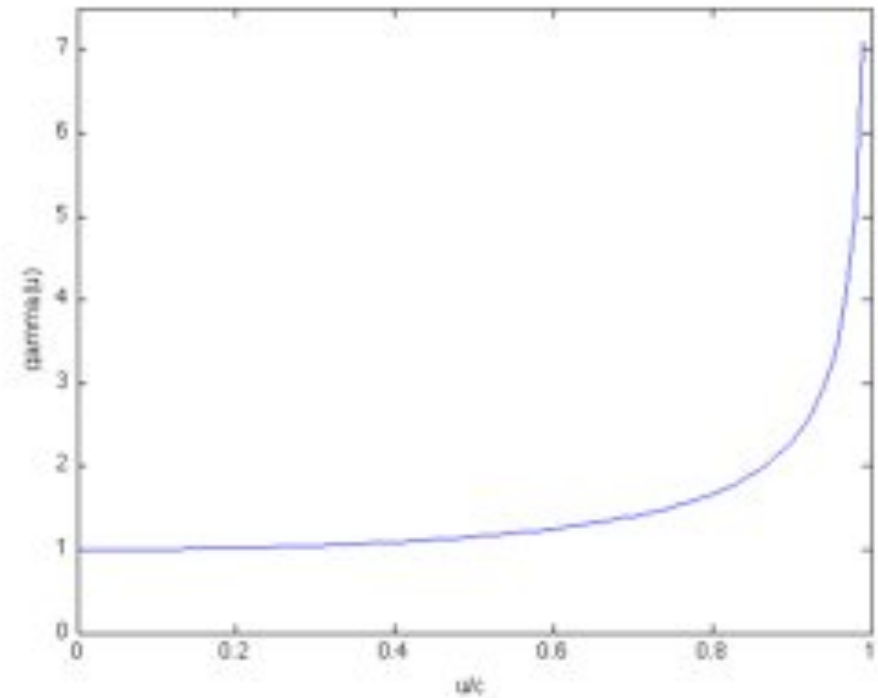
Conseguenze (2)...

Conseguenze (2)...

Che succede se $u \rightarrow c$?

Conseguenze (2)...

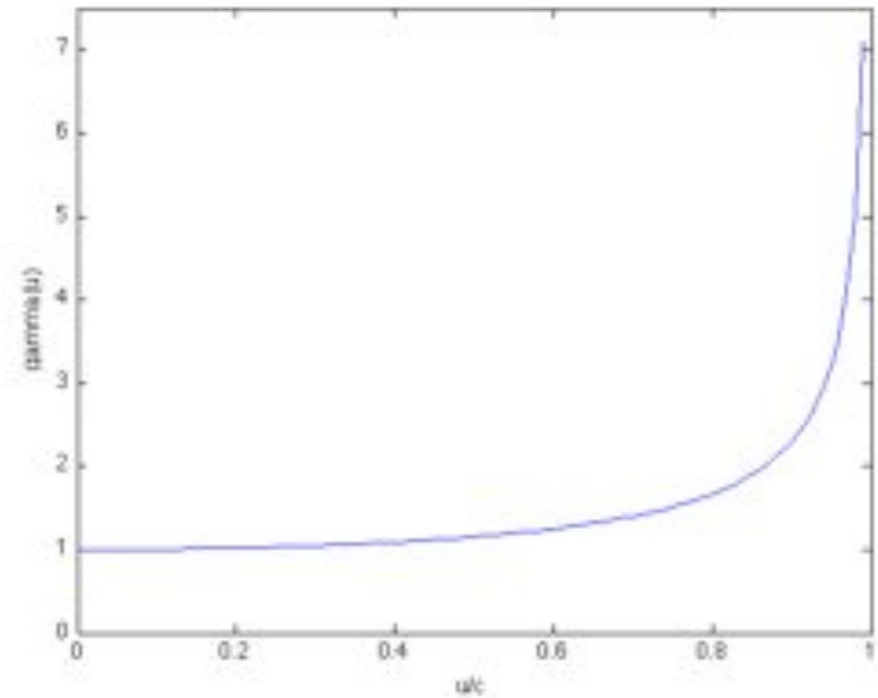
Che succede se $u \rightarrow c$?



Conseguenze (2)...

Che succede se $u \rightarrow c$?

$$\gamma(u) \rightarrow \infty !$$

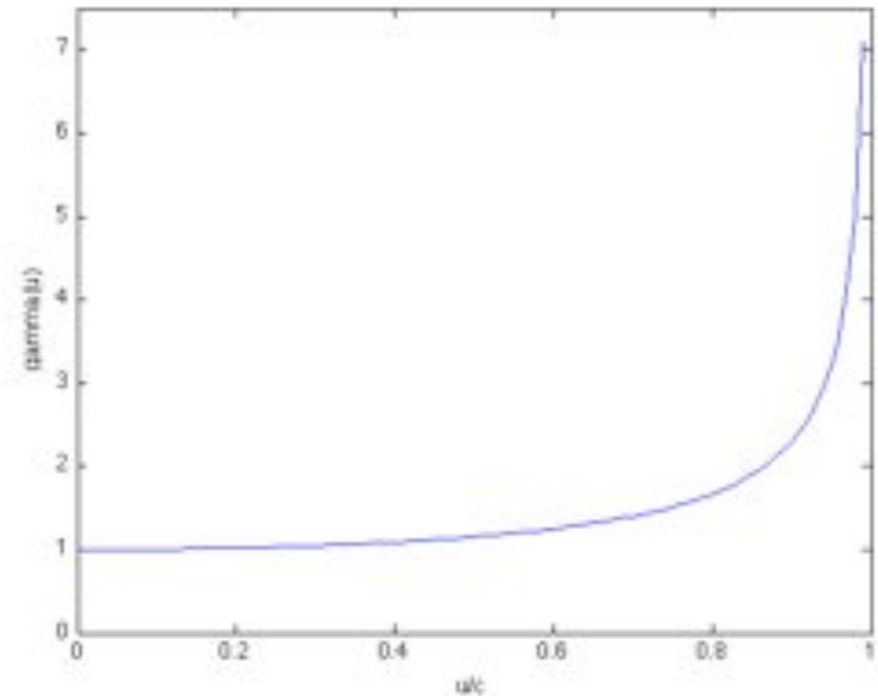


Conseguenze (2)...

Che succede se $u \rightarrow c$?

$$\gamma(u) \rightarrow \infty !$$

Vedremo poi le implicazioni.

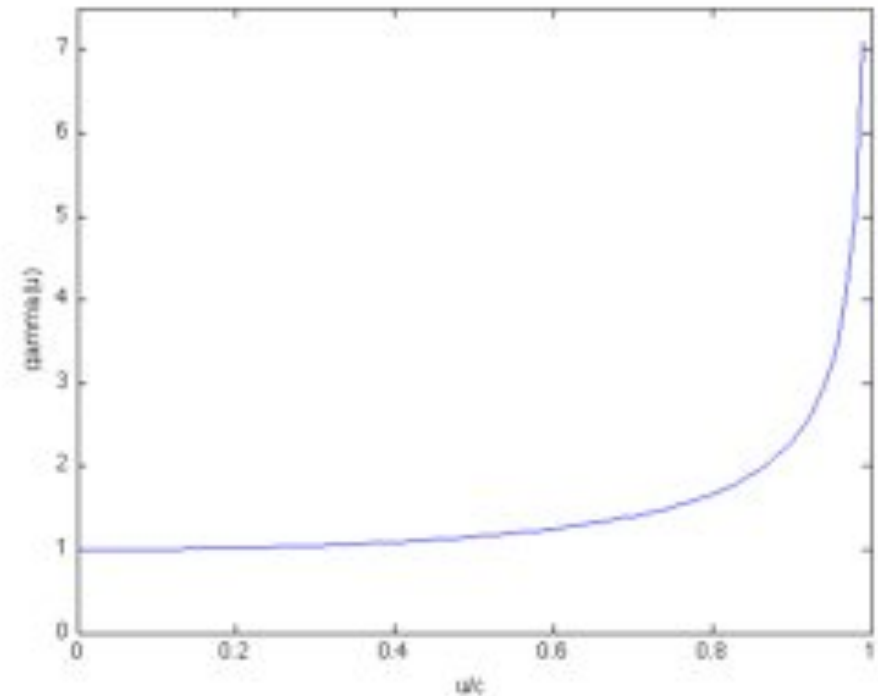


Conseguenze (2)...

Che succede se $u \rightarrow c$?

$$\gamma(u) \rightarrow \infty !$$

Vedremo poi le implicazioni.

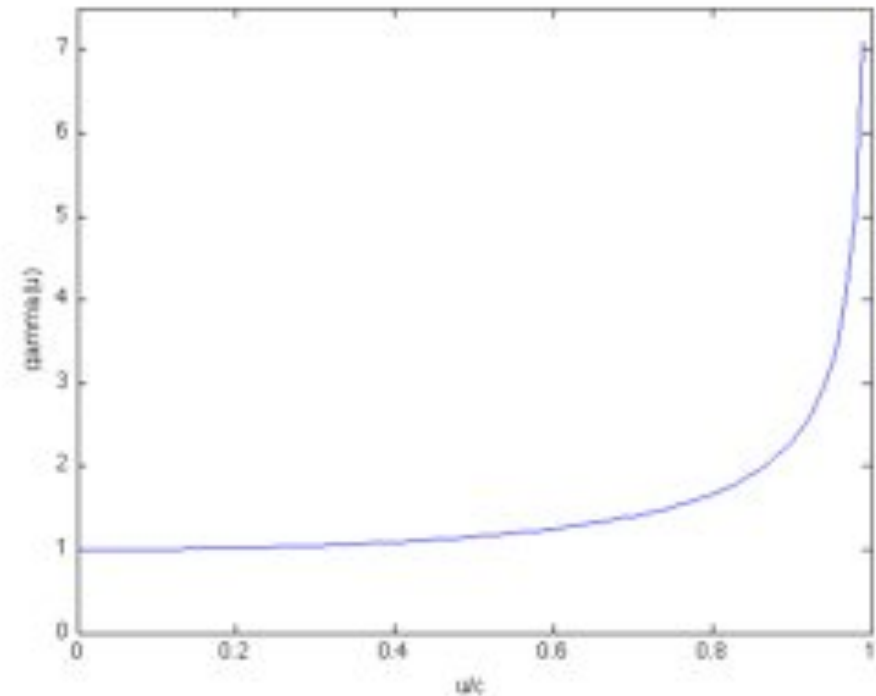


Conseguenze (2)...

Che succede se $u \rightarrow c$?

$$\gamma(u) \rightarrow \infty !$$

Vedremo poi le implicazioni.



Per i protoni di LHC :

$$\gamma \sim 3500$$

$$u = 0.99999999184 \, c$$

Conseguenze (3)

- I tempi si dilatano (nel Rif. degli “altri”).
- Possiamo dimostrare (è un pò più complesso) che anche le distanze cambiano da un Rif. all'altro. Ma solo nella direzione del moto.
- E sono più corte nei Rif. in moto !

Conseguenze (3)

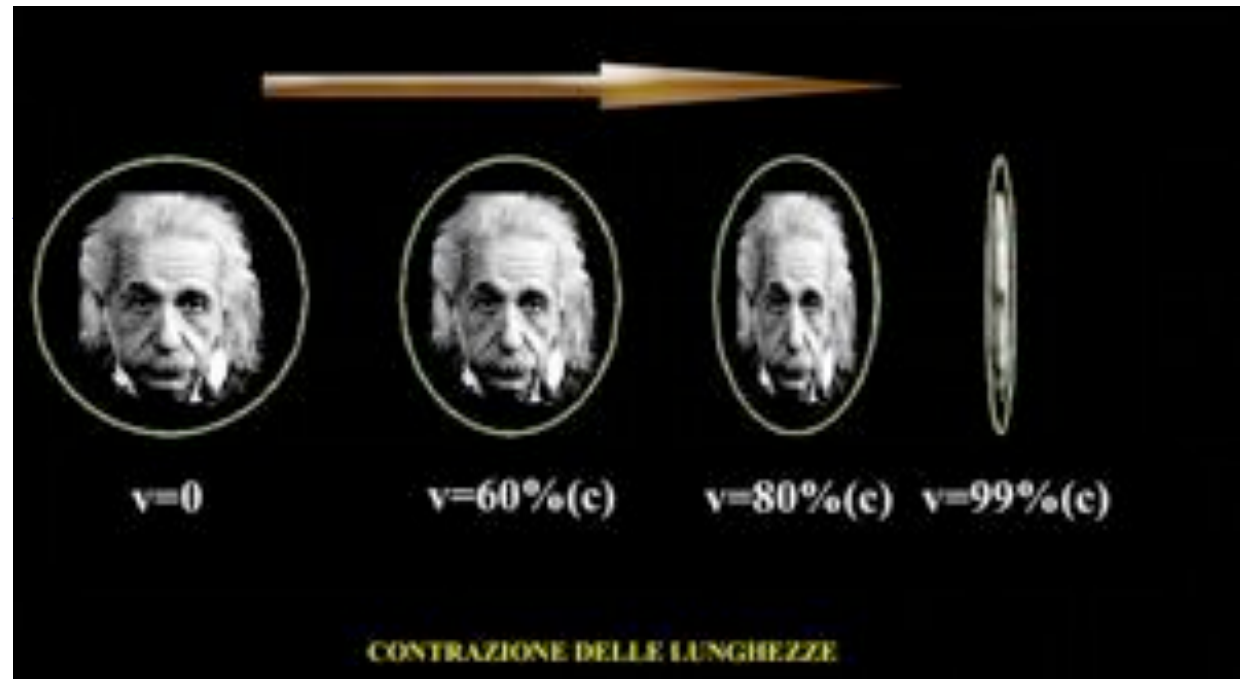
- I tempi si dilatano (nel Rif. degli “altri”).
- Possiamo dimostrare (è un pò più complesso) che anche le distanze cambiano da un Rif. all'altro. Ma solo nella direzione del moto.
- E sono più corte nei Rif. in moto !

$$\Delta L' = \frac{\Delta L}{\gamma(u)} = \Delta L \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

Conseguenze (3)

- I tempi si dilatano (nel Rif. degli “altri”).
- Possiamo dimostrare (è un pò più complesso) che anche le distanze cambiano da un Rif. all'altro. Ma solo nella direzione del moto.
- E sono più corte nei Rif. in moto !

$$\Delta L' = \frac{\Delta L}{\gamma(u)} =$$



Da Galileo a Lorentz

$$x' = x - ut$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t$$

Trasformazioni
di Galilei

$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \frac{t - ux/c^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

Trasformazioni
di Lorentz

Se $u \ll c$, $\gamma \rightarrow 1$ e le trasformazioni di Lorentz ricalcano quelle di Galileo

Chi ha ragione ?

- La relatività di Galileo era sbagliata ?
NO ! è perfettamente adeguata a tutti i fenomeni in cui le velocità in gioco sono piccole rispetto alla luce: $u \ll c$
- La relatività di Einstein è valida sempre ?
NO ! vale in tutti i moti inerziali, con qualunque valore di velocità.
E' inadeguata a trattare Rif. accelerati, o fenomeni di gravitazione.
Per questo ci vorrà' una teoria più ampia (e complessa): la Relatività Generale
- La Relatività Generale risolve ogni problema ?
NO ! non va d'accordo con la meccanica quantistica. Su questa sfida stanno lavorando alcune tra le migliori menti del pianeta.

Cosa abbiamo imparato fin qui

- c = costante per ogni Rif. inerziale.
- Questo e' incompatibile con RG, per cui $c' = c + u$
- Le LT soddisfano matematicamente questo requisito

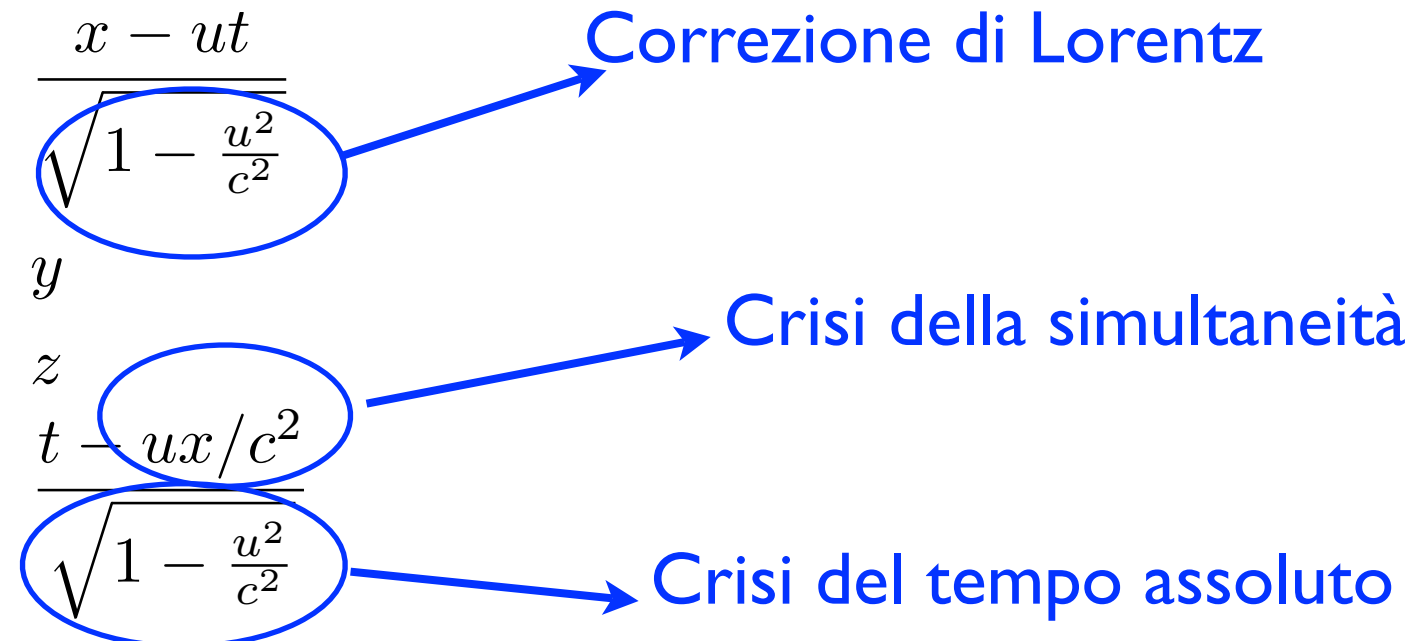
$$c = c'$$

- Le LT implicano, a guardarci bene dentro:
 - ★ Gli intervalli di tempo hanno durata diversa nei diversi Rif.
 - ★ La simultaneita' di due eventi e' relativa, dipende dal Rif. in cui e' osservata
 - ★ La lunghezza di un righello dipende dal Rif. in cui e' osservata

Le Trasformazioni di Lorentz

$$\begin{aligned}x' &= \frac{x - ut}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \\y' &= y \\z' &= z \\t' &= \frac{t - ux/c^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}\end{aligned}$$

Le Trasformazioni di Lorentz

$$\begin{aligned}x' &= \frac{x - ut}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} && \text{Correzione di Lorentz} \\y' &= y \\z' &= z \\t' &= \frac{t - ux/c^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} && \begin{aligned} &\text{Crisi della simultaneità} \\ &\text{Crisi del tempo assoluto} \end{aligned}\end{aligned}$$


Le Trasformazioni di Lorentz

$$\begin{aligned}x' &= \frac{x - ut}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} && \text{Correzione di Lorentz} \\y' &= y \\z' &= z \\t' &= \frac{t - ux/c^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} && \begin{aligned} &\text{Crisi della simultaneità} \\ &\text{Crisi del tempo assoluto} \end{aligned}\end{aligned}$$

Derivando rispetto al tempo (con molta attenzione !)
troviamo la legge di trasf. delle velocità. Nel caso
particolare $v = v_x$:

Le Trasformazioni di Lorentz

$$\begin{aligned}x' &= \frac{x - ut}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \\y' &= y \\z' &= z \\t' &= \frac{t - ux/c^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}\end{aligned}$$

Correzione di Lorentz

Crisi della simultaneità

Crisi del tempo assoluto

Derivando rispetto al tempo (con molta attenzione !)
troviamo la legge di trasf. delle velocità. Nel caso
particolare $v = v_x$:

$$v'_x = \frac{v_x - u}{1 - uv_x/c^2}$$

$$v'_y = 0;$$

$$v'_z = 0;$$

Le Trasformazioni di Lorentz

$$\begin{aligned}x' &= \frac{x - ut}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \\y' &= y \\z' &= z \\t' &= \frac{t - ux/c^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}\end{aligned}$$

Correzione di Lorentz

Crisi della simultaneità

Crisi del tempo assoluto

Derivando rispetto al tempo (con molta attenzione !)
troviamo la legge di trasf. delle velocità. Nel caso
particolare $v = v_x$:

$$v'_x = \frac{v_x - u}{1 - uv_x/c^2}$$

$$v'_y = 0;$$

$$v'_z = 0;$$

Verificare che, se $v_x = c$, $\Rightarrow c' = c$

Le Trasformazioni di Lorentz:

un po' di cosmetica !

$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \frac{t - ux/c^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

Definisco:

$$\beta = \frac{u}{c}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \\ = [1 - \beta^2]^{-1/2}$$


$$\begin{aligned} x' &= \gamma(u)(x - ut) \\ y' &= y \\ z' &= z \\ ct' &= \gamma(u)(ct - \beta x) \end{aligned}$$

Ancora un passo:

Definisco: $ct = x_0$ - ha le dim. di lunghezza.

Finalmente scrivo:

$$x' = \gamma(u)(x - \beta x_0)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$x'_0 = \gamma(u)(x_0 - \beta x)$$

Irresistibilmente simmetriche

4 variabili per definire un “evento”: un punto
nello spazio e l'istante in cui lo osservo -
Spazio a 4 Dim ? Spazio-Tempo

L'invariante di Lorentz

Ricordate :

$$(v)^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = (v')^2$$

L'invariante di Lorentz

Ricordate :

$$(v)^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = (v')^2$$

Ovviamente in una TL non funziona:

le lunghezze non restano costanti

i tempi non restano costanti.....

L'invariante di Lorentz

Ricordate :

$$(v)^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = (v')^2$$

Ovviamente in una TL non funziona:
le lunghezze non restano costanti
i tempi non restano costanti.....

Pero'..... consideriamo:

$$s^2 = x_0^2 - x^2 - y^2 - z^2 =$$
$$c^2(\Delta t)^2 - L_x^2 - L_y^2 - L_z^2 = s'^2$$

L'invariante di Lorentz

Ricordate :

$$(v)^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = (v')^2$$

Ovviamente in una TL non funziona:

le lunghezze non restano costanti
i tempi non restano costanti.....

Pero'..... consideriamo:

$$s^2 = x_0^2 - x^2 - y^2 - z^2 =$$
$$c^2(\Delta t)^2 - L_x^2 - L_y^2 - L_z^2 = s'^2$$

Una specie di modulo, a 4 dim. con i segni un po' originali ! Ma invariante per TL .

Lo spazio-tempo di Minkowski

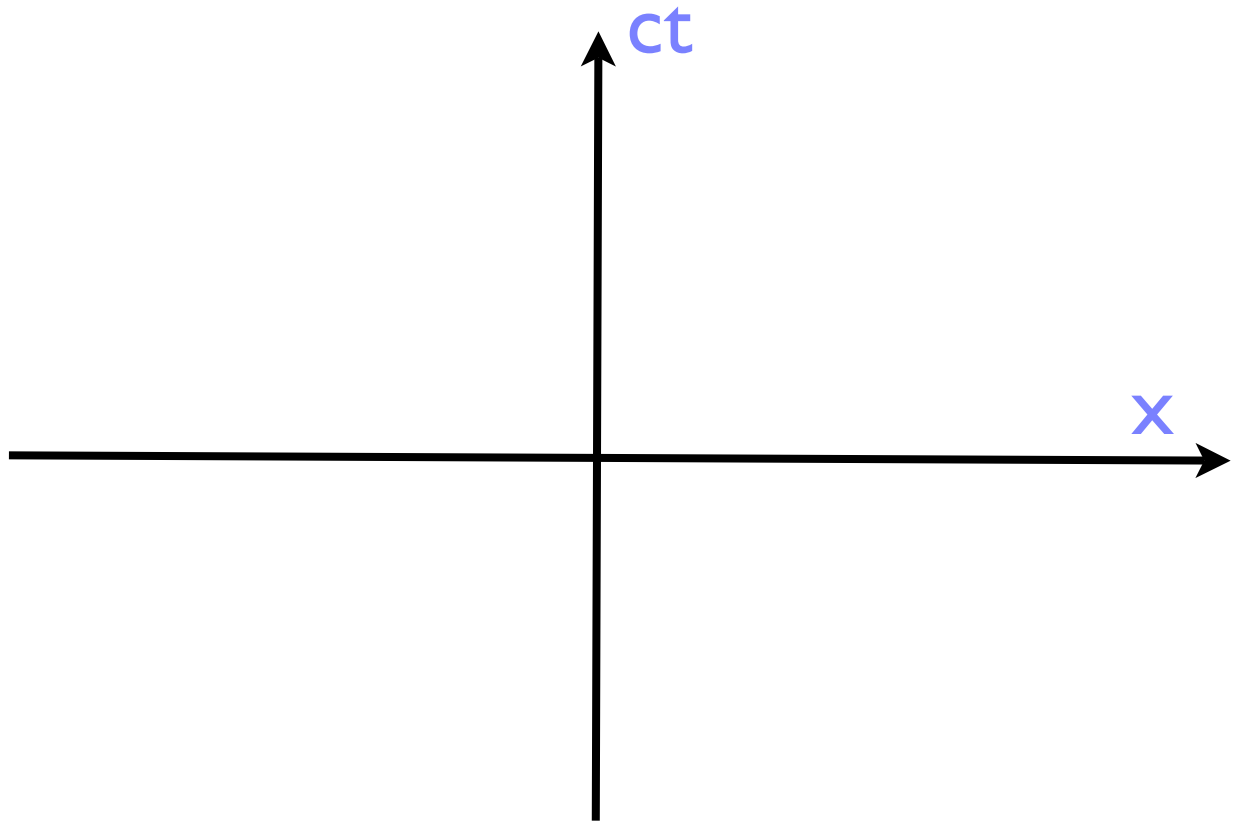
Costruisce una geometria, sui generis, a 4 dim:

Rappresentazione a 2 (poi 3) dim:

Lo spazio-tempo di Minkowski

Costruisce una geometria, sui generis, a 4 dim:

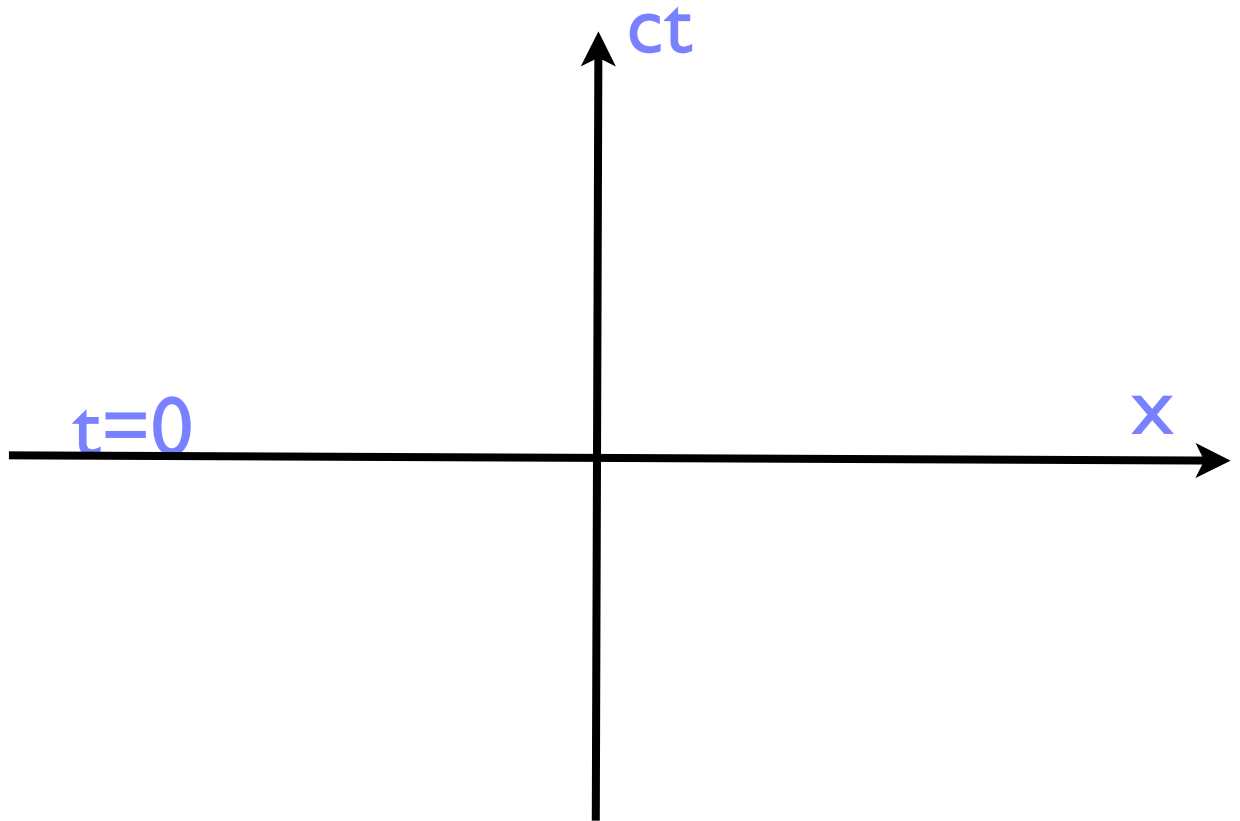
Rappresentazione a 2 (poi 3) dim:



Lo spazio-tempo di Minkowski

Costruisce una geometria, sui generis, a 4 dim:

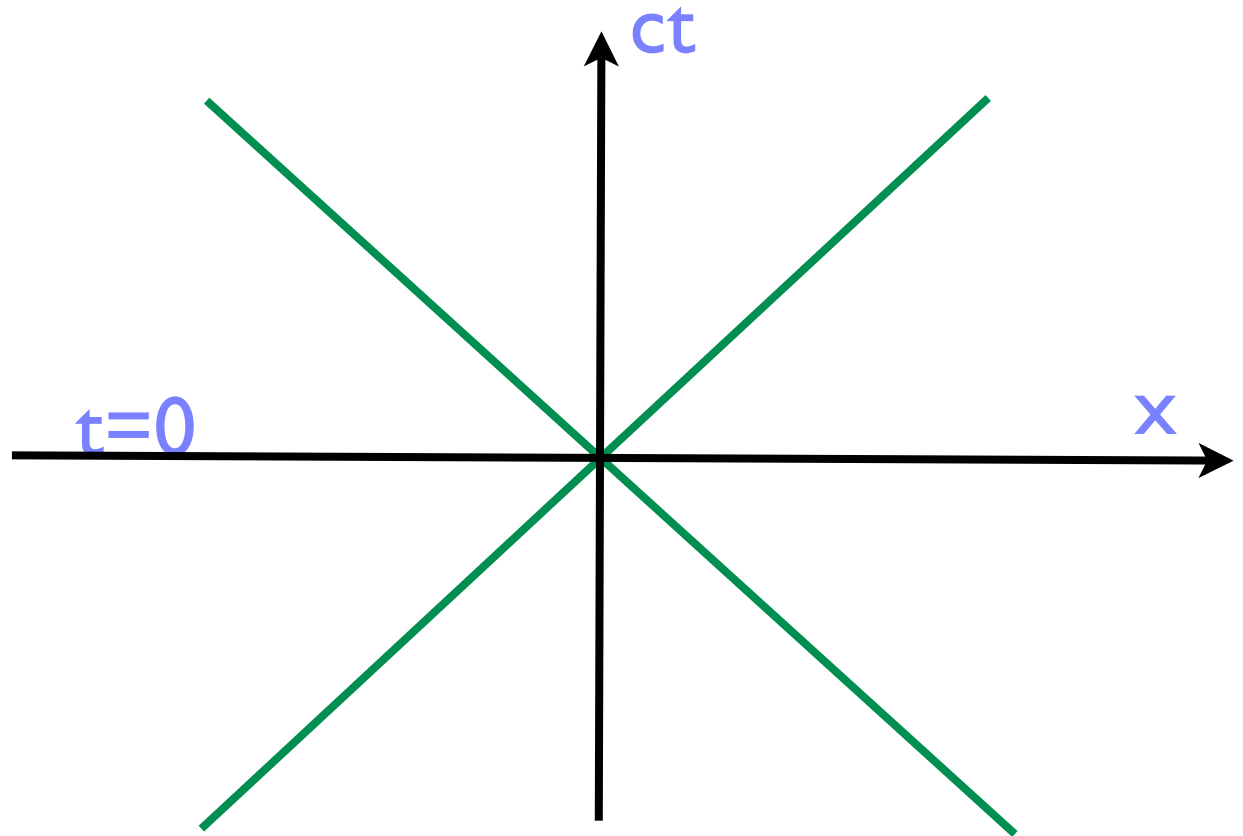
Rappresentazione a 2 (poi 3) dim:



Lo spazio-tempo di Minkowski

Costruisce una geometria, sui generis, a 4 dim:

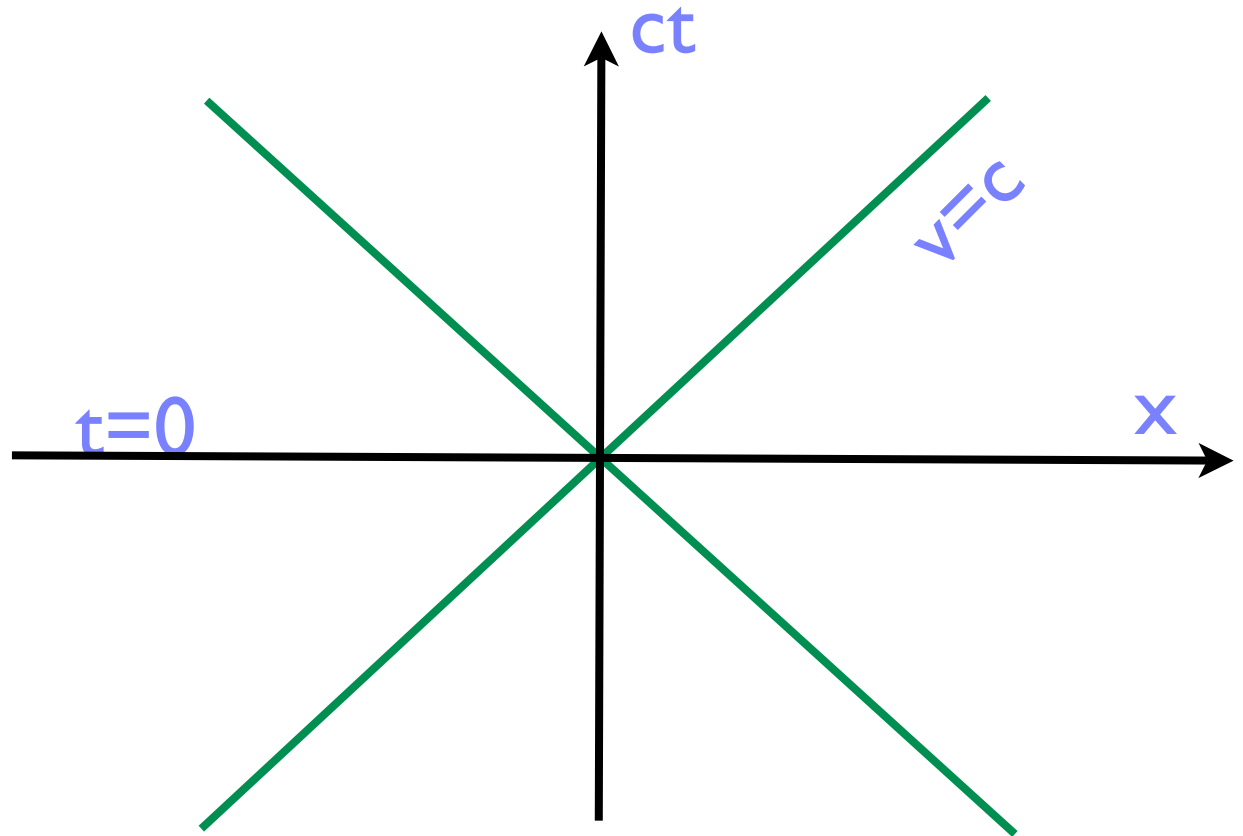
Rappresentazione a 2 (poi 3) dim:



Lo spazio-tempo di Minkowski

Costruisce una geometria, sui generis, a 4 dim:

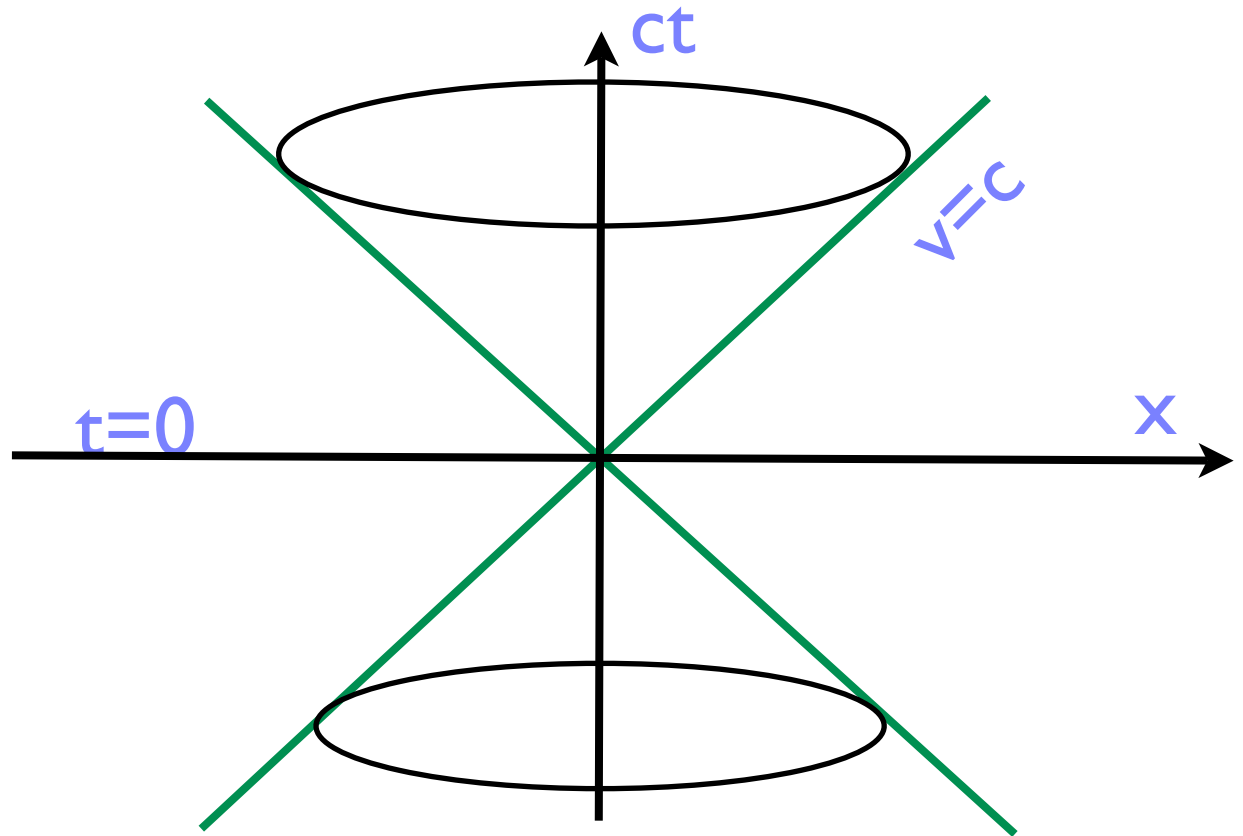
Rappresentazione a 2 (poi 3) dim:



Lo spazio-tempo di Minkowski

Costruisce una geometria, sui generis, a 4 dim:

Rappresentazione a 2 (poi 3) dim:

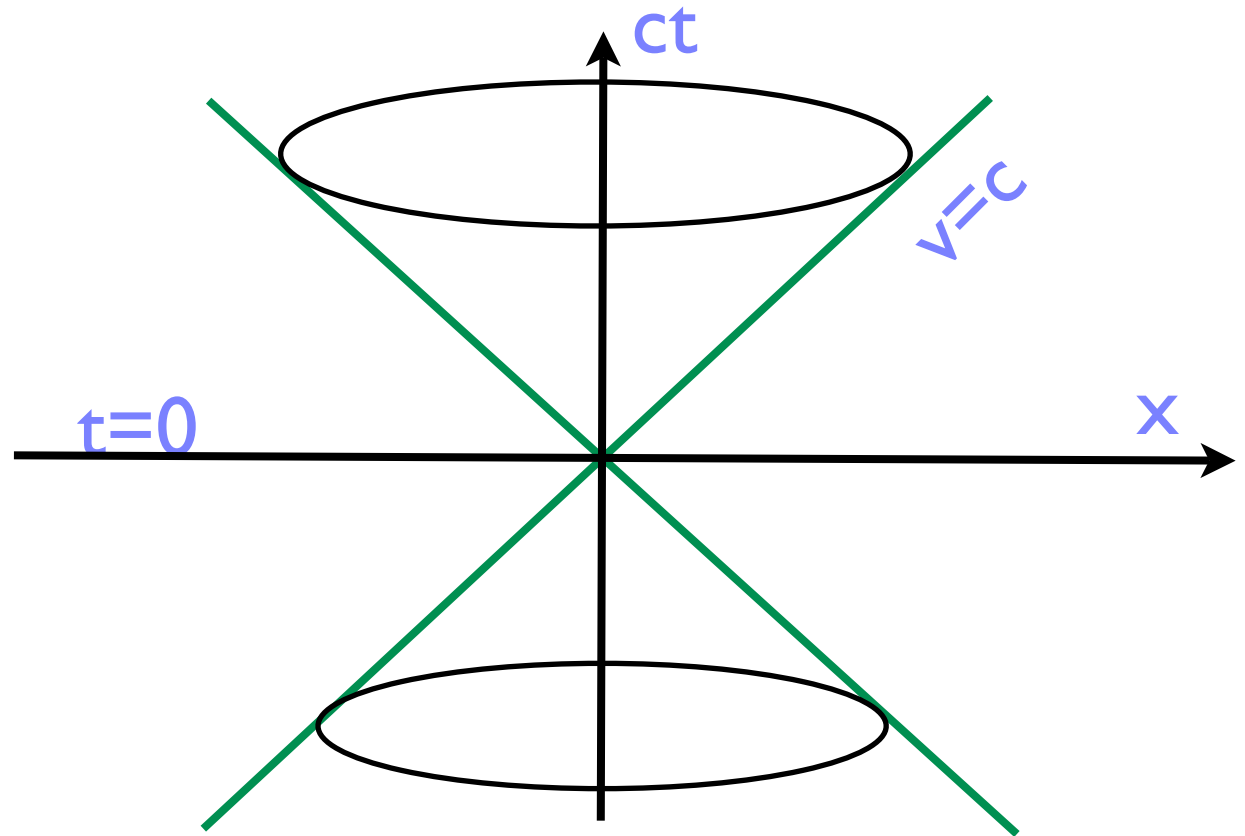


Lo spazio-tempo di Minkowski

Costruisce una geometria, sui generis, a 4 dim:

Rappresentazione a 2 (poi 3) dim:

- Lo SpazioTempo e' diviso in 3 regioni dalle due bisettrici
- Causalità
- Notate ct in ordinata e x in ascissa 😞



E la dinamica ? $F=ma$ etc. ?

- Abbiamo un 4-vettore posizione:

$$\{x, y, t, x_0\} \equiv \mathbf{x}^\mu \quad (\mu = 0, 1, 2, 3)$$

- Possiamo derivarlo rispetto al tempo (proprio), otteniamo:

$$\mathbf{V}^\mu \equiv \gamma(u) [v_x, v_y, v_z, c]$$

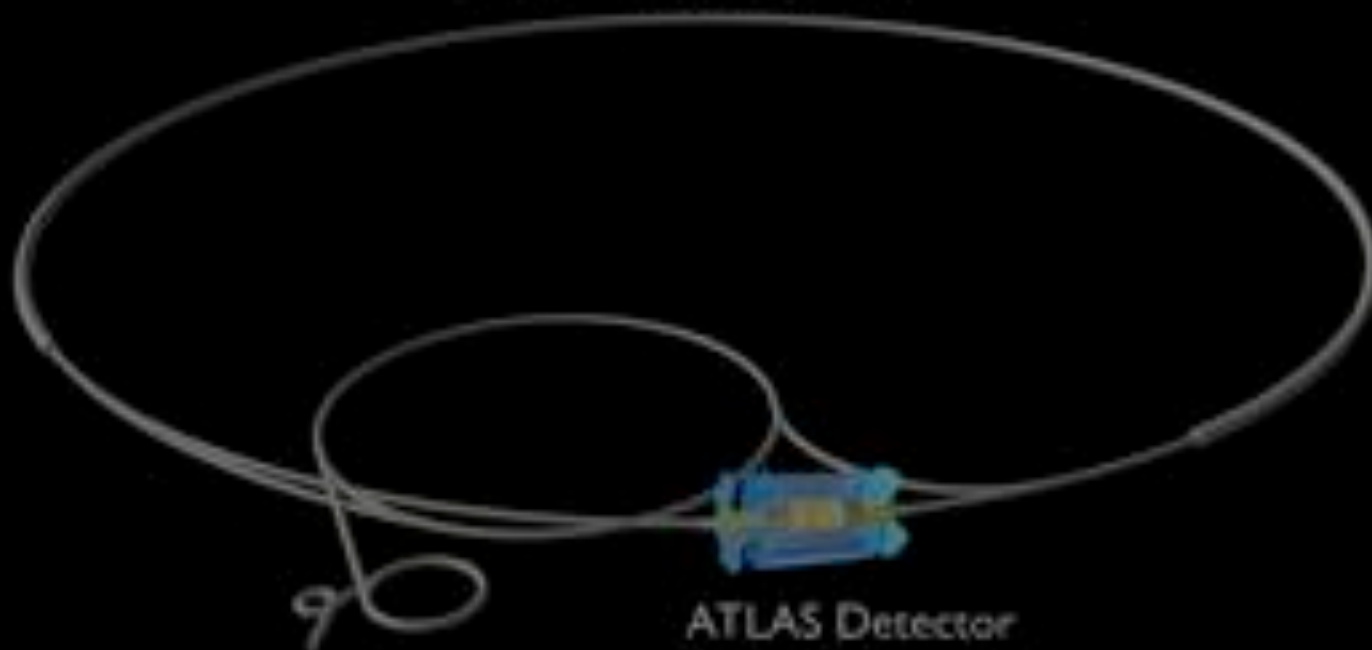
- moltiplicando per la massa del corpo, abbiamo la 4-quantita' di moto: $\mathbf{P}^\mu = \gamma(u) m [v_x, v_y, v_z, c]$

$$\mathbf{F}^\mu = \frac{d\mathbf{P}^\mu}{d\tau}$$

- etc. : tutta la dinamica Newtoniana e' confermata (con qualche $\gamma(u)$ qui e la') con equazioni 4-vettoriali.
- Ma descrive anche il moto di particelle con v prossime a c !

PLAY ▶

Large Hadron Collider



Ma cosa significa quella quarta (o zero) componente ?

- Studiamo $cp^0 = mc^2 \gamma(u)$:
- Guardiamo ancora una volta $\gamma(u)$ e approssimiamo:

Ma cosa significa quella quarta (o zero) componente ?

- Studiamo $cp^0 = mc^2 \gamma(u)$:
- Guardiamo ancora una volta $\gamma(u)$ e approssimiamo:

$$\gamma(u) = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \simeq \left(1 + \frac{1}{2} \frac{u^2}{c^2} + \dots\right)$$

Ma cosa significa quella quarta (o zero) componente ?

- Studiamo $cp^0 = mc^2 \gamma(u)$:
- Guardiamo ancora una volta $\gamma(u)$ e approssimiamo:

$$\gamma(u) = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \simeq \left(1 + \frac{1}{2} \frac{u^2}{c^2} + \dots\right)$$

- quindi : $cp^0 = mc^2 + \frac{1}{2} m u^2 + \dots$

Ma cosa significa quella quarta (o zero) componente ?

- Studiamo $cp^0 = mc^2 \gamma(u)$:
- Guardiamo ancora una volta $\gamma(u)$ e approssimiamo:

$$\gamma(u) = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \simeq \left(1 + \frac{1}{2} \frac{u^2}{c^2} + \dots\right)$$

- quindi : $cp^0 = mc^2 + \frac{1}{2} m u^2 + \dots$

?

Ma cosa significa quella quarta (o zero) componente ?

- Studiamo $cp^0 = mc^2 \gamma(u)$:
- Guardiamo ancora una volta $\gamma(u)$ e approssimiamo:

$$\gamma(u) = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \simeq \left(1 + \frac{1}{2} \frac{u^2}{c^2} + \dots\right)$$

- quindi : $cp^0 = mc^2 + \frac{1}{2} m u^2 + \dots$

?

Energia cinetica del corpo

Ma cosa significa quella quarta (o zero) componente ?

- Studiamo $cp^0 = mc^2 \gamma(u)$:
- Guardiamo ancora una volta $\gamma(u)$ e approssimiamo:

$$\gamma(u) = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \simeq \left(1 + \frac{1}{2} \frac{u^2}{c^2} + \dots\right)$$

- quindi : $cp^0 = mc^2 + \frac{1}{2} m u^2 + \dots$

Energia cinetica del corpo

Ma cosa significa quella quarta (o zero) componente ?

- Studiamo $cp^0 = mc^2 \gamma(u)$:
- Guardiamo ancora una volta $\gamma(u)$ e approssimiamo:

$$\gamma(u) = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \simeq \left(1 + \frac{1}{2} \frac{u^2}{c^2} + \dots\right)$$

- quindi : $cp^0 = mc^2 + \frac{1}{2} m u^2 + \dots$

Energia cinetica del corpo

Energia legata alla massa del corpo !

Cosa abbiamo fatto ?

- Abbiamo riconciliato la teoria dell'elettromagnetismo con quella della meccanica
- Abbiamo unificato lo spazio ed il tempo in un'entità geometrica (lo SpazioTempo) dove hanno pari dignità
- Abbiamo unificato diversi concetti della meccanica :
p.es. non parliamo piu' di energia e quantità di moto, ma del quadrivettore "Energia- Impulso"
- Abbiamo costruito una teoria (la dinamica relativistica) che descrive a perfezione gli urti tra particelle elementari ultrarelativistiche

La Rel. Speciale e' la teoria definitiva ?

- Abbiamo visto che descrive correttamente la meccanica:

$$F^\mu = \frac{dP^\mu}{d\tau}$$

- Descrive benissimo anche l'elettromagnetismo: le eq. di Maxwell sono naturalmente invarianti:

$$\square A^\mu = -\mu_0 j^\mu$$

- Si integra a perfezione con la Meccanica Quantistica:

MQ +RS = QED teoria di enorme successo

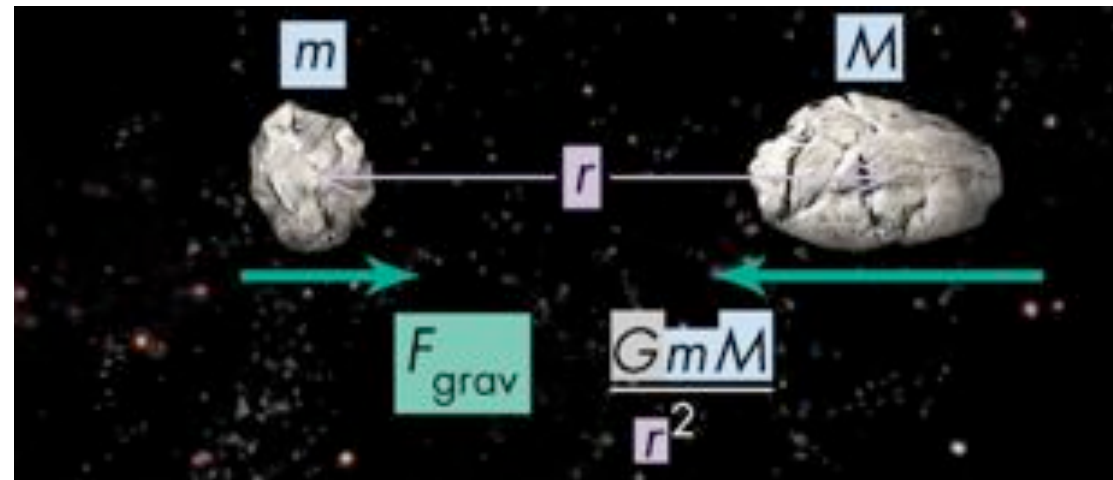
$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0$$

-ma non va d'accordo con la teoria Newtoniana della gravitazione

La Relativita' Speciale e' la teoria definitiva ?

....ma non va d'accordo con la teoria Newtoniana della gravitazione :

L'attrazione a distanza ed immediata tra corpi celesti (o anche terrestri) non e' compatibile con $c < \infty$



Da qui Einstein parte per quella che e' stata chiamata "la piu' grande avventura dell'intelletto umano":

la **Teoria Generale della Relativita'**, una *teoria geometrica della Gravitazione* .

....ma questo richiederebbe un'altra lezione !

La Relatività nella nostra vita: il GPS

La Relatività nella nostra vita: il GPS

24 satelliti (+3 di riserva), in orbita a 20000 km circa, con un periodo di 12 ore.

La Relatività nella nostra vita: il GPS

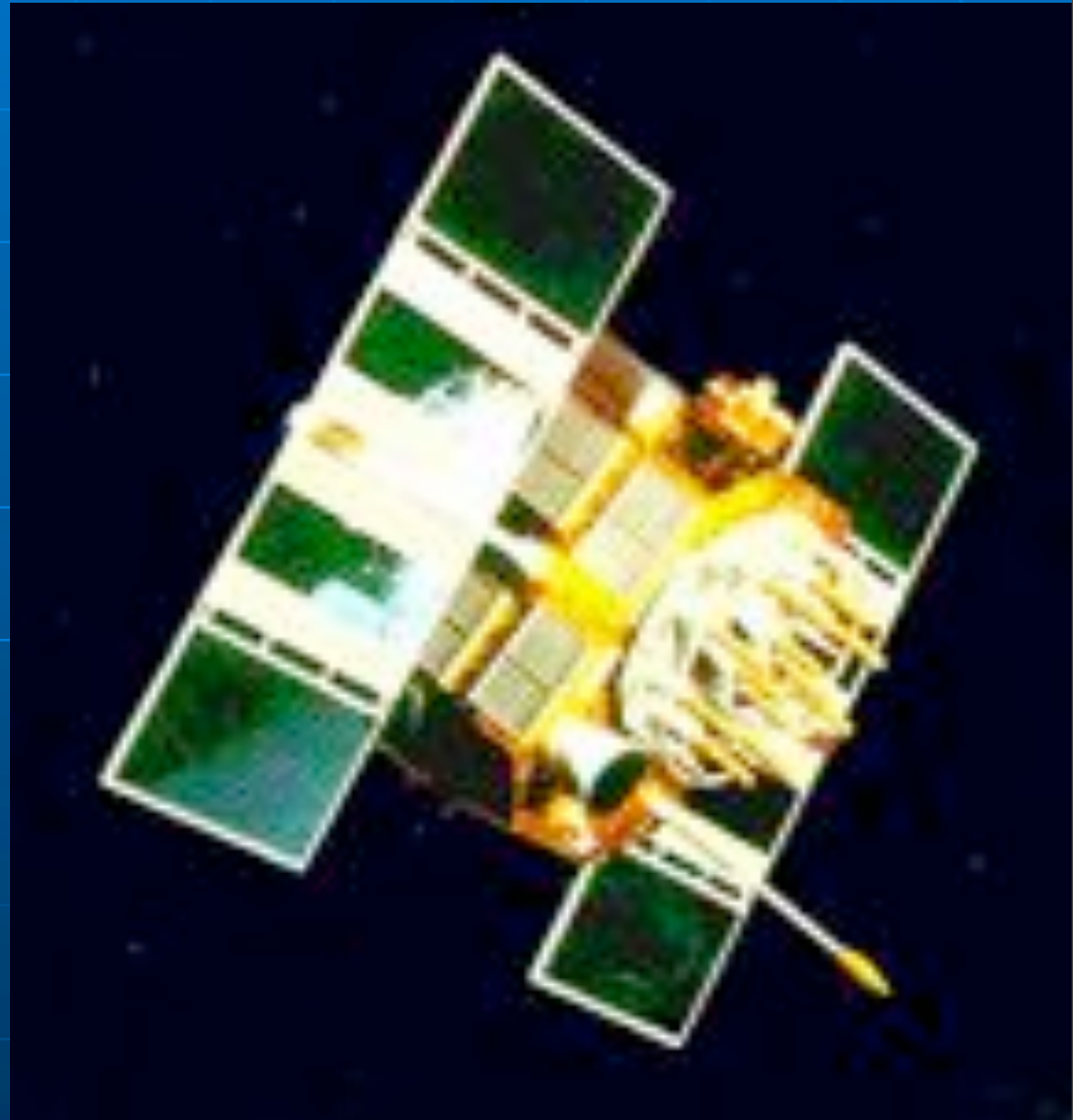
24 satelliti (+3 di riserva), in orbita a 20000 km circa, con un periodo di 12 ore.

4 orologi atomici a bordo di ogni satellite.

La Relatività nella nostra vita: il GPS

24 satelliti (+3 di riserva), in orbita a 20000 km circa, con un periodo di 12 ore.

4 orologi atomici a bordo di ogni satellite.

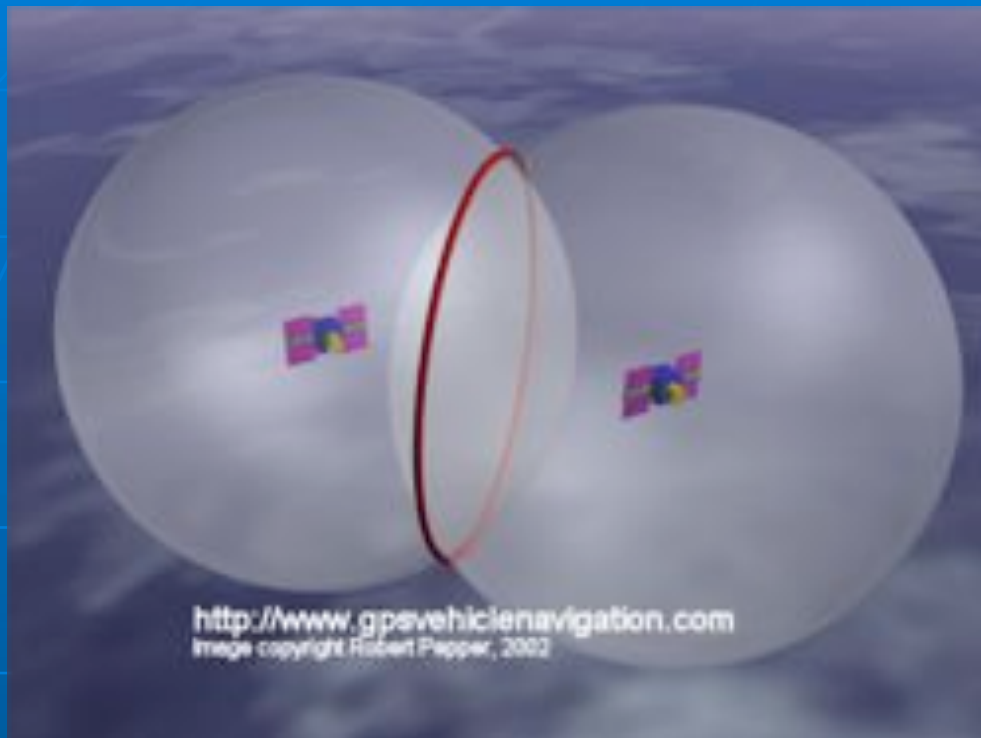


Orologio atomico

Partiamo dalla definizione di secondo:

Un secondo è definito come il tempo impiegato da 9 192 631 770 cicli della radiazione emessa da un atomo di cesio-133 in particolari condizioni, facilmente riproducibili; un orologio che conta i cicli della radiazione emessa da un gas è un orologio atomico.

Oltre al cesio, viene spesso usato il Rubidio.



Ogni satellite è al centro di una sfera di raggio $r = ct_s$ ove t_s è il tempo impiegato dal segnale di ciascun satellite ad arrivare fino all'osservatore. Gli orologi dei satelliti sono sincronizzati.

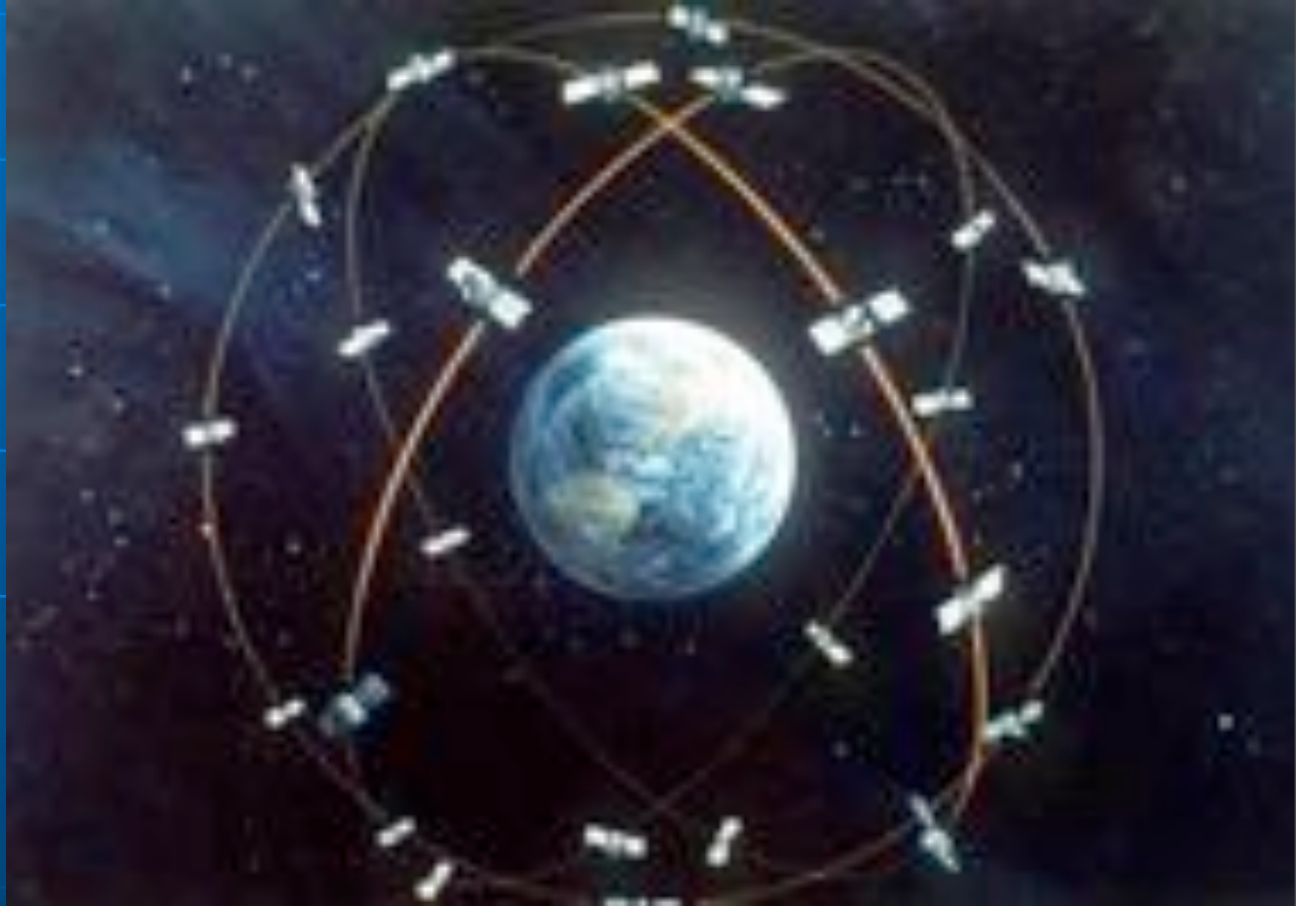
Due sfere si intersecano in una circonferenza, tre in due punti.



GPS

Precisione attuale:
10-20 m

Precisione che si può
ottenere:
qualche cm.



GPS e relatività

I satelliti GPS viaggiano ad alta velocità ($\sim 4\text{km/s}$; $u/c \sim 1.3 \cdot 10^{-5}$; $\gamma(u) = 1 + 10^{-10}$). Per questo motivo, i segnali dell'orologio atomico che emettono vengono ricevuti ad una frequenza più lenta di quella emessa.

$$\Delta t' - \Delta t = 10^{-10} \Delta t = 1\text{ns su } 10\text{ s} = 0.3\mu\text{s /ora} = 7\mu\text{s/giorno !}$$

GPS e relatività

I satelliti GPS viaggiano ad alta velocità ($\sim 4\text{km/s}$; $u/c \sim 1.3 \cdot 10^{-5}$; $\gamma(u) = 1 + 10^{-10}$). Per questo motivo, i segnali dell'orologio atomico che emettono vengono ricevuti ad una frequenza più lenta di quella emessa.

$$\Delta t' - \Delta t = 10^{-10} \Delta t = 1\text{ns su } 10\text{ s} = 0.3\mu\text{s /ora} = 7\mu\text{s/giorno !}$$

In realtà una correzione 6 volte più grande (e di segno opposto) viene dalla Relatività Generale:

l'orologio è in una regione in cui il campo gravitazionale è meno intenso che al suolo.

GPS

L'effetto sul tempo è molto piccolo, $1.8 \mu s$ per ogni ora: però, se lo moltiplichiamo per c , ci ritroviamo con una differenza di posizione di 500m; per di più, è cumulativo: dopo due ore è di 1000 m, etc.

GPS

- Usi:

Navigazione

Navigazione aerea (in futuro, atterraggi con visibilità zero)

Navigazione automobilistica

Pesca

Escursionismo

..... Raccolta funghi....



That's all Folks!

Carlo, che sta sulla Terra, ha come sistema di riferimento quello individuato da s_T e t_T , e si muove nel tempo lungo t_T

Gianni, a bordo dell'astronave R, viaggia a velocità v e ha come sistema di riferimento quello individuato da s_A e t_A , muovendosi nel tempo lungo t_A

Gianni, appena giunto in B, ha B' come punto di corrispondenza simultaneo su t_T

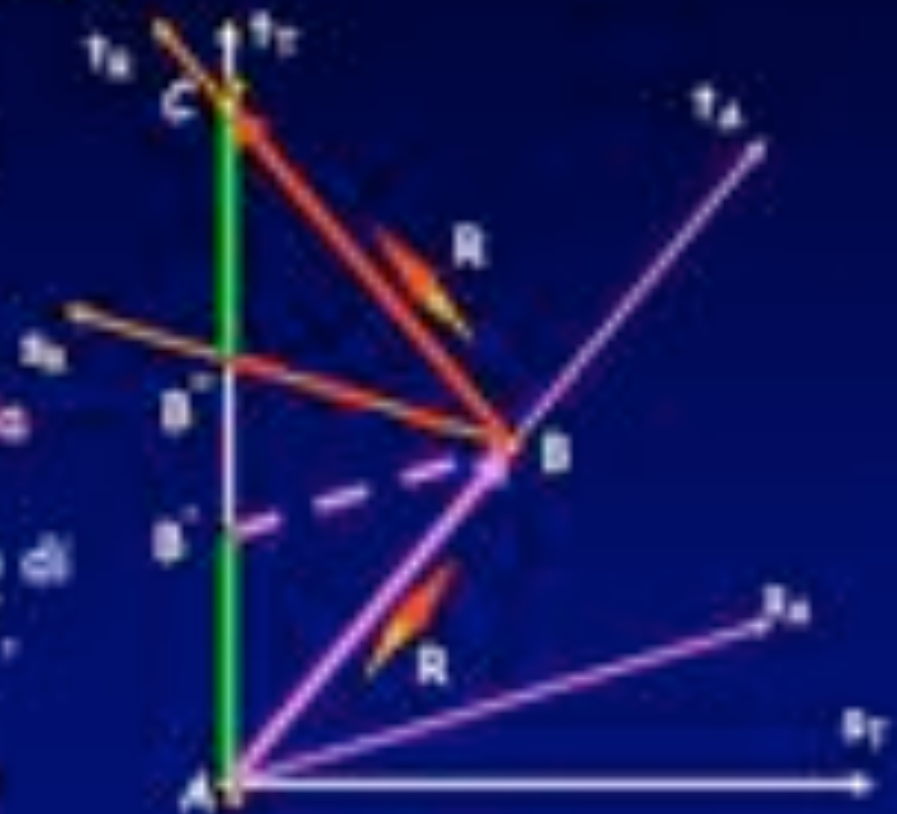
Gianni, riparte immediatamente per la Terra, ma ciò causa un cambiamento di sistema di riferimento, ora individuato da s_R e t_R

In questo sistema di riferimento il punto di corrispondenza simultaneo di B è però B'' , ben più avanti nel tempo terrestre di B'

Al ritorno sulla Terra (punto C) Carlo ha vissuto la lunghezza AC

Gianni ha invece vissuto solo $AB' + B''C$

Gianni è quindi veramente più giovane: il paradosso è risolto



Cono di Luce

Il cono in alto rappresenta il possibile futuro nello Spazio-Tempo

Il punto A' rappresenta il futuro di A senza alcun movimento nello spazio

Il punto B rappresenta il futuro di A in movimento ad una certa velocità

Il punto C rappresenta il futuro di A in movimento alla velocità della luce

A NON può muoversi verso il passato

Tutto il futuro di A deve essere contenuto nel cono arancione

