

Soluzioni Compito Scritto - Fisica Generale 2

6 Febbraio 2007

Corso di Laurea Triennale in Chimica

Esercizio n.1

La densità ρ si ottiene dal teorema della divergenza:

$$\rho = \epsilon_0 \left(\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} \right) .$$

La dipendenza del campo elettrico dalle coordinate cartesiane viene esplicitata usando la relazione $\vec{r} = (x, y, z)$:

$$\vec{E} = a \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} (x, y, z) ,$$

Svolgendo le derivate si ottiene:

$$\rho = 4 a \epsilon_0 r ,$$

per cui:

$$\rho(R/2) = 4 a \epsilon_0 \frac{R}{2} = 1.8 \cdot 10^{-6} \frac{C}{m^3} .$$

La carica totale racchiusa dalla sfera é data da:

$$Q = 4\pi \int_0^R dr r^2 4 a \epsilon_0 r = 4\pi a \epsilon_0 R^4 = 1.1 \cdot 10^{-8} C .$$

Esercizio n.2

La sfera si comporta come un condensatore con un'armatura all'infinito e dunque, nell'ipotesi menzionate nel testo, il sistema é equivalente ad un circuito RC in serie connesso ad un generatore.

La capacità della sfera é:

$$C = 4\pi\epsilon_0 r = 22.2 \text{ pF} .$$

Il processo di carica del condensatore segue la legge

$$V_s(t) = V (1 - \exp(-t/\tau))$$

essendo V_s il potenziale della sfera e con:

$$\tau = RC = 22 \text{ ns} .$$

In un tempo $t = 5\tau = 110 \text{ ns}$ la sfera assume la tensione V a meno del 0.7 %.

Il numero di elettroni perso con la precisione richiesta é:

$$n = \frac{CV}{e} = 1.39 \cdot 10^9 .$$

Esercizio n.3

Durante il processo di “spegnimento” della corrente che passa nel filo si ha una variazione di flusso del campo magnetico concatenato con la spira. Tale variazione produce la seguente corrente nella spira:

$$\frac{dq}{dt} = \frac{1}{R} \frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$$

per cui la quantità di carica che attraversa una qualsiasi sezione del filo nel tempo Δt é:

$$\Delta q = \frac{\Delta\Phi}{R} .$$

Nel momento in cui la corrente cessa di scorrere nel filo il flusso di $\vec{B}$ é ovviamente nullo. Quindi per calcolare Δq basta calcolare il flusso di B prima che I inizi a “spegnersi”. Il flusso di $\vec{B}$ deve essere calcolato tenendo presente che man mano che ci si allontana trasversalmente dal filo il campo $\vec{B}$ diminuisce di intensità con legge $1/x$ essendo x la distanza dal filo:

$$\Phi(\vec{B}) = \int_r^{r+l} dx \, l \, \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{1}{x} = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \ln \frac{r+l}{r} .$$

Si ottiene:

$$\Delta q = 1.8 \text{ nC} .$$

La corrente media che scorre nella spira é:

$$< i > = \frac{\Delta q}{T} = 1.8 \text{ }\mu A \text{ .}$$