

Soluzioni Scritto - Fisica Generale 2

9 Settembre 2008

Corso di Laurea Triennale in Chimica

Esercizio n.1

Il calcolo dell'energia elettrostatica procede utilizzando la formula generale

$$W = \sum_{i < j} \frac{q_i q_j}{4\pi\epsilon_0 r_{ij}}$$

e facendo attenzione ad escludere i termini di interazione tra le due cariche che si trovano sulla medesima sbarretta. Per la configurazione a) l'energia è quindi

$$W_a = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q^2}{L} + \frac{q'^2}{L} + 2 \frac{qq'}{\sqrt{2}L} \right)$$

mentre per la b)

$$W_b = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q^2}{\sqrt{2}L} + \frac{q'^2}{\sqrt{2}L} + 2 \frac{qq'}{L} \right)$$

Notando che $q' = 2q$ si ha

$$W_a = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{L} \left(5 + \frac{4}{\sqrt{2}} \right)$$

$$W_b = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{L} \left(\frac{5}{\sqrt{2}} + 4 \right)$$

e quindi, come era prevedibile, $W_b < W_a$ in quanto nella configurazione b) le due cariche più grandi q' sono separate da una maggiore distanza rispetto alla configurazione a). Numericamente

$$W_a = 6.8 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

Il campo elettrico nel centro del quadrato è nullo solo nella configurazione b). Infatti in tal caso i campi elettrici delle due cariche uguali si annullano l'uno con l'altro.

Esercizio n.2

Indichiamo con gli indici i ed f le quantità rispettivamente prima e dopo l'inserimento del dielettrico. Le cariche ai capi dei due condensatori sono uguali essendo il collegamento in serie. Per cui si ha

$$\begin{aligned}Q_1^i &= Q_2^i = Q^i \\Q_1^f &= Q_2^f = Q^f \\Q^f - Q^i &= \Delta Q = \Delta Q_1 = \Delta Q_2\end{aligned}$$

Le differenze di potenziale non sono necessariamente uguali, ma devono garantire sia prima che dopo l'inserimento del dielettrico che la loro somma sia sempre pari alla tensione erogata dal generatore V

$$\begin{aligned}V_1^i + V_2^i &= V \\V_1^f + V_2^f &= V \\\Delta V_1 &= V_1^f - V_1^i = -(V_2^f - V_2^i) = -\Delta V_2\end{aligned}$$

A questo punto è semplice rispondere alla prima domanda:

$$\begin{aligned}C_2 V_2^i &= Q_2^i \\C_2 V_2^f &= Q_2^f\end{aligned}$$

e sottraendo membro a membro si ottiene

$$C_2 = \frac{\Delta Q_2}{\Delta V_2} = -\frac{\Delta Q}{\Delta V_1} = 1 \text{ nF}$$

Per rispondere alla seconda domanda si esplicita la dipendenza da ϵ_r di ΔV_1 notando che la capacità C_1 diviene $\epsilon_r C_1$ dopo l'inserimento del dielettrico

$$\Delta V_1 = \frac{Q^f}{\epsilon_r C_1} - \frac{Q^i}{C_1}$$

A questo punto si esprime le cariche ai capi dei condensatori in funzione della tensione V erogata dal generatore utilizzando la capacità equivalente del sistema prima e dopo l'inserimento del dielettrico

$$\Delta V_1 = \frac{1}{\epsilon_r C_1} \frac{\epsilon_r C_1 C_2}{\epsilon_r C_1 + C_2} V - \frac{1}{C_1} \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} V$$

Questa equazione ha la sola incognita ϵ_r e risolvendola si ottiene

$$\epsilon_r = \frac{V/\Delta V_1 - 1 - C_2/C_1}{V/\Delta V_1 + 1 + C_1/C_2} = 2$$

Esercizio n.3

Nel momento in cui la spira inizia ad uscire dal solenoide si ha una variazione del flusso del campo magnetico B generato dal solenoide attraverso la superficie della spira. La variazione di flusso determina la comparsa di una forza elettromotrice f nella spira data da

$$f = - \frac{\Phi(\mathbf{B})}{dt}$$

Notando che:

$$f = i_{sp} R = \frac{dq}{dt} R$$

essendo i_{sp} la corrente indotta nella spira e q la carica che circola nella spira stessa si ha:

$$\frac{dq}{dt} R = - \frac{\Phi(\mathbf{B})}{dt} .$$

La precedente equazione va integrata tra un istante iniziale in cui la spira si trova ferma all'interno del solenoide per cui $\Phi(\mathbf{B}) = BS$ ed un istante finale in cui è completamente fuori dal solenoide per cui $\Phi(\mathbf{B}) = 0$:

$$\Delta q R = - \Delta \Phi(\mathbf{B}) = BS$$

per cui

$$B = \frac{\Delta q R}{S} = 10^{-3} T$$

Il numero di spire per metro è:

$$n = \frac{B}{\mu_o i} \simeq 80 \text{ spire}/m$$