

Soluzioni Esonero - Fisica Generale 2

2 Aprile 2007

Corso di Laurea Triennale in Chimica

Esercizio n.1

Sia l'asse passante per le due cariche l'asse x con origine in $4q$. Il campo elettrostatico totale per il principio di sovrapposizione è la somma dei due campi generati dalle due cariche. Il campo totale non potrà mai annullarsi tra le due cariche ($0 < x < d$) in quanto i due campi generati dalle due cariche hanno entrambi lo stesso verso. I due campi hanno direzioni opposte all'esterno di tale regione. Tuttavia alla sinistra di $4q$ ($x < 0$) il campo totale non sarà mai nullo. Infatti il campo generato da $4q$ ($\sim 4q/x^2$) sarà sempre di intensità maggiore di quello generato da $-q$ ($\sim q/(d-x)^2$).

Il campo totale si annulla in un punto x alla destra di $-q$ per $x > d$:

$$\begin{aligned}\frac{4q}{x^2} &= \frac{q}{(x-d)^2} \\ 4(x-d)^2 &= x^2 \\ 2(x-d) &= \pm x \\ x &= \frac{2}{2 \pm 1} d .\end{aligned}$$

La soluzione $x = 2/3 d$ non è accettabile in quanto deve essere $x > d$.
La soluzione accettabile è:

$$x = 2d = 20 \text{ cm} .$$

Per il principio di sovrapposizione il potenziale elettrostatico totale in tale punto è la somma dei potenziali generati dalle due cariche:

$$V(2d) = \frac{4q}{4\pi\epsilon_o} \frac{1}{2d} - \frac{q}{4\pi\epsilon_o} \frac{1}{2d-d} = 90 \text{ V} .$$

Esercizio n.2

Essendo il campo elettrico uniforme, la differenza di potenziale tra P_0 e P_1 è $\Delta V = Eh$. Dalla conservazione dell'energia si ha:

$$T = Ehq$$

ovvero

$$q = \frac{T}{Eh} = 2 \cdot 10^{-12} \text{ C} .$$

La carica viene accelerata dalla forza elettrica qE con legge oraria:

$$x(t) = \frac{qE}{m} \frac{t^2}{2}$$

avendo preso come origine dell'asse delle x il punto P_0 ed assumendo che la carica si trova in P_0 al tempo $t = 0$.

Dopo il tempo $t = 1 \text{ ms}$ la carica si trova nella posizione $x = h$ per cui:

$$m = \frac{qE}{h} \frac{t^2}{2} = 2 \cdot 10^{-17} \text{ kg} .$$

Esercizio n.3

Il campo elettrico generato dalla sfera è nullo all'interno della sfera ($r < R$) ed all'esterno ($r > R$) è quello di una carica puntiforme q posizionata nel centro della sfera ($\frac{q}{4\pi\epsilon_o} \frac{1}{r^2}$). A tale campo va sommato quello della carica q che si trova nel centro della sfera ($\frac{q}{4\pi\epsilon_o} \frac{1}{r^2}$). Per cui:

$$E(r) = \frac{2q}{4\pi\epsilon_o} \frac{1}{r^2} \quad r > R$$

$$E(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_o} \frac{1}{r^2} \quad r < R$$

Si noti la discontinuità $\frac{q}{4\pi\epsilon_o} \frac{1}{R^2}$ che il campo elettrico ha per $r = R$.

Il potenziale elettrico generato dal sistema di cariche si può ottenere ricorrendo al principio di sovrapposizione oppure integrando il campo elettrico trovato precedentemente:

$$V(r) = \int_r^\infty dr E(r)$$

avendo assunto che $V(\infty) = 0$. Al di fuori della sfera:

$$V(r) = \frac{2q}{4\pi\epsilon_o} \frac{1}{r} \quad r > R$$

mentre in un punto interno alla sfera:

$$\begin{aligned} V(r) &= \int_r^R dr E(r) + \int_R^\infty dr E(r) = \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_o} \left(-\frac{1}{R} + \frac{1}{r} \right) + \frac{2q}{4\pi\epsilon_o} \frac{1}{R} = \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_o} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{r} \right) \quad r < R \end{aligned}$$

A differenza del campo elettrico, il potenziale elettrostatico è una funzione continua in $r = R$.