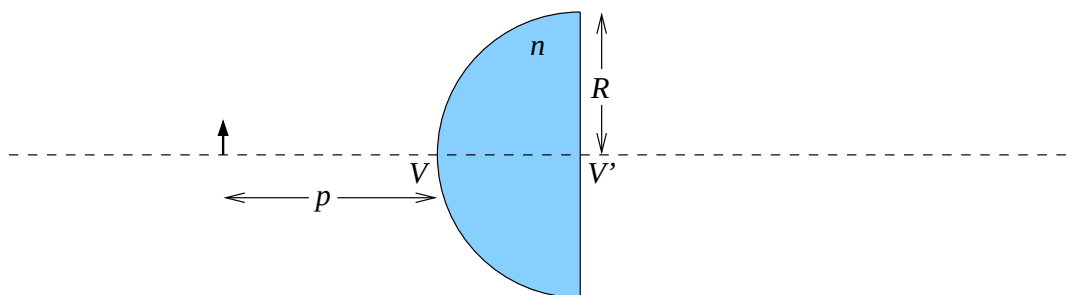




Anno accademico 2009 - 2010
Corso di Laurea in Fisica e F.A.M.
Esame di Fisica 3 (Prof P. Chiaradia)
18 Giugno 2010

Problema

Una lente semplice è costituita da una semisfera di vetro ($n = 1.5$) di raggio $R = 10$ cm, con la superficie convessa rivolta verso sinistra. Sull'asse ottico della lente, ad una distanza $p = 14$ cm dalla lente (dal vertice V) ed alla sua sinistra (vedi figura), è posto un oggetto di altezza $h = 1.5$ cm.



Calcolare:

- la posizione dei fuochi della lente;
- dove si forma l'immagine dell'oggetto e l'altezza di questa immagine;
- la posizione dei piani principali.

Soluzione

Abbiamo una lente spessa che consideriamo come l'insieme di due diottri.

Scriviamo l'equazione dei due diottri e la relazione che lega l'immagine del primo diottero con l'oggetto del secondo diottero.

$$\frac{n}{q_1} + \frac{1}{p_1} = \frac{n-1}{R} \quad \frac{1}{q_2} + \frac{n}{p_2} = 0 \quad p_2 = R - q_1$$

avendo indicato con (p_1, q_1) e con (p_2, q_2) posizione dell'oggetto e dell'immagine rispettivamente del primo e del secondo diottero

Facendo i due limiti $p_1 \rightarrow \infty$ e $q_2 \rightarrow \infty$ e risolvendo il semplice sistema, troviamo rispettivamente il fuoco sinistro F_2 e il fuoco destro F_1 . Con i dati del problema abbiamo

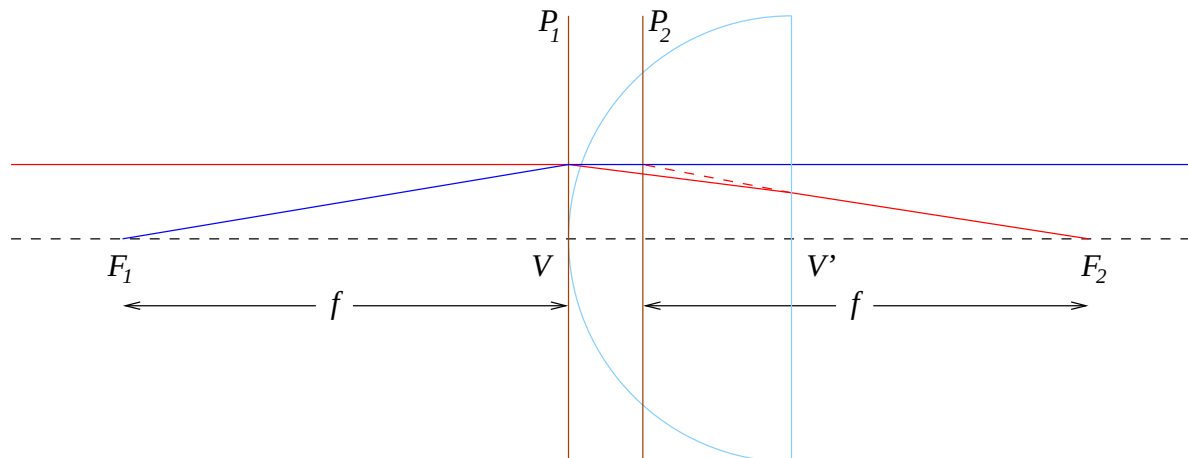
$$F_1 = p_1(q_2 \rightarrow \infty) = \frac{R}{n-1} = 2R = 20 \text{ cm} \quad F_2 = q_2(p_1 \rightarrow \infty) = \frac{R}{n(n-1)} = \frac{4}{3}R = 13.3 \text{ cm}$$

Risolvendo il sistema generale di sopra, possiamo ricavare l'espressione di q_2 in funzione dell'oggetto p_1 .

$$q_2(p_1) = \frac{R(R+p_1)}{n[(n-1)p_1 - R]} \Rightarrow q_2(p_1 = 14 \text{ cm}) = -53.3 \text{ cm}$$

L'immagine del nostro oggetto risulta a 53.3 cm dal vertice V' , cioè dalla faccia piana della lente, a sinistra della lente, dunque si tratta di un'immagine virtuale.

Per calcolare l'ingrandimento dobbiamo necessariamente calcolare la distanza focale del sistema e dunque i piani principali. Per il calcolo di questi ultimi è utile ricorrere alla rappresentazione grafica.



In particolare, dato che il secondo diottero è piano, si può subito osservare che la distanza focale della lente f è pari alla distanza del primo fuoco dal vertice V , cioè

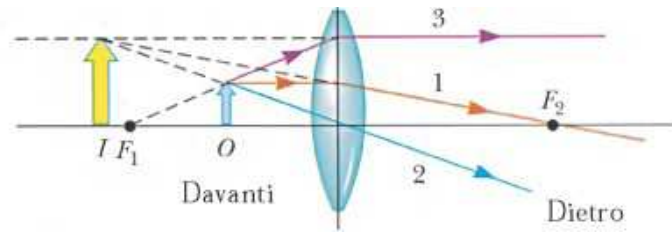
$$f = F_1 = \frac{R}{n-1} = 2R = 20 \text{ cm}$$

Allo stesso risultato si sarebbe arrivati volendo calcolare la distanza focale dalla distanza F_2P_2 , usando la similitudine dei due triangoli (metodo usuale per il calcolo di f). I piani principali sono allora posizionati come nella figura a 20 cm dai fuochi.

Per calcolare ora l'ingrandimento trasversale del nostro oggetto possiamo usare l'equazione della lente

$$\frac{1}{q} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f}$$

dove ora le distanze sono calcolate rispetto alla posizione dei piani principali. Si badi che con questa equazione potevamo calcolare l'immagine del nostro oggetto che viene appunto $q = -46.7 \text{ cm}$, questa volta riferita al piano principale P_2 . Per l'ingrandimento, facciamo riferimento alla figura, dalla quale si osserva facilmente che vale:



$$h' = -\frac{q}{p}h = 5 \text{ cm}$$

e l'immagine risulta dritta.