

Soluzioni Esonero - Fisica Generale 2

9 Giugno 2008

Corso di Laurea Triennale in Chimica

Esercizio n.1

Affinchè l'elettrone esca dallo stesso lato dal quale è entrato il campo deve essere sufficientemente intenso tale che il raggio di curvatura r della traiettoria circolare deve essere minore di d . L'equazione del moto permette di esprimere r in termini di B :

$$r = \frac{mv}{eB} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2Vm}{e}}$$

dove la velocità $v = \sqrt{2eV/m}$ si ottiene sapendo che l'elettrone è stato accelerato dalla differenza di potenziale V . Quindi la disuguaglianza $r < d$ si traduce in una disuguaglianza per B :

$$B > \frac{1}{d} \sqrt{\frac{2Vm}{e}} = 1.1 \text{ mT} .$$

Per rispondere alla seconda domanda è facile rendersi conto che l'angolo tra la velocità in entrata e quella in uscita coincide con l'angolo θ sotteso dalla traiettoria circolare che l'elettrone compie nella regione in cui il campo non è nullo. Inoltre deve valere la relazione geometrica:

$$r \sin \theta = d$$

la quale, esprimendo r in funzione di B , diviene un'equazione per B :

$$B = \frac{\sin \theta}{d} \sqrt{\frac{2Vm}{e}} = 0.53 \text{ mT} .$$

Esercizio n.2

Consideriamo due tratti $d\mathbf{l}$ infinitesimi di spira sui due lati ortogonali al filo. Supponiamo che entrambi i punti distano r dal filo e sia $\hat{n}$ il versore parallelo al filo diretto nel verso di i_f . Sul lato superiore viene esercitata la forza $d\mathbf{F} = -i_s dl B(r) \hat{n}$ mentre sul lato inferiore la forza $d\mathbf{F} = i_s dl B(r) \hat{n}$. Queste due forze sono uguali in modulo ma di segno opposto e tendono a comprimere la spira. È allora ovvio che integrando su entrambi i lati ortogonali al filo la forza totale è nulla.

Consideriamo ora i due tratti di spira paralleli al filo. Sul tratto più vicino al filo viene esercitata la forza repulsiva $\mathbf{F} = i_s L B(d) \hat{r}$, mentre su quello più lontano la forza attrattiva $\mathbf{F} = -i_s L B(d+L) \hat{r}$. Siccome il campo generato dal filo è una funzione decrescente di r , il risultato netto è una forza repulsiva di modulo pari a:

$$F = \frac{\mu_o}{2\pi} i_f i_s \left(\frac{L}{d} - \frac{L}{d+L} \right) = 0.33 \cdot 10^{-7} N .$$

Le forze magnetiche compieranno dunque un lavoro positivo per portare la spira all'infinito pari a:

$$\begin{aligned} L_f &= \int_d^\infty dr F(r) = \frac{\mu_o}{2\pi} i_f i_s \int_d^\infty dr \left(\frac{L}{r} - \frac{L}{r+L} \right) = \\ &= \frac{\mu_o}{2\pi} i_f i_s L \log \left(\frac{d+L}{d} \right) = 4.1 \text{ nJ} . \end{aligned}$$

Esercizio n.3

In seguito alla rotazione della spira il flusso del campo magnetico del solenoide attraverso la spira varia e dunque si genera una corrente indotta:

$$I = \frac{1}{R} \frac{d\Phi(\mathbf{B})}{dt} .$$

L'angolo tra l'asse della spira ed il campo magnetico è $\pi/2 - \omega t$ per cui:

$$\Phi(\mathbf{B}) = B \Sigma \cos \left(\frac{\pi}{2} - \omega t \right) = \mu_o i n \Sigma \sin \omega t .$$

Si noti che la condizione iniziale che a $t = 0$ il flusso è nullo è soddisfatta. Derivando si ottiene l'espressione della corrente:

$$I = \frac{\mu_o i n \Sigma \omega}{R} \cos \omega t$$

Il lavoro che bisogna compiere per ruotare di 2π la spira è quello che viene dissipato per effetto Joule nell'intervallo temporale pari al periodo di rotazione $2\pi/\omega$:

$$\begin{aligned} L &= \int_0^{2\pi/\omega} dt R I^2(t) = \frac{(\mu_o i n \Sigma \omega)^2}{R} \int_0^{2\pi/\omega} dt \cos^2 \omega t = \\ &= \frac{(\mu_o i n \Sigma \omega)^2}{R} \frac{\pi}{\omega} = 5.0 \cdot 10^{-11} \text{ J} . \end{aligned}$$