

Soluzioni Esonero - Fisica Generale 2

4 Giugno 2007

Corso di Laurea Triennale in Chimica

Esercizio n.1

Nel caso di figura I, supponendo che al tempo $t = 0$ il protone entra nella regione quadrata e che tale punto coincida con l'origine del sistema di riferimento si hanno le seguenti equazioni del moto:

$$\begin{aligned}x(t) &= v_o t \\ y(t) &= \frac{1}{2} \frac{eE}{m} t^2 .\end{aligned}$$

Il campo elettrico necessario per far uscire il protone dal punto indicato in figura lo si ottiene imponendo che ad un certo tempo t^* , $x(t^*) = y(t^*) = d$:

$$\begin{aligned}d &= v_o t^* \\ d &= \frac{1}{2} \frac{eE}{m} t^{*2} .\end{aligned}$$

ed eliminando il tempo dalle due precedenti equazioni si ottiene:

$$E = \frac{2mv_o^2}{ed} = 21 \frac{kV}{m} .$$

Nel caso di figura II la traiettoria del protone nella regione in cui c'è campo magnetico è circolare. Essendo la regione quadrata ed imponendo che il protone debba uscire dal punto indicato in figura, il centro della traiettoria non può che coincidere con lo spigolo superiore sinistro del quadrato, per cui il raggio dell'orbita è d e l'equazione del moto è:

$$\frac{mv_o^2}{d} = ev_o B$$

da cui si ottiene:

$$B = \frac{mv_o}{ed} = 10 \text{ mT} .$$

I tempi impiegati nei due casi I ed II sono rispettivamente:

$$\begin{aligned} t_I^* &= \frac{d}{v_o} = 1 \text{ } \mu s \\ t_{II}^* &= \frac{T}{4} = \frac{1}{4} \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi}{2} \frac{d}{v_o} = 1.6 \text{ } \mu s \end{aligned}$$

essendo T il periodo dell'orbita circolare e $\omega = v_o/d$ la velocità angolare.

Per cui $t_I^* < t_{II}^*$.

Nel caso I il protone guadagna l'energia cinetica eEd mentre nel caso II il protone esce con la stessa energia cinetica con cui è entrato in quanto la forza di Lorentz non compie lavoro. Per cui nel caso I il protone esce con energia cinetica maggiore.

Esercizio n.2

Quando si inserisce il dielettrico, la carica sulle armature non cambia in quanto il condensatore è isolato. La variazione di tensione è dovuta alla variazione di capacità del condensatore:

$$C_o V_o = CV$$

essendo $C_o = \epsilon_o \Sigma/d$ la capacità del condensatore vuoto e $V = 3/4 V_o$.

La capacità del condensatore con dentro il dielettrico la si ottiene considerando un sistema equivalente composto da un condensatore di capacità $C_1 = \epsilon_o \Sigma/2/d$ in parallelo con un condensatore di capacità:

$$C_2 = \frac{\epsilon_o \frac{\Sigma/2}{d/2} \quad \epsilon_o \epsilon_r \frac{\Sigma/2}{d/2}}{\epsilon_o \frac{\Sigma/2}{d/2} + \epsilon_o \epsilon_r \frac{\Sigma/2}{d/2}}$$

per cui:

$$C = C_1 + C_2 = \epsilon_o \frac{\Sigma}{d} \left(\frac{1}{2} + \frac{\epsilon_r}{1 + \epsilon_r} \right) .$$

Inserendo l'espressione di C nella prima equazione che esprime la conservazione della carica si ottiene un'equazione per ϵ_r :

$$\frac{4}{3} = \frac{1}{2} + \frac{\epsilon_r}{1 + \epsilon_r}$$

che ha come soluzione:

$$\epsilon_r = 5 .$$

Esercizio n.3

Le linee di forza del campo magnetico generato dal filo rettilineo giacciono su piani perpendicolari al filo per cui nel caso di figura I il flusso di $\vec{B}$ attraverso la spira è nullo e dunque non avremo correnti indotte. Nel caso di figura II il flusso di $\vec{B}$ viene calcolato ricordando che l'intensità di $\vec{B}$ ha una dipendenza dalla distanza x dal filo e dunque, dividendo l'area della spira in tante aree infinitesime rettangolari di lati dx e d in cui $|\vec{B}|$ è costante:

$$\Phi(\vec{B}) = \int_d^{d+a} dx \, a \, \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{i(t)}{x} = \frac{\mu_o}{2\pi} i(t) \, a \, \log \frac{d+a}{d} .$$

La corrente indotta è dunque:

$$\begin{aligned} i &= \frac{1}{R} \frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} = \frac{1}{R} \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{di(t)}{dt} a \log \frac{d+a}{d} \\ &= \frac{1}{R} \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{i_o}{\tau} a \log \frac{d+a}{d} = 1.1 \, \mu A \end{aligned}$$