

## Soluzioni della prova scritta di Fisica 2

27 settembre 2013

1. a) I due nuclei percorrono orbite circolari di raggi diversi ( $R_i = \frac{m_i V}{q_i B}$ ) e quindi possono incontrarsi solo nel punto di partenza (comune alle due circonferenze) dopo aver compiuto un numero intero di orbite complete. I due nuclei orbitano con periodi diversi:

$$T_{Li} = \frac{2\pi 7m_p}{3eB} = \frac{7}{3}T_0; \quad T_{He} = \frac{2\pi 3m_p}{2eB} = \frac{3}{2}T_0; \quad (1)$$

La collisione avviene dopo un tempo  $\tau$  che sia comune multiplo dei due periodi:

$$\tau = kT_{Li} = pT_{He} \quad \Rightarrow k \cdot 7/3T_0 = p \cdot 3/2T_0 \quad \Rightarrow k/p = 9/14 \quad (2)$$

$$\tau = 9 \cdot T_{Li} = 14 \cdot T_{He} = 21T_0 = 21 \frac{2\pi m_p}{eB} \quad (3)$$

- b) I nuclei vengono accelerati in verticale dal campo  $E$ :  $a_i = q_i E_z / m_i$ . Affinché collidano, occorre che nel tempo  $\tau$  abbiano percorso uguale cammino lungo  $z$ :

$$z_{He} = z_{Li} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2}E_z \frac{2e}{3m} \tau^2 = \frac{1}{2}E_z \frac{3e}{7m} \tau^2 + v_0 \tau \quad (5)$$

e quindi :

$$v_0 = \frac{1}{2}E_z \tau \frac{e}{m} \left( \frac{2}{3} - \frac{3}{7} \right) = 5\pi E_z / B \quad (6)$$

2. Assumiamo coordinate sferiche: in un generico punto  $\vec{r} = (r, \theta, \phi)$  i campi valgono:

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\hat{r}}{r^2}; \quad \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r \sin\theta} \hat{\phi} \quad (7)$$

Il vettore di Poynting  $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{B} / \mu_0$  è diretto in ogni punto come  $\hat{r} \times \hat{\phi} = -\hat{\theta}$  e ha modulo  $|S| = \frac{qI}{8\pi^2\epsilon_0 \sin\theta r^3}$

Essendo ortogonale alla normale della superficie sferica (o anche cilindrica), il flusso di  $\vec{S}$  è nullo; non vi è trasporto di energia verso l'esterno.

3. Il campo elettrico é nullo all'interno delle due sfere, in quanto conduttrici.

Nel resto dell'asse  $x$ , il campo elettrico é dato dalla sovrapposizione dei campi delle due singole sfere:

$$\vec{E}(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{Q_1}{(|x+L|)^3}(x+L)\hat{x} + \frac{Q_2}{(|x-L|)^3}(x-L)\hat{x} \right] \quad (8)$$

Questa relazione si puo' semplificare considerando che le sfere hanno carica di segno concorde, quindi i campi elettrici generati da esse si sommano all'esterno ( $x < -L - R_1$ ;  $x > L + R_2$ ) e si sommano algebricamente (hanno verso opposto) all'interno dell'intervallo tra le due sfere ( $-L + R_1 < x < L - R_2$ ).

$$|\vec{E}(x)| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{Q_1}{(x+L)^2} \pm \frac{Q_2}{(x-L)^2} \right] \quad (9)$$

usando il segno “+” all'esterno, e “-” tra le due sfere.

Il verso é  $+\hat{x}$  per  $x > L + R_2$ , é  $-\hat{x}$  per  $x < -L - R_1$ , é determinato dal segno della somma per  $-L + R_1 < x < L - R_2$ .

a)  $Q_1 = Q_2 = Q_0$ :

$$|\vec{E}(x)| = \frac{Q_0}{4\pi\epsilon_0} \frac{(x^2 + L^2) \pm (x^2 - L^2)}{(x^2 - L^2)^2} \quad (10)$$

b) Dopo il contatto le sfere si portano allo stesso potenziale,  $V_1 = V_2 \Rightarrow Q_1/R_1 = Q_2/R_2$ . Inoltre, la carica é conservata:  $Q_1 + Q_2 = 2Q_0$ . Queste due relazioni danno:

$$\begin{aligned} Q_1 &= 2Q_0 \frac{R_1}{R_1+R_2} = \frac{1}{2}Q_0 \\ Q_2 &= 2Q_0 \frac{R_2}{R_1+R_2} = \frac{3}{2}Q_0 \end{aligned}$$

e quindi, usando la relazione 9:

$$|\vec{E}(x)| = \frac{Q_0}{8\pi\epsilon_0(x^2 - L^2)^2} [(x^2 + L^2) \pm 3(x^2 - L^2)] \quad (11)$$