

Soluzioni Scritto - Fisica Generale 2

18 Febbraio 2008

Corso di Laurea Triennale in Chimica

Esercizio n.1

Il campo elettrico totale è la sovrapposizione di due campi elettrici generati dalle singole cariche che hanno uguali intensità ma direzioni diverse. La direzione del campo totale sarà diretta lungo $\hat{x}$. Il campo totale non è altro che il doppio della componente lungo $\hat{x}$ del campo generato da una singola carica:

$$\vec{E} = 2 \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\hat{r} \cdot \hat{x}}{r^2} \hat{x} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \frac{x}{(x^2 + d^2/4)^{3/2}} \hat{x} .$$

dove $\vec{r}$ è il raggio vettore applicato nel punto occupato dalla carica che individua la posizione lungo l'asse in cui il campo è calcolato.

Nell'origine O il campo è banalmente nullo mentre per rispondere al terzo quesito basta utilizzare la conservazione dell'energia. Nelle immediate vicinanze di O la particella è in quiete ed ha energia potenziale

$$q V(O) = 2 \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{2}{d} = 7.2 \cdot 10^{-7} J$$

ove si è utilizzato il principio di sovrapposizione per il calcolo del potenziale V generato dalle due cariche. In prossimità di O il campo elettrico, se pur molto piccolo, non è nullo e dunque la carica incomincia ad allontanarsi. All'infinito il potenziale è nullo e dunque l'energia cinetica sarà:

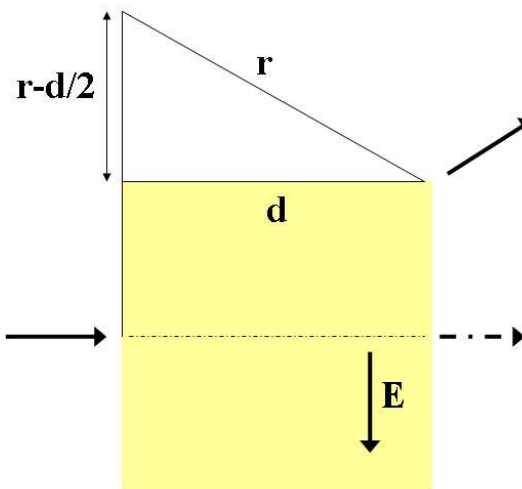
$$T = q V(O) = 7.2 \cdot 10^{-7} J .$$

Esercizio n.2

La traiettoria del protone è circolare di raggio r e può essere determinata per via geometrica con i dati del problema (si veda figura):

$$r^2 = d^2 + \left(r - \frac{d}{2}\right)^2$$

$$r = \frac{5}{4} d .$$



L'equazione del moto è:

$$e v B = \frac{m_p v^2}{r}$$

essendo m_p ed e rispettivamente la massa e la carica elettrica del protone ed essendo v la sua velocità:

$$v = \sqrt{\frac{2 T}{m_p}} = 1.38 \cdot 10^7 \frac{m}{s} .$$

Per cui:

$$B = \frac{m_p}{e} \frac{v}{d} \frac{4}{5} = 1.15 \, T .$$

Al fine di mantenere una traiettoria uniforme la forza del campo elettrico deve annullare quella di Lorentz. Quindi il campo elettrico deve essere diretto come indicato nella figura ed avere modulo pari a:

$$E = v B = 1.59 \, 10^7 \frac{V}{m} .$$

Esercizio n.3

La corrente indotta si ottiene dalla legge di Faraday:

$$i(t) = \frac{f}{R} = -\frac{1}{R} \frac{d\Phi(\mathbf{B})}{dt} = -\frac{a^2}{R} \frac{dB(t)}{dt} = \frac{a^2}{R\tau} B(t) .$$

Quando $B(t) = B_o/2$ la corrente assume il valore:

$$i(t) = \frac{a^2}{R\tau} \frac{B_o}{2} = 10 \, \mu A .$$

La potenza dissipata richiesta è data da:

$$W = \int_0^\infty dt \, R \, i^2(t) = \frac{a^4 B_o^2}{R\tau^2} \int_0^\infty dt \, \exp\left(-\frac{2t}{\tau}\right) = \frac{a^4 B_o^2}{2R\tau} = 1 \, nJ .$$