

# Soluzioni Scritto - Fisica Generale 2

## 24 Giugno 2008

### Corso di Laurea Triennale in Chimica

#### Esercizio n.1

La forza si calcola semplicemente notando che trovandosi in una posizione esterna ad entrambe le sfere il campo elettrico da esse generato è quello di una carica puntiforme posizionata nel loro centro:

$$F = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{R^2} - \frac{1}{(R+d)^2} \right)$$
$$Q = \frac{4\pi\epsilon_0}{(1/R^2 - 1/(R+d)^2)} \frac{F}{q} = 3.4 \cdot 10^{-10} \text{ C} .$$

In un punto generico interno alla sfera uniformemente carica il campo elettrico ha il seguente andamento (teorema di Gauss):

$$\mathbf{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{r}}{R^3}$$

essendo  $\mathbf{r}$  la coordinata radiale la cui origine è nel centro della sfera. Per dimostrare che il campo è costante nella regione di compenetrazione sia  $x$  l'asse cartesiano passante per i centri delle due sfere ed orientato dalla carica positiva a quella negativa e  $y$  l'asse ortogonale ad  $x$  e giacente nel piano della figura. Siano inoltre  $\alpha_+$  ed  $\alpha_-$  rispettivamente gli angoli minori tra l'asse  $x$  ed  $\mathbf{r}_+$  e  $\mathbf{r}_-$  i raggi vettori centrati nelle due sfere positiva e negativa che individuano il generico punto nella regione di compenetrazione:

$$\mathbf{E}_+ = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{R^3} (r_1 \cos \alpha_1 \hat{x} + r_1 \sin \alpha_1 \hat{y})$$
$$\mathbf{E}_- = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{R^3} (r_2 \cos \alpha_2 \hat{x} - r_2 \sin \alpha_2 \hat{y})$$

Notando che:

$$r_1 \cos \alpha_1 + r_2 \cos \alpha_2 = d$$

$$r_1 \sin \alpha_1 = r_2 \sin \alpha_2$$

si ha:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_+ + \mathbf{E}_- = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{d}{R^3} \hat{x}.$$

Il risultato è invariante per rotazioni attorno all'asse  $x$  e dunque l'espressione trovata dimostra che il campo è costante in ogni punto della regione di compenetrazione ed il suo valore è:

$$E = 1.7 \cdot 10^3 \frac{V}{m}.$$

## Esercizio n.2

La scarica del condensatore (iniziata all'istante di tempo  $t = 0$ ) avviene con legge:

$$V(t) = V_o \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

essendo

$$\tau = RC.$$

La capacità del condensatore cilindrico è:

$$C = 2\pi\epsilon_0 \frac{h}{\log(r_2/r_1)} = 4 \text{ pF}$$

per cui la tensione ai capi del condensatore diminuisce di un fattore  $1/e$  ( $V(t) = V_o/e$ ) nel tempo

$$t = \tau = 0.4 \text{ ns}.$$

All'inizio della scarica l'energia elettrostatica del condensatore è

$$U_C(0) = \frac{1}{2} C V_o^2$$

mentre all'istante di tempo  $t$  diviene minore poichè la tensione ai capi delle armature è diminuita

$$U_C(t) = \frac{1}{2} C V^2(t) .$$

Dunque l'energia dissipata per effetto Joule sulla resistenza  $R$  non può che essere

$$U_R(t) = U_C(0) - U_C(t) ,$$

e l'istante di tempo richiesto si calcola risolvendo l'equazione

$$U_C(t) = U_C(0) - U_C(t)$$

ovvero

$$2 V^2(t) = V_o^2 .$$

Sostituendo la legge oraria di  $V(t)$  si ha:

$$t = \tau \log \sqrt{2} = 0.14 \text{ ns} .$$

### Esercizio n.3

La traiettoria elicoidale è descritta da un moto uniforme lungo  $\mathbf{B}$  che avviene con velocità  $v_z$  ed un moto circolare uniforme di raggio  $r$  che avviene nel piano trasverso a  $\mathbf{B}$  con velocità  $v_x$ . Il periodo dell'elica, ovvero del moto circolare, è

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \frac{r}{v_x}$$

e dall'equazione del moto circolare

$$m \frac{v_x^2}{r} = e v_x B$$

si ottiene il rapporto  $r/v_x$ , per cui:

$$T = \frac{2\pi m}{e B} .$$

È interessante notare che il periodo dell'orbita è indipendente da  $v_x$  e dipende unicamente da  $B$  e dal tipo di particella (rapporto  $m/e$ ) .  
 Per come è situato il foro  $F'$ , gli elettroni possono uscire da esso se e soltanto se nel tempo  $L/v_z$  che impiegano per arrivare in  $F'$ , hanno compiuto uno o più giri completi attorno a B. Per cui la condizione di uscita è:

$$\frac{L}{v_z} = k T$$

essendo  $k$  un intero. Sostituendo  $T$  si ottiene un'equazione per  $B$ :

$$B = k \frac{v_z}{L} \frac{2\pi m}{e} .$$

Utilizzando l'approssimazione suggerita dal testo

$$T = \frac{1}{2} m (v_x^2 + v_z^2) \simeq \frac{1}{2} m v_z^2$$

si ottiene  $v_z$

$$v_z = \sqrt{\frac{2T}{m}}$$

che permette di calcolare  $B$ :

$$B = k \frac{2\pi}{L} \frac{\sqrt{2Tm}}{e} = k 5.8 \cdot 10^{-2} T .$$