

Soluzioni Scritto - Fisica Generale 2

22 Gennaio 2008

Corso di Laurea Triennale in Chimica

Esercizio n.1

La densità di carica superficiale è:

$$\sigma = -\epsilon_0 E_0 = -2.66 \cdot 10^{-9} \frac{C}{m^2} \quad (1)$$

La densità media di carica può essere ottenuta notando che nel caso in cui $R_T \gg h$ la superficie terrestre può essere approssimata con un piano. In tal caso si applica il teorema di Gauss ad un parallelepipedo rettangolo di lunghezza h e con basi di area A parallele alla superficie terrestre. La base inferiore sarà ovviamente appoggiata a terra. Applicando il teorema di Gauss si ha:

$$E_0 A - E_h A = \frac{\rho A h}{\epsilon_0}.$$

Per cui:

$$\rho = \epsilon_0 \frac{E_0 - E_h}{h} = 1.77 \cdot 10^{-12} \frac{C}{m^3}$$

Alternativamente si applica il teorema di Gauss alla superficie sferica di raggio $h + R_T$ e concentrica con la superficie terrestre:

$$-E_h 4\pi(R_T + h)^2 = \frac{\sigma 4\pi R_T^2}{\epsilon_0} + \frac{\rho}{\epsilon_0} \frac{4}{3}\pi \left((R_T + h)^3 - R_T^3 \right)$$

e utilizzando l'espressione per σ (eq.(1)) si ottiene ($h/R_T \ll 1$):

$$\rho = 3\epsilon_0 \frac{E_0 R_T^2 - E_h (R_T + h)^2}{(R_T + h)^3 - R_T^3} \simeq \epsilon_0 \frac{E_0 - E_h}{h}.$$

Esercizio n.2

Durante l'intervallo di tempo Δt in cui la spira cambia di forma si ha una variazione di flusso $\Delta\Phi(\mathbf{B})$ del campo magnetico attraverso la superficie della spira stessa. Tale variazione di flusso è determinata dalla diversa superficie che il cerchio ha rispetto al quadrato a parità di lunghezza del filo. La variazione di flusso nell'intervallo di tempo infinitesimo dt induce la seguente forza elettromotrice:

$$f = Ri = - \frac{d\Phi(\mathbf{B})}{dt}$$

essendo i la corrente indotta ed R la resistenza del filo

$$R = \rho \frac{l}{S} = 100 \, \Omega .$$

La corrente media che attraversa il circuito nel tempo Δt è data da:

$$\langle i \rangle = \frac{1}{\Delta t} \int_{\Delta t} dt \, i = - \frac{1}{R} \frac{\Delta\Phi(\mathbf{B})}{\Delta t} .$$

La variazione di flusso si ottiene notando che il quadrato ha i lati di lunghezza $l/4$, il cerchio ha raggio di lunghezza $l/(2\pi)$ e che il campo magnetico in entrambi i casi è ortogonale alla superficie della spira:

$$\Delta\Phi(\mathbf{B}) = B \left(\frac{l}{4} \right)^2 - B \pi \left(\frac{l}{2\pi} \right)^2 .$$

Per cui

$$\Delta t = \frac{B l^2}{R \langle i \rangle} \left(\frac{1}{4\pi} - \frac{1}{16} \right) = 3.42 \, s .$$

Il lavoro L effettuato per far cambiare forma alla spira è stato dissipato in calore per effetto Joule durante lo scorrere della corrente. Il calcolo esatto di tale lavoro richiede la conoscenza della dipendenza dal tempo della corrente che non conosciamo. Tuttavia una stima approssimativa può essere ottenuta usando la corrente media:

$$L = \int_{\Delta t} dt \, R i^2 \sim \Delta t \, R \langle i \rangle^2 \simeq 10^{-9} \, J .$$

Esercizio n.3

Il campo magnetico può essere calcolato ricorrendo alla legge di Ampere. Data la simmetria cilindrica del problema, si scelgono come curve chiuse le linee di forza di B , ovvero circonferenze centrate sull'asse del cavo ed ortogonali a quest'ultimo.

Per $R_1 < r < R_2$ la corrente concatenata è tutta quella che scorre nel conduttore interno:

$$B \, 2 \, \pi \, r = \mu_0 \, i$$

$$B = \frac{\mu_0}{2 \, \pi} \frac{i}{r} = 0.8 \, 10^{-6} \frac{1}{r[m]} \, T \quad R_1 < r < R_2 .$$

Per $r > R_3$ entrambe le correnti che scorrono nel conduttore interno e nella guaina sono interamente concatenate ed essendo uguali in modulo ma di segno opposto si ha:

$$B = 0 \quad r > R_3 .$$