

Soluzioni Esonero - Fisica Generale 2

2 Aprile 2007

Corso di Laurea Triennale in Chimica

Esercizio n.1

Sia l'asse y quello passante per le tre cariche e l'asse x quello passante per $-q$. L'origine del sistema di riferimento è il punto in cui si trova $-q$. Il campo elettrostatico totale per il principio di sovrapposizione è la somma dei campi generati dalle tre cariche. Il campo generato da $-q$ in un punto del semiasse positivo delle x (il problema è simmetrico per $x \rightarrow -x$) è:

$$\vec{E}_{-q} = \frac{q}{4\pi\epsilon_o} \frac{1}{x^2} (-\hat{x}) .$$

I campi generati dalle due cariche positive q sono uguali in modulo ma non in direzione, avendo la medesima componente lungo x e componenti di segno opposto lungo y :

$$\vec{E}_q = \frac{q}{4\pi\epsilon_o} \frac{1}{x^2 + d^2} (\cos \alpha \hat{x} \pm \sin \alpha \hat{y}) .$$

L'angolo α è quello tra l'asse x e il segmento congiungente q ed il punto lungo l'asse in cui si calcola il campo elettrico:

$$\cos \alpha = \frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}} .$$

La somma dei tre campi elettrici deve essere nulla per cui:

$$\frac{q}{4\pi\epsilon_o} \left(-\frac{1}{x^2} + 2 \frac{1}{x^2 + d^2} \frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}} \right) \hat{x} = 0$$

$$2 x^3 = (x^2 + d^2)^{3/2}$$

$$2^{2/3} x^2 = x^2 + d^2$$

$$x = \pm \frac{d}{\sqrt{2^{2/3} - 1}} = \pm 1.3 d = 13 \text{ cm} .$$

Per il principio di sovrapposizione il potenziale elettrostatico totale nei punti trovati è la somma dei potenziali generati dalle tre cariche:

$$V(x) = \frac{q}{4\pi\epsilon_o} \left(\frac{2}{\sqrt{x^2 + d^2}} - \frac{1}{x} \right) = 40 \text{ V} .$$

Esercizio n.2

Essendo il campo elettrico uniforme, la differenza di potenziale tra il punto in cui il protone entra nella regione ove vi è il campo elettrico ed il punto di uscita è $\Delta V = Eh$. Dalla conservazione dell'energia si ha:

$$T = E h e$$

per cui:

$$d = \frac{T}{Ee} = 20 \text{ cm} .$$

La carica viene accelerata dalla forza elettrica qE con legge oraria:

$$x(t) = \frac{qE}{m} \frac{t^2}{2}$$

avendo preso come origine dell'asse delle x il punto di entrata ed assumendo che la carica si trova ferma in tale punto al tempo $t = 0$.

Il tempo impiegato per percorrere la distanza $x = d$ è:

$$t = \sqrt{\frac{2md}{eE}} = 6.5 \text{ } \mu s .$$

Esercizio n.3

Il campo elettrico generato dalla sfera è nullo all'interno della sfera ($r < R$) ed all'esterno ($r > R$) è quello di una carica puntiforme q posizionata nel centro della sfera ($\frac{q}{4\pi\epsilon_o} \frac{1}{r^2}$). A tale campo va sommato quello della carica $-q$ che si trova nel centro della sfera ($\frac{-q}{4\pi\epsilon_o} \frac{1}{r^2}$). Per cui:

$$\begin{aligned} E(r) &= 0 & r > R \\ E(r) &= -\frac{q}{4\pi\epsilon_o} \frac{1}{r^2} & r < R \end{aligned}$$

Si noti la discontinuità $\frac{q}{4\pi\epsilon_o} \frac{1}{R^2}$ che il campo elettrico ha per $r = R$.

Il potenziale elettrico generato dal sistema di cariche si può ottenere ricorrendo al principio di sovrapposizione oppure integrando il campo elettrico trovato precedentemente:

$$V(r) = \int_r^\infty dr E(r)$$

avendo assunto che $V(\infty) = 0$. Al di fuori della sfera il campo elettrico è sempre nullo per cui il potenziale non varia rispetto al valore assunto all'infinito:

$$V(r) = 0 \quad r > R$$

mentre in un punto interno alla sfera:

$$\begin{aligned} V(r) &= \int_r^R dr E(r) + \int_R^\infty dr E(r) = \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_o} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r} \right) & r < R \end{aligned}$$

A differenza del campo elettrico, il potenziale elettrostatico è una funzione continua in $r = R$.