

RIVELATORI RISONANTI

di Onde Gravitazionali

Massimo Bassan
Dipartimento di Fisica-
Università Tor Vergata
and INFN

Bassan@Roma2.infn.it

Corso di Gravitazione Sperimentale
1 aprile 2008

M. Bassan 08



Sommario

- Come funzionano i rivelatori risonanti
- Un po' di storia, dal 1960 ad oggi
- Andiamo sul tecnico: Sensibilità e banda passante
 - I “manici” per migliorare le prestazioni attuali
- Qualche risultato di fisica con i rivelatori risonanti
- Rivelatori acustici di terza generazione: Sfera e Dual

M. Bassan 08

2

Rivelatori risonanti, perchè ?

Le “barre”, rispetto agli Interferometri :

- Tecnologia :
Principio di funzionamento e strumentazione del tutto differente.
- Bande di frequenza complementari
- Simmetria: discriminano il carattere quadrupolare dell'eccitazione
- Rivelatori attualmente in presa dati con alta affidabilità

Un po' di storia : (1)

1960 J.Weber inventa e analizza la fisica dei rivelatori risonanti di o.g.

J.Weber- Generation and detection of g.w. - Phys. Rev. **117**, 306 (1960)

1967-69 Weber afferma di aver visto o.g.

(vari Phys. Rev. Lett.)

1970 Roma-Stanford- LSU iniziano un programma per 3 antenne criogeniche

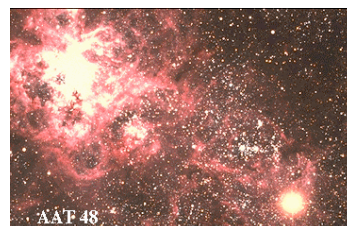
1980 Prima antenna criogenica massiva in presa dati prolungata.

S.P. Boughn et al.; Astrophys.J. 261, L19-22, (1982).

1986 Prime misure in coincidenza tripla

E.Amaldi et al. Astronomy and Astrophysics **216**, 325-332 (1989).

1987 SN1987a: nessuna antenna criogenica in funzione !



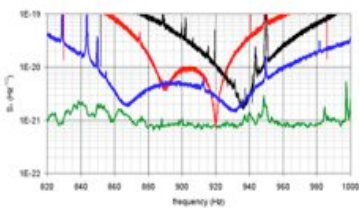
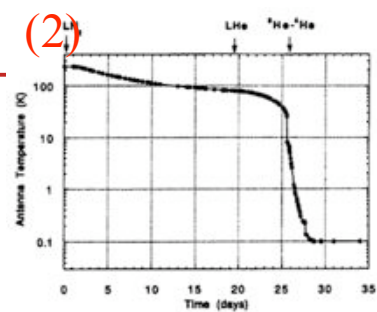
Un po' di storia (2)

1994 Prime misure da un'antenna ultracriogenica (100 mK) - P.Astone et al. Europhys. Letters **16**,231, (1991).

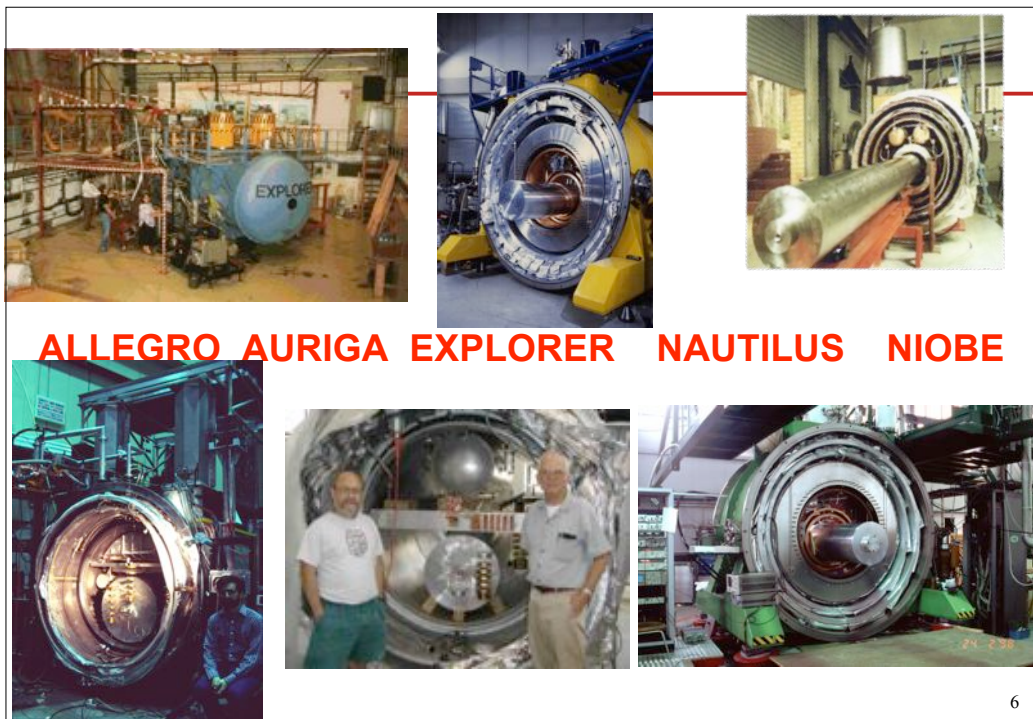
2000 IGEC: analisi di 4 anni di presa dati con 5 antenne criogeniche- Phys. Rev. D **68**, 022001 (2003)

2004 Primi dati da un'antenna sferica
Phys. Rev. D **70**, 102005 (2007)

2006 Gli interferometri superano in sensibilit  le antenne risonanti



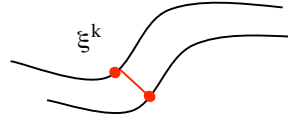
M. Bassan 08



DALLA DEVIAZIONE GEODETICA ALLE VIBRAZIONI DELLA BARRA

- L'equazione della deviazione geodetica descrive come due linee geodetiche, descritte da due masse di test, deviano una rispetto all'altra per effetto dell'onda gravitazionale

$$\frac{d^2 \xi^i}{dt^2} = -\xi^k R_{0k0}^i = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 h_k^i}{\partial t^2} \xi^k$$



o, in termini più semplici: $\frac{\delta L}{L} = \frac{1}{2} h$

- 2 punti collegati da fotoni => INTERFEROMETRO
2 punti collegati da fononi => RISONATORE
- 2 masse collegate da una molla => Oscillatore Esteso (p.es. Un CILINDRO)
- Equivalenza tra un cilindro ed un Oscillatore Armonico Semplice (SHO)
- Scelta della forma e del materiale

M. Bassan 08

7

Principio di funzionamento di un'antenna risonante

- Pensiamo ad un diapason (o una corda di chitarra):
- Eccitato con un impulso breve (una forza $F(t) = F_0 \delta(t)$) risponde vibrando a lungo sulla sua frequenza di risonanza.
- Oscillatore ad alto Q => la vibrazione si legge più chiaramente sul rumore di fondo (tipicamente rumore termico)
- Per questo motivo un rivelatore risonante è particolarmente adatto a rivelare segnali impulsivi (burst) ma (vedi oltre) può offrire buoni risultati anche per altri tipi di eccitazione.



M. Bassan 08

L'oscillatore armonico (s.h.o.) e l'onda grav.

$$\ddot{\xi} + 2\gamma\dot{\xi} + \omega_o^2\xi = \frac{F(t)}{M} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{array}{c} \text{Diagram of a harmonic oscillator with two masses } M/2 \text{ connected by a spring of length } l. \end{array}$$

- Distanza tra le masse all'istante t : $L(t) = l + \xi(t)$
- Forza di richiamo: $M \omega_o^2 \xi(t)$
- Forza dissipativa: $2 M \gamma d\xi(t)/dt$
- Supponiamo l'onda polarizzata (+) ossia: $h_+ = h, h_x = 0$

- ricordando che $\frac{d^2 L(t)}{dt^2} = \frac{1}{2} \ddot{h} L(t)$
- scriviamo che la (pseudo) forza mareale agente sull'oscillatore è $F(t) = (Ml/2) (d^2 h/dt^2)$
- $\Rightarrow$ l'equazione del moto diviene: $\ddot{\xi} + 2\gamma\dot{\xi} + \omega_o^2\xi = \frac{l}{2} \ddot{h}$

L'oscillatore armonico e l'onda grav. (II)

$$\ddot{\xi} + 2\gamma\dot{\xi} + \omega_o^2\xi = \frac{l}{2} \ddot{h}$$

Risolviemo con le Trasformate di Fourier

$$[(\omega^2 - \omega_o^2) + 2i\gamma\omega]\xi(\omega) = \frac{l}{2}\omega^2 H(\omega)$$

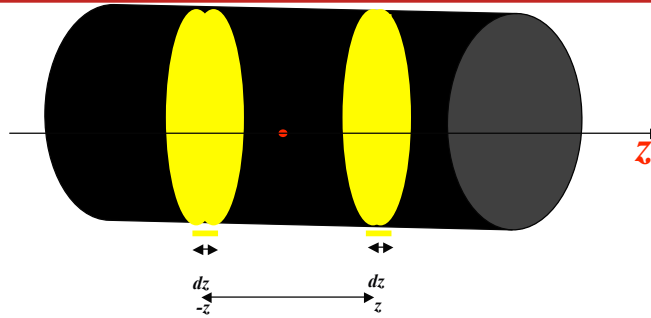
$$\xi(\omega) = T(\omega) \cdot H(\omega) \quad \text{con} \quad T(\omega) = \frac{l}{2} \frac{\omega^2}{(\omega^2 - \omega_o^2) + 2i\gamma\omega}$$

Abbiamo 2 poli: $\omega_{1,2} \simeq i\gamma \pm \omega_o$

Con un'integrazione nel piano complesso ω si ottiene infine

$$\xi(t) = -\frac{l}{2} H(\omega_o) e^{-\beta_1 t} \omega_o \sin \omega_o t + \frac{l}{2} h(t) \quad \begin{array}{l} \xrightarrow{h(t)=H(\omega_o)\delta(t)} \xi(t) = -\frac{l}{2} H(\omega_o) e^{-\beta_1 t} \omega_o \sin \omega_o t \\ \xrightarrow{h(t)=h_o \sin \omega_o t} \xi(t) = -\frac{l}{2} h_o Q \sin \omega_o t \end{array}$$

Dal s.h.o. all'antenna cilindrica



Ripetiamo l'esercizio precedente su 2 elementi di massa $\rho S dz$ a distanza $2z$

$\xi(z, t)$ = spostamento dalla posizione d'equilibrio della massa infinitesima

u = deformazione (strain) $u = \frac{\partial \xi}{\partial z}$; σ = sforzo longitudinale (stress) $\sigma = Y u + D \frac{\partial u}{\partial t}$

Y = modulo elastico di Young (nel ruolo della molla),

D = coefficiente di dissipazione elastica

M. Bassan 08

11

Dal s.h.o. all'antenna cilindrica (II)

Risolvendo (ancora via Fourier) l'equazione del corpo elastico:

$$\rho \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma}{\partial z} + F_{gw}$$

con la forza/volume gravitazionale $F_{gw} = \frac{\rho}{2} z \ddot{h}$
 si ottiene infine una soluzione identica a quella del s.h.o. purché
 si sostituisca:

$$M_{eq} = M/2$$

$$l(z = \frac{L}{2}) = \frac{4L}{\pi^2}$$

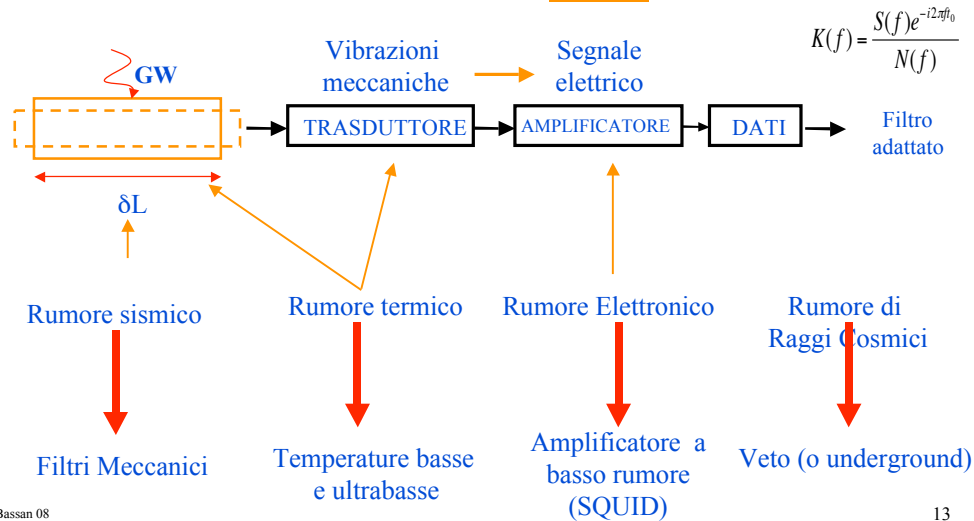
M. Bassan 08

12

Antenna Risonante: Componenti e Sorgenti di Rumore

La GW eccita il modo longitudinale di vibrazione di un cilindro massivo (~2 ton)

$$h = \frac{\Delta L}{L}$$



M. Bassan 08

13

Cos'è il rumore

Il rumore si manifesta nella variazione casuale di grandezze fisiche

Non esiste una legge oraria che lo determini a Caratterizzabile solo attraverso variabili statistiche

Un processo si dice STAZIONARIO se la misura delle sue proprietà statistiche è indipendente dall'epoca in cui essa viene effettuata.

$\langle x \rangle$ *Media* *Varianza* $\langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle$

$S_x(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} |X_T(f)|^2$ *Potenza Spettrale* $[X^2 \text{ Hz}^{-1}]$ → *Densità Spettrale Lineare* $[X \text{ Hz}^{-1/2}]$

$C_x(t) = \langle X(t) \cdot X(t+\tau) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} X(t) \cdot X(t+\tau) dt$ *Auto Correlazione*

$$\langle x^2 \rangle = \int_0^\infty S_x(f) df$$

$$S_x(f) = \int_0^\infty C_x(\tau) \cos(2\pi f \tau) d\tau$$

Rumore Termico

- Equipartizione: l'agitazione termica delle molecole del solido provoca $1/2 k_B T$ per ogni grado di libertà (p.es. un modo di vibrazione)

-Teorema Fluttuazione- Dissipazione: per un qualunque sistema (circuito, oscillatore, modo vibrazionale etc.) le fluttuazioni sono causate da una forza (generalizzata) con uno spettro "bianco" dato da:

$$S_{FF}(f) = 4k_B T \operatorname{Re}(Z) \Delta f$$

p.es. rumore Johnson:

$$S_V(f) = v_n^2 = 4k_B T R \Delta f$$

J.B.Johnson Phys. Rev. 32, 97 (1928)

H.Nyquist Phys. Rev. 32, 110 (1928)

- Per un sistema meccanico : $S_{FF}(f) = 4k_B T \frac{M}{\omega_o Q} \Delta f$
- integrando sulla risonanza: $x_{th}^2 = \frac{k_B T}{M \omega_o^2}$ non dipende dal Q !
(E.K. = $1/2 k_B T$)

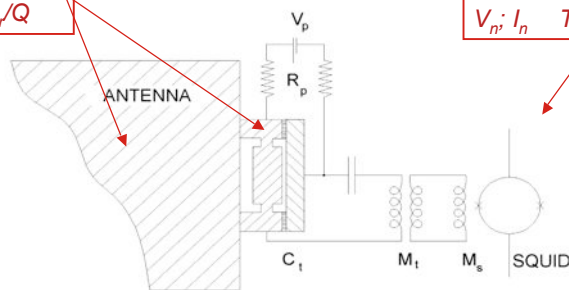
M. Bassan 08

15

NOMENCLATURA DI TERMINI TECNICI

Rumore Termico
 $S_F = MkT\omega_r/Q$

Rumore Elettronico
 $V_n: I_n \quad T_n = \sqrt{V_n^2 I_n^2 / k}$



L'oscillatore meccanico

Massa **M**
Velocità del suono **v_s**
Temperatura **T**
Fattore di merito **Q**
Freq. di Risonanza **f_r**

Il Trasduttore

Efficienza **β**

L' Amplificatore

Temperatura di rumore **T_n**

M. Bassan 0

16

Antenna

- Perché un'antenna di grandi dimensioni e massa ?

Perché M interagisce con l'o.g. ??? **NO !** (WEP)

- grande L -> migliore rivelatore (deviazione geodetica)
- grande L -> bassa $f_0 = v_s/2L$ (~ 1 kHz per L=3 m)

- $x_{th}^2 = \frac{k_B T}{M \omega_0^2}$ grande M -> piccola vibrazione termica

- Alto Q -> migliore filtraggio del rumore (vedi oltre)

- => A15056:

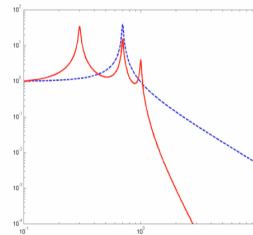
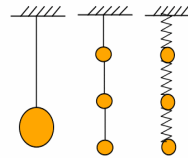
- L=3m ; diam=0.6 m;
- $f_{1L} \sim 900$ Hz ; M=2300 kg
- Q=2 10^7



M. Bassan 08

Sospensioni Meccaniche I

- Occorre filtrare il rumore sismico del suolo e i disturbi “ambientali” del laboratorio.
- Un oscillatore armonico ha una funzione di trasf. che decresce come f^{-2} per $f \gg f_0 \Rightarrow$ filtro passa basso meccanico.
- In pratica, useremo molti filtri passa-basso in cascata



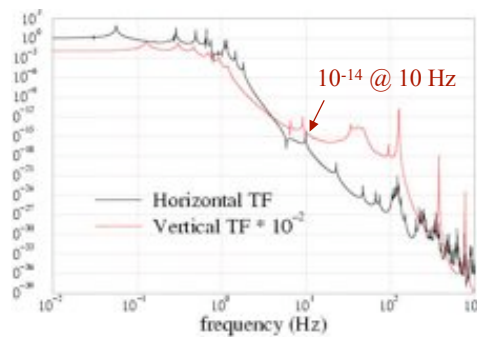
M. Bassan 08

18

Sospensioni Meccaniche II

- Per un rivelatore risonante basta filtrare il rumore esterno attorno a f_0 .
- Per rivelatori a larga banda si chiede attenuazione per $f > 10$ -100 Hz

- Specchi sospesi
- Uso di multipendoli
- Abbassare le frequenze caratteristiche
- Realizzare un isolamento su 6 d.o.f.



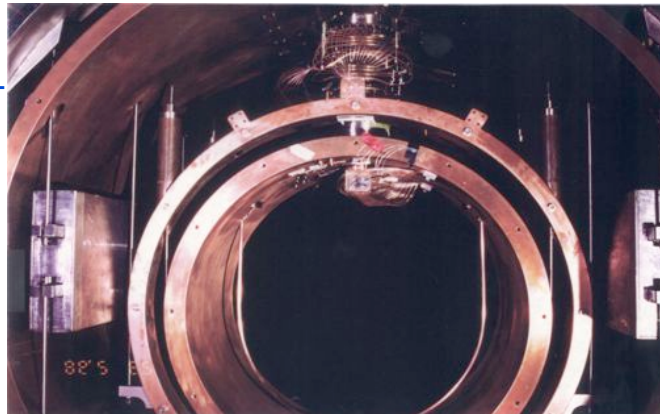
M. Bassan 08

19

Criostato e Sospensioni

- a $T < 10$ K :
 - rumore termico ridotto
 - elettronica superconduttrice (Squid)
- ⇒ necessario un criostato (vuoto + schermi termici)

gli schermi possono
servire come filtri low-
pass per l'isolamento
sismoacustico



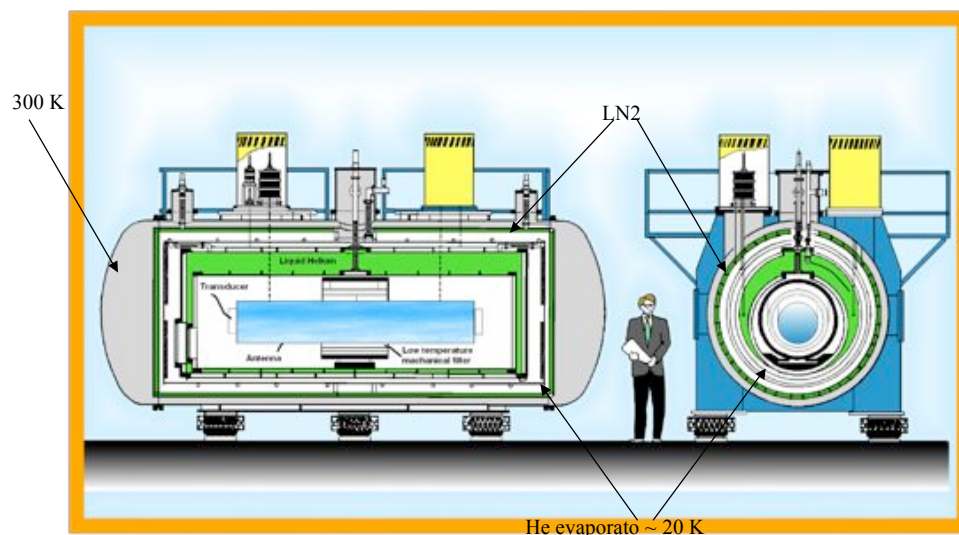
M. Bassan 08

Criogenia in una pagina

- L'elio liquido bolle a 4.2 K (se $p = 10^5$ Pa)
- $P=1$ W fa bollire 1 litro Lhe/ora => ridurre P
 - sospensione su pochi punti di bassa conducibilità => riduce la **conduzione** di calore
 - vuoto intorno al cilindro => riduce la **convezione** (e migliora il Q)
- Per solo **irraggiamento** (Stefan- Boltzmann)
 - $P = \sigma \Delta(T^4) \times \text{Area} = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W/K}^4/\text{m}^2 \times (300^4 - 4.2^4) \text{ K}^4 \times 18 \text{ m}^2 = 8 \text{ kW} !!$
 - => occorre interporre un grande numero di schermi a T intermedie per intercettare la radiazione. Allora $P_i = \sigma \times \text{Area} \times (T_i^4 - T_{i-1}^4)$ sistema di eq. che determina le T_i .
 - Ancora meglio: ancoriamo alcuni schermi intermedi a T fisse mediante refrigeranti piu' economici:
 - p.es. (Explorer): Elio Evaporato (~ 20 K), LN2 (77 K)
 - p.es. (Nautilus): Elio Evaporato (~ 20 K), Elio evaporato riciclato (~ 100 K)
 - + molti schermi sottili : "coperte" di strati mylar alluminato alternati ad isolante

con questi ed altri accorgimenti ==> 50 litri He /giorno (~ 4 W)

Un Esempio: Explorer 1986 - 20??



G.R. and L.T. physics

- **1915** Theory of G.R.
- **1916** Einstein predicts gravitational waves (g.w.)
- **1960** J.Weber operates the first detector
- **1970** Construction of cryogenic detectors begins
- **1984** Taylor and Hulse find the first indirect evidence of g.w. (Nobel Prize 1993)
- **2003** First operation of large interferometer
- **2006** full year of interferometer data
- **2007** VIRGO-LIGO joint operation
- **2011**Advanced interferometers
- **2018** Launch of Lisa
- **1908** K.Onnes liquefies Helium (Nobel prize 1913)
- **1911** Superconductivity discovered
- **1950** Teoria fenomenologica di Ginzburg- Landau (Nobel prize 1962)
- **1957** BCS Theory (Nobel prize 1972)
- **1962** Josephson Effect (Nobel prize 1973)



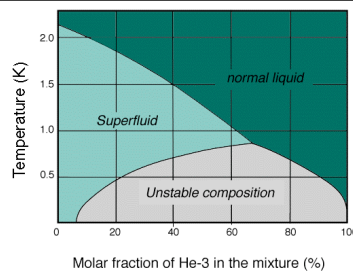
Einstein and K.Onnes at Leiden Univ. 1920 23

M. Bassan 08

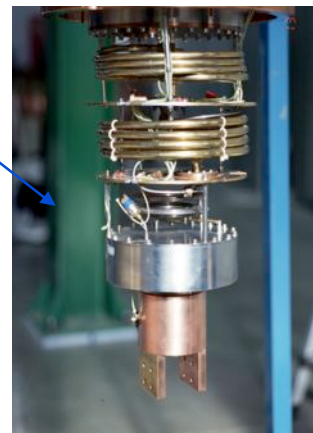
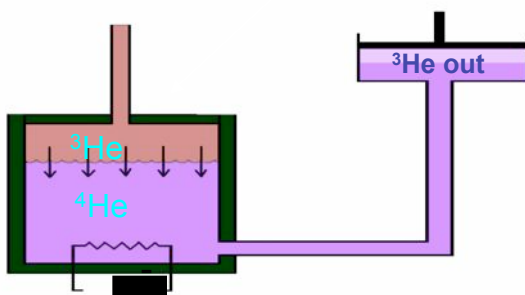
Ultra criogenia: $T \sim 100$ mK
Quantum at work

Refrigeratore a Diluizione ^3He - ^4He

Il liquido (la fase concentrata di ^3He) è più leggera e galleggia su un mare di ^4He superfluido, in equilibrio con un 6.5% di "vapore". Quando l' ^3He passa dalla fase liquida a bassa entropia alla fase di vapore (alta entropia) si espande ed assorbe calore.



Mixing chamber



M. Bassan 08

Contatti termici e isolamento acustico



Criogenia + Sospensioni = Rumore Termico @ 135 mK

NAUTILUS Misura di rumore termico a 135 mK
(ROG collaboration: *The gravitational wave detector NAUTILUS operating at $T=0.1K$* , *Astrop.Phys.* 7 (1997))

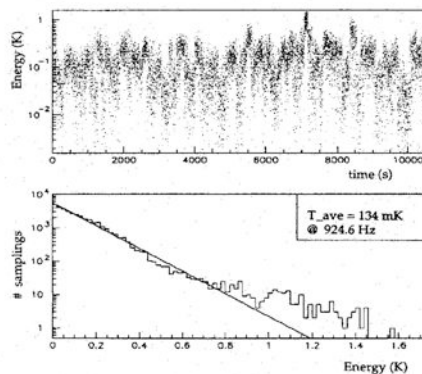


Fig. 9. Measurement of the Brownian noise: (a) history and (b) distribution of the vibration energy of the + mode in a three hours period. The average energy is in agreement with the thermodynamic temperature of the bar.

Le antenne del gruppo Roma-Frascati :

EXPLORER e NAUTILUS



Bar Al 5056 M = 2270 kg
L = 2.97 m Ø = 0.6 m
 $\nu_A = 915 \text{ Hz}$ @ T = 2.5 K
Veto per i raggi cosmici
M. Bassan 08

Today

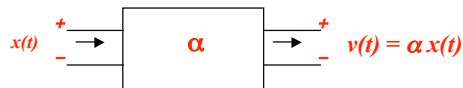


$\nu_A = 935 \text{ Hz}$ (recently tuned)
Al 5056 bar M = 2270 kg
L = 2.92 m Ø = 0.6 m
fridge a diluizione T=130 mK
Veto per i raggi cosmici

27

Il Trasduttore I

- vibrazione meccanica -> segnale elettrico



$V(t)/x(t) = \alpha = \text{coefficiente di trasduzione}$

$$\alpha = V_0 / d_0 = E_0$$

- ma anche (purtroppo) viceversa -> back action
- consideriamo anche l'impedenza elettrica di uscita
- ...e quella meccanica di ingresso



$$f(t) = Z_{11}\dot{x}(t) + Z_{12}i(t)$$

$$v(t) = Z_{21}\dot{x}(t) + Z_{22}i(t)$$

M. Bassan 08

28

Il Trasduttore II

$$f(t) = Z_{11}x(t) + Z_{12}i(t)$$

$$v(t) = Z_{21}x(t) + Z_{22}i(t)$$



$$\beta = \frac{\text{energia elettrica}}{\text{energia meccanica}} = \frac{|Z_{12}|^2}{M\omega_o Z_{22}}$$

Un esempio: il caso del trx capacitivo (condensatore_

$$C(t) = \frac{\epsilon_o S}{[d_o + x(t)]}$$

$$Z_{12} = Z_{21} = \frac{E_o}{j\omega}$$

$$Z_{22} = \frac{1}{j\omega C}$$

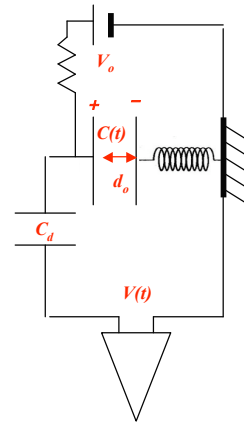
$$\beta = \frac{\frac{1}{2}CV^2(t)}{\frac{1}{2}M\omega_o^2 x^2(t) + \frac{1}{2}C_{me}V^2(t)} \approx \frac{\frac{1}{2}CV^2(t)}{\frac{1}{2}M\omega_o^2 x^2(t)}$$

$$\beta = \frac{1}{M\omega_o} \frac{|Z_{21}|^2}{|Z_{22}|} = \epsilon_o E_o^2 S / M\omega_o^2 d_o = \frac{\alpha^2 C}{M\omega_o^2}$$

M. Bassan 08

$C \sim 1 \text{ nF}$, $E_o \sim 10^6 \text{ V/m}$, $M \sim 10^3 \text{ kg}$, $\omega_o \sim 2\pi \cdot 10^3 \text{ rad/s}$

$$\beta \sim 10^{-6} - 10^{-7}$$



29

L'amplificatore meccanico

occorre amplificare le vibrazioni dell'antenna :
chiamiamo amplif. meccanico (o read-out) l'insieme di:

- 1) Un risonatore ausiliario di piccola massa (Trasf. Meccanico - MT)
(res. frequency f_i and mass m_i , high Q)
- 2) Un trasduttore elettromeccanico con alta efficienza di trasferimento di energia (alto fattore "beta")
- 3) Una rete elettrica di adattamento di impedenza
(buon adattamento, basse perdite)
- 4) Un amplificatore che :
 - a) aggiunga rumore minimo alla tensione misurata (rumore additivo, o serie output or largabanda)
 - b) introduca minimo rumore nel sistema meccanico minimum noise (input, banda stretta noise, o back action)

M. Bassan 08

30

Rumore Elettronico

Ogni amplificatore introduce rumore, al meglio quantistico

Hefner H. 1962 Proc. IRE 50 1604

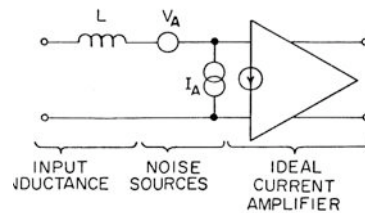
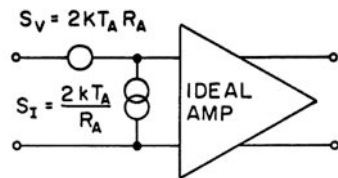
In realta' le sorgenti di rumore sono due:

- rumore larga banda, o additivo, o di output (v_n per un ampl. in tensione): $S_v(f) = v_n^2$
- rumore di input (iniettato nel sistema in misura), o risonante, o back action (i_n per un ampl. di tensione)

Ottimizzando l'impedenza di ingresso si puo' giostrare il peso relativo dei due

Il prodotto $v_n i_n$ e' la "energia di rumore" e si esprime in termini di una **Temperatura di Rumore** T_n

L'antenna grav. e' forse l'unico sistema fisico cosi' sensibile da sentire l'effetto dell'input noise.



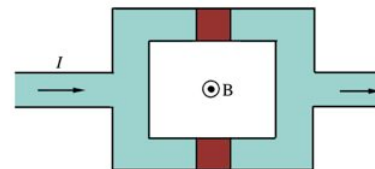
31

Quantum at work: the dc-SQUID

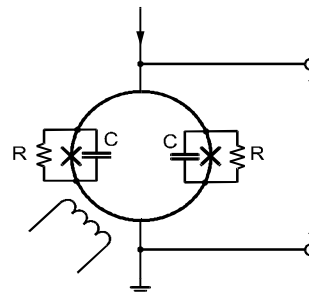
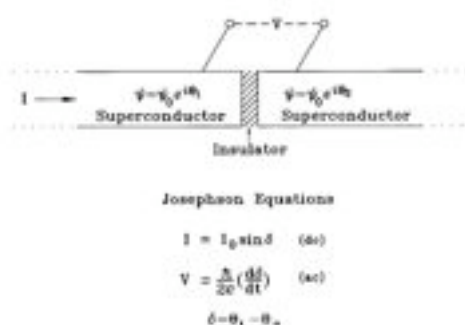
- Quantizzazione del flusso magnetico in un anello SC:

$$\oint \nabla \phi \cdot d\mathbf{l} + \phi_1 - \phi_2 = \frac{2e}{\hbar} \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} + \phi_1 - \phi_2 = 2n\pi$$

- + effetto Josephson (2 JJ) in un anello superconduttivo di induttanza L

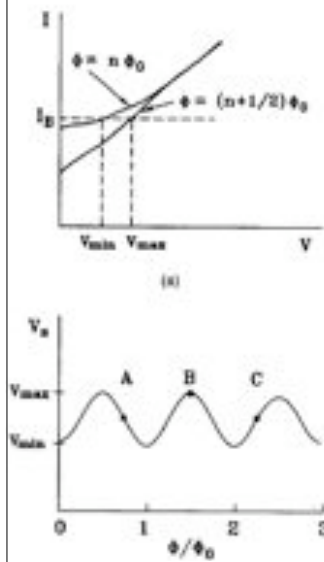


$$\Phi_o = \frac{h}{2e} = 2 \cdot 10^{-15} \text{ Wb}$$

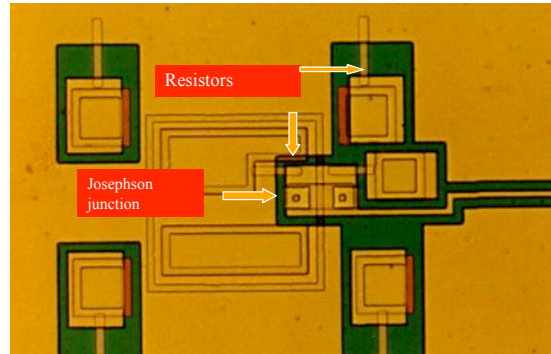


32

The dc-SQUID (II)



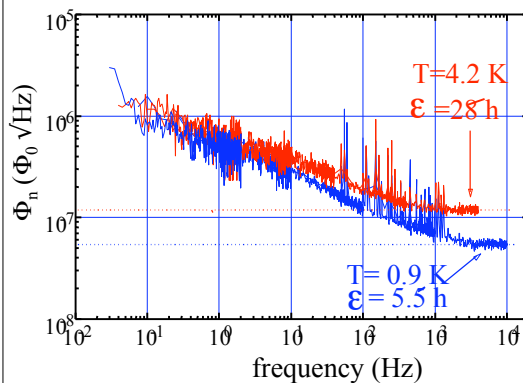
- Sono ora disponibili dispositivi commerciali di ottima sensibilit .
- Richiede processi di nanofabbricazione
- E' il magnetometro piu' sensibile al mondo (fA, $\mu\Phi_0/\text{rt}(\text{Hz})$)



E' un amplificatore cosi' buono che spesso domina il rumore del secondo stadio

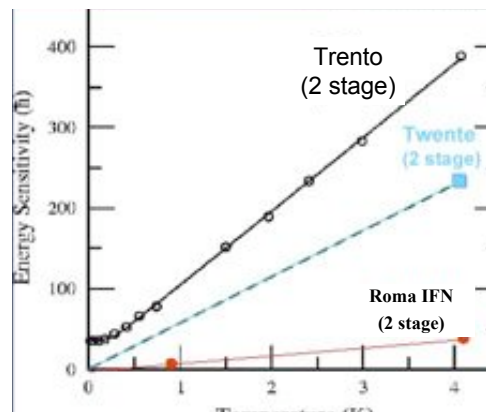
Il d.c. SQUID (III)

Nuova frontiera: doppio SQUID, limite quantistico in vista



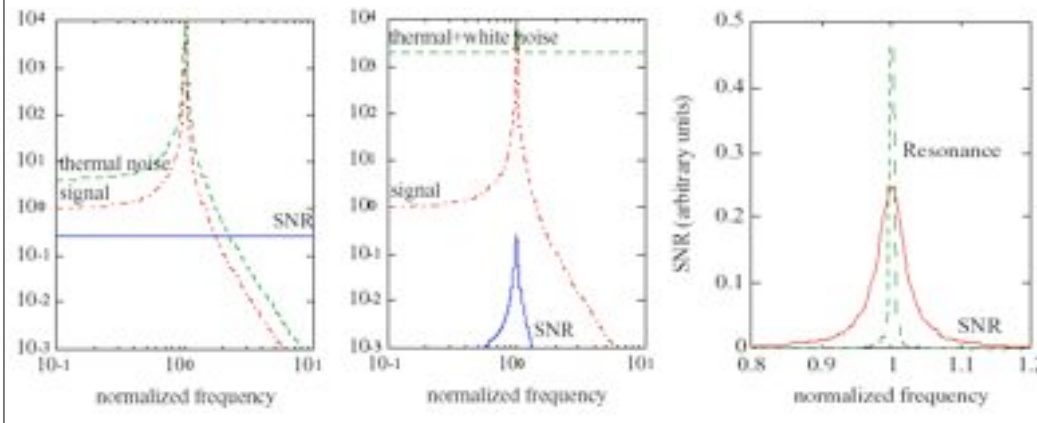
Carelli et al. 98

M. Bassan 08



Banda sensibile di un rivelatore risonante

- Perché siamo sensibili solo vicino alla risonanza ?
- Perché possiamo essere sensibili su una banda $\Delta f \gg f/Q$?



SENSIBILITA' E BANDA PASSANTE:

Una storia rapida dei nostri errori

- Preistoria ('60s), approccio naive : focalizza sulla rivelazione dei burst, la banda non e' ancora considerata
 - Campiona piu' rapido che puoi (i.e. $\Delta f \rightarrow \infty$) per abbattere il rumore termico lentamente variabile
- Gibbons & Hawking (PRD 1971): Il tempo di integrazione e' limitato dal rumore del rivelatore

$$\Delta E_{\min} = k_B T \frac{\Delta t}{\tau} + k_B T_{\text{amp}} \frac{1}{\lambda \beta \omega \Delta t}$$

SENSITIVITY (II)

- Giffard (PRD 1976) introduce la “back action” (l’amplificatore scuote l’antenna).

- prima derivazione rigorosa, anche se poco pratica, dell’energia minima rivelabile

$$\Delta E_{\min} = k_B T \frac{\Delta t}{\tau} + k_B T_{\text{amp}} \left(\lambda \beta \omega \Delta t + \frac{1}{\lambda \beta \omega \Delta t} \right)$$

$$\lambda = \frac{I_n Z}{V_n}$$

back action: amplif. noise, but $\propto \Delta t$

M. Bassan 08

37

SENSITIVITY (III)

Pallottino Pizzella 1981

$$\Delta E_{\min} = 2k_B T_{\text{amp}} \sqrt{\left(1 + \lambda^{-2}\right) \left(\frac{2T\lambda}{\beta Q T_{\text{amp}}} + 1\right)}$$

2 requisiti per sensibilit  ottimale:

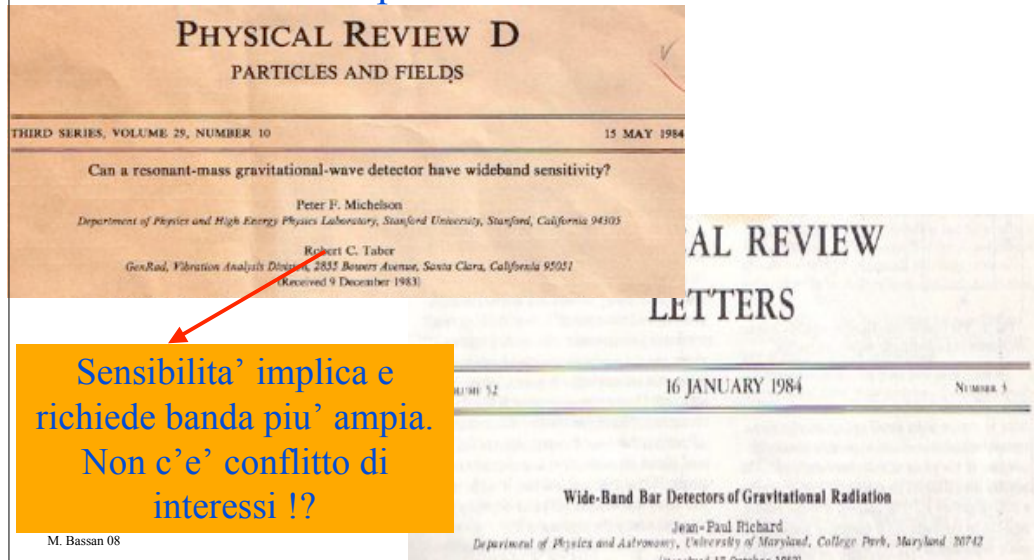
- $T/\beta Q \ll T_{\text{amp}}/\lambda \Rightarrow$ Rumore termico trascurabile wrt elettronico
- $\lambda \gg 1 \Rightarrow$ Rumore dell’amplificatore dominato dalla back action

- Ad oggi, la sfida di soddisfare queste 2 condizioni non e’ ancora vinta.

M. Bassan 08

38

- 1984 : si comincia a pensare alla banda



Sensibilita' implica e
richiede banda piu' ampia.
Non c'e' conflitto di
interessi !?

Quindi, per aumentare banda e sensibilita',
ci serve un alto β

Ricordiamo che questo “energy coupling coefficient” è la
figura di merito del sistema di trasduzione del rivelatore

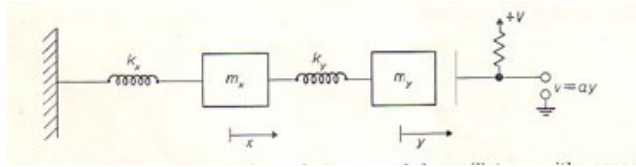
$$\beta = \frac{\alpha^2}{M\omega^3 Z}$$

transduction constant (V/m) → α^2
circuit impedance → Z
resonator mass → M

Serve M grande per catturare le g.w. ($M \Leftrightarrow$ sezione d'urto))
Serve M piccola per accoppiare con efficienza all'amplificatore

=> trasduttore risonante di piccola massa (Paik '74)

Rivelatore a due modi di vibrazione (I)



- Un trasduttore risonante di massa $m = \mu M$ ci consente di guadagnare un fattore μ^{-1} in β .

$$\beta = \frac{1}{\mu} \frac{\alpha^2}{1 - \alpha^2}$$

$$\beta = \frac{\alpha^2}{M_t \omega^3 Z} = \frac{1}{\mu} \frac{\alpha^2}{M_a \omega^3 Z}$$

- => tentazione di fare un trx di massa piccolissima: Stanford 1980, $m=20$ g, $\mu \sim 10^{-5}$

Fu penalizzato pesantemente dal rumore termico del piccolo risonatore ausiliario !

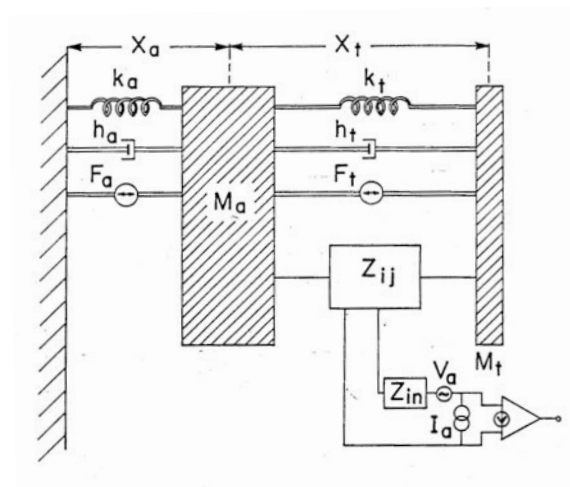
$$\langle x_{th}^2 \rangle = \frac{kT}{m\omega^2}$$

(In termini moderni , il rumore di spostamento del trasduttore cresce a dismisura appena fuori della banda Δf)

M. Bassan 08

41

RIVELATORE A DUE MODI (II)

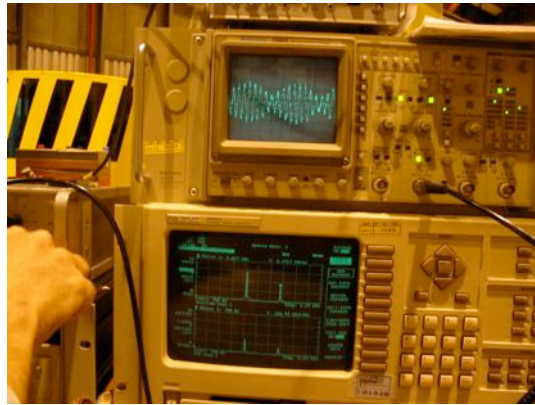


M. Bassan 08

42

RIVELATORE A DUE MODI (III)

- Infatti, la banda e' limitata dal tempo di trasferimento tra i due oscillatori (battimenti) a $\Delta f = f_{\text{beat}} = f \sqrt{\mu}$
- Ci porta a trovare il valore ottimale di μ : quello per cui $f_{\text{beat}} = \Delta f_{\text{single mode}}$
- Questo limitava la banda utile a ~ 1 Hz
- Esiste una via di uscita ?



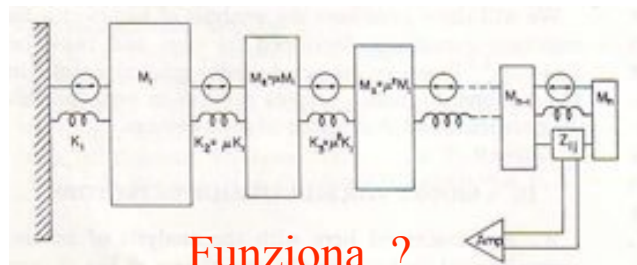
Battimenti in Explorer -Ago 2002

M. Bassan 08

43

RIVELATORE A MOLTI MODI ?

- Iterate molte (N) volte il trucco dell' "oscillatore di massa leggera"
- Quindi $\mu = M_j / M_{j+1}$ puo' crescere fino a $\sim 10\%$ ($\mu = \Delta f / f$)
- mentre una piccola massa finale ($m = M_N \sim 0.1$ g) ci permette di aumentare di molto β



Funziona ?

M. Bassan 08

44

MULTIMODE DETECTORS (2)

Measurement of energy transfer in a five-mode gravitational wave bar detector

Yi Pang and J.-P. Richard
Department of Physics, University of Illinois at Chicago
(Received 27 June 1991; accepted 10 October 1991)

A 1400-kg five-mode bar detector is used to measure the energy transfer from a laser interferometer to the bar. Detailed calculations and computer simulations are used to study the dynamics of the bar and to show that a large fraction (67%) of the energy is transferred to the last resonant mode (≈ 2 ms), and correspondingly, the energy transfer is

PHYSICAL REVIEW D

VOLUME 38, NUMBER 8

15 OCTOBER 1988

Multimode resonant gravitational-wave antennas: How many modes is enough?

Massimo Bassan

Dipartimento di Fisica, Università "Tor Vergata," and Istituto Nazionale di Fisica Nucleare, Sezione di Roma, 00173 Roma, Italy
(Received 12 May 1988)

A model for multimode gravitational-wave antennas is presented. A complete sensitivity analysis is carried out for a simplified, but realistic degenerate case. We discuss the optimum configuration, proving that it is set by the two requirements that the last oscillator be light enough to achieve a sufficiently large energy coupling factor β and the mass ratio μ satisfy a simple optimization condition. We show that the constraints imposed by current technology set an optimal number of modes. It is not advantageous to increase the degrees of freedom beyond this value, as this would add thermal noise to the total noise figure, without substantial gain in the efficiency of signal conversion.

Insidia nascosta : N modi portano N $k_B T$ di rumore termico nella banda di rivelazione!

Rivelatori multimodali non sono stati perseguiti in tempi recenti

M. Bassan 08

45

Quindi, rieccoci al problema: come aumentare β per migliorare sensibilità e banda

Guardiamo ancora il nostro "energy coupling coefficient" :

$$\beta = \frac{\alpha^2}{M\omega^3 Z}$$

massa del risonatore (DT)

costante di trasduzione (V/m)

impedenza del circuito

L'unico "manico" rimasto è α .

Dipende dalla densità di campo e.m. nel trasduttore

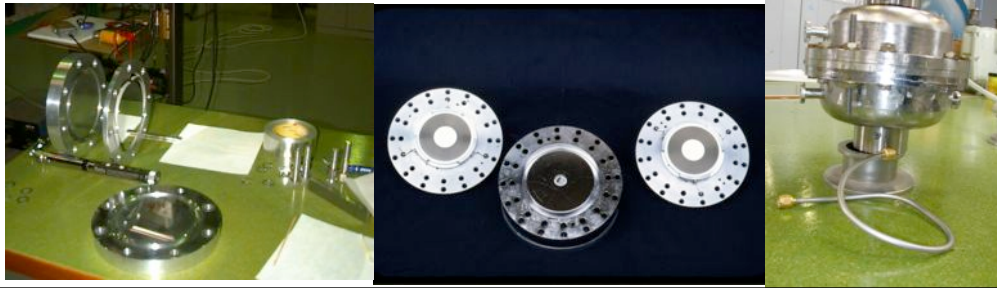
Quale è il trasduttore migliore ? (domanda delicata!)

M. Bassan 08

46

TRASDUTTORI

- Un trasduttore (Trx) funziona convertendo un segnale meccanico in uno elettrico, modulando un campo e.m. che puo' essere:
 - Elettrostatico $\Rightarrow$ Trx Capacitivo
 - Magnetico (in genere superconduttivo) $\Rightarrow$ Trx Induttivo
 - elettromagnetico a.c.(r.f fino a ottico) $\Rightarrow$ Trx Parametrico



TRASDUTTORI (II)

Un confronto tra i vari tipi

Trx Parametrico

- In linea di principio il migliore ($\beta > 1$, poiche' pompamo energia dall'esterno)
- C'e' un rumore addizionale dalla "pompa" (sia in ampiezza che in fase)

Trx Induttivo

- Accoppiamento diretto e ottimale ad un amplificatore SQUID
- Alta densita' di campo e.m.

Trx Capacitivo

- Grande superficie attiva, piccola gap
- Test @RT, assenza di contrazioni diff.
- accoppiamento a.c. filtra il lento (ed ampio!) movimento dell'antenna

**Non c'e' un migliore assoluto. Abbiamo scelto
il capacitivo perche' assai comodo.**

TRASDUTTORI (III)

- Un'analisi attenta dell'antenna a due modi con un trasduttore passivo [Bassan, Pizzella 1997] mostra che

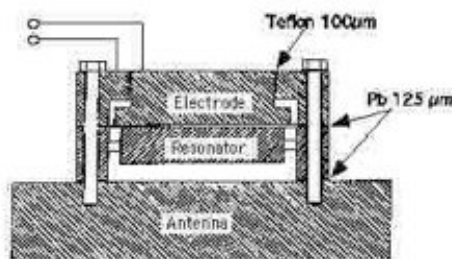
$$\Delta E = 4 \sqrt{\frac{2\phi_n}{\alpha_\phi}} \left(\frac{M k_B T}{\tau} \right)^{1/4} \quad \Delta f = \sqrt{\frac{2\alpha_\phi}{\phi_n}} \left(\frac{k_B T}{M \tau} \right)^{1/4}$$

- Con buona approx. vale anche per antenna a 3 modi
- Esplicitando la dipendenza dai parametri, troviamo:
 - $\alpha \propto E/\text{gap}$

Ci serve un dispositivo con una piccola gap, che tenga un campo E molto alto

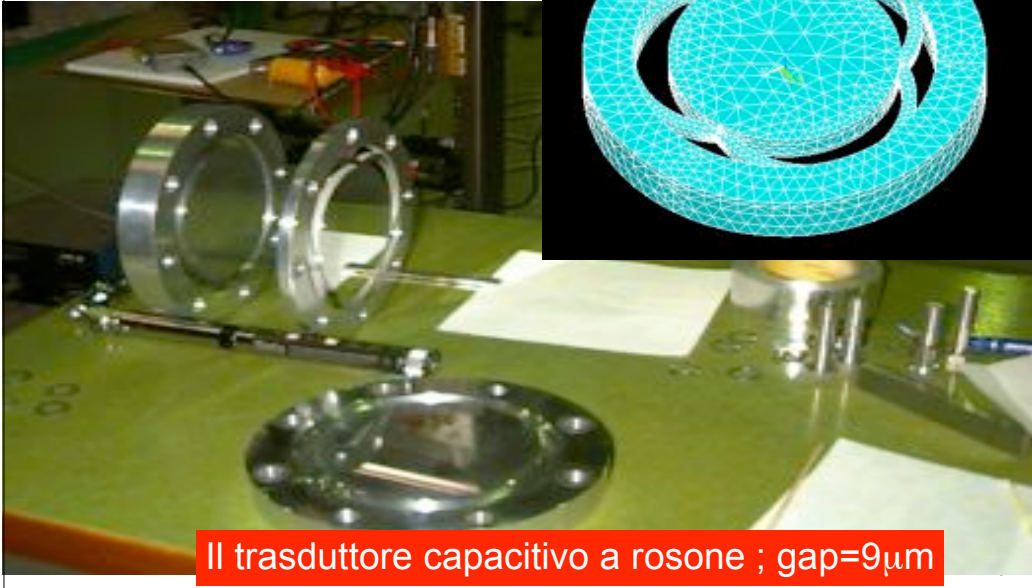
TRASDUTTORI (IV)

Il dispositivo piu' semplice:
Capacitore a facce piane e parallele, polarizzato dc



- lavorazione in elettroerosione per il rosone
- tornitura a punta diamantata per planarità con tolleranza < 5 µm
- Finitura con lappatura a mano
- Attenzione maniacale alla polvere ed al parallelismo durante il montaggio

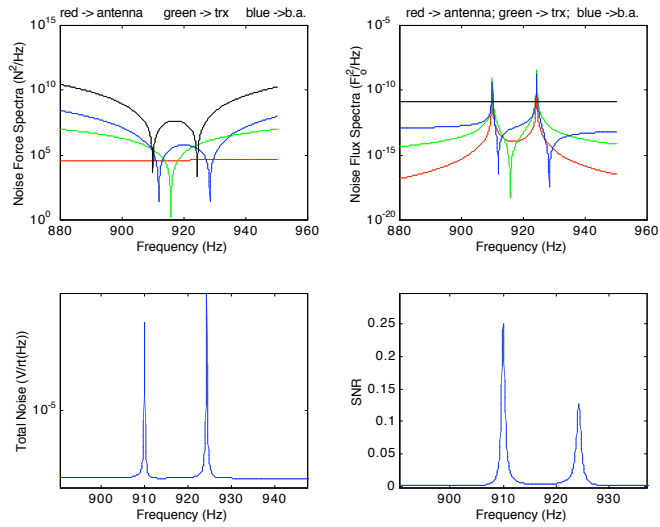
Meccanica di precisione:



L'approccio corretto alla sensibilit :

- Tutte le nostre sorgenti di rumore sono bianche, ma appaiono colorate all'uscita a causa dell'azione di filtraggio dei risonatori.
- Se i parametri del rivelatore sono noti, calcola la funzione di trasferimento e somma gli spettri di rumore all'uscita del rivelatore o, meglio, all'ingresso (dove la g.w. ha spettro bianco)
- Calcola il $SNR(f) = \text{const} / S_h(f)$.
- Grafica $S_h(f)$ per vedere la banda.
- $S_h(f)$ fornisce informazioni sulla sensibilit  a tutti i tipi di sorgente.

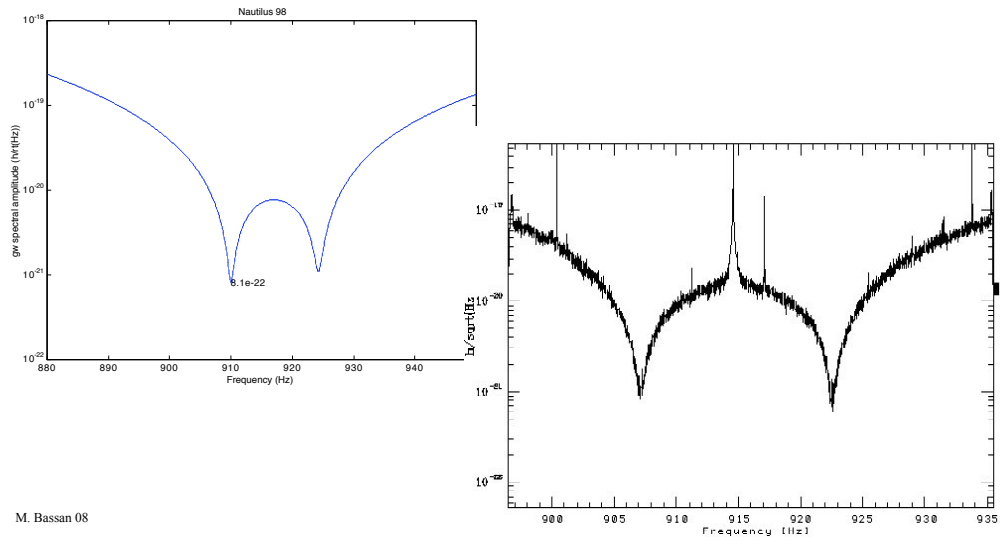
SIMULAZIONE DI RUMORE NAUTILUS 1998+



M. Bassan 08

53

$S_h(f)$ per Nautilus 1998+



M. Bassan 08

La sensibilit  di un rivelatore   data in genere usando la densita' spettrale di rumore, riferita all'ingresso dell'antenna.

Strain sensitivity, i.e. minimum impulsive signal detectable with SNR = 1,

$$\tilde{h}_{min} = \left(\frac{T}{MQ} \right)^{1/2} \quad [1/\sqrt{\text{Hz}}]$$

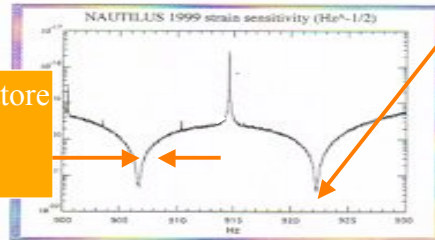
T Thermodynamic Temperature
M Mass
Q Quality Factor

$$\Delta f = \left(\frac{\beta}{T_e} \right)^{1/2} \quad [\text{Hz}]$$

β Capacitive transducer efficiency
 T_e Electronic temperature noise

La sensibilit  di picco dipende da T/MQ

La banda dipende dal trasduttore e dall'amplificatore



Per aumentare la sensibilit  complessiva,   necessaria una banda piu' ampia.

Si puo' ottenerla riducendo il rumore dell'amplificatore e/o aumentando l'accoppiamento del trasduttore.

55

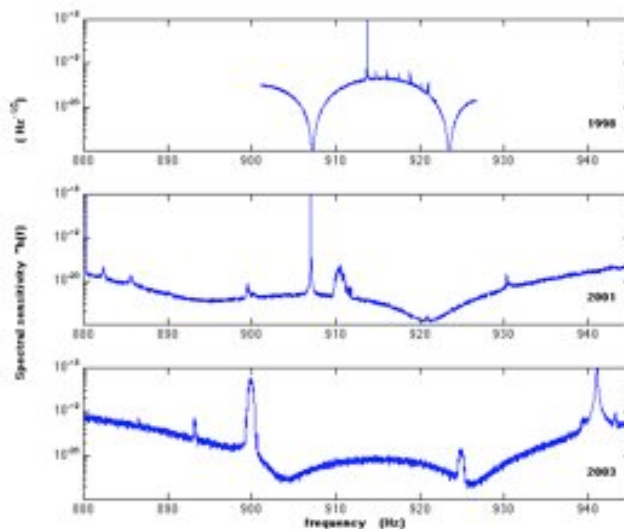
Ampliamento della banda di EXPLORER

EXPLORER has been on the air since May 2000 with:

- new, 10 μm gap transducer
- New, high coupling SQUID

The noise temperature is < 3 mK for 84% of the time.

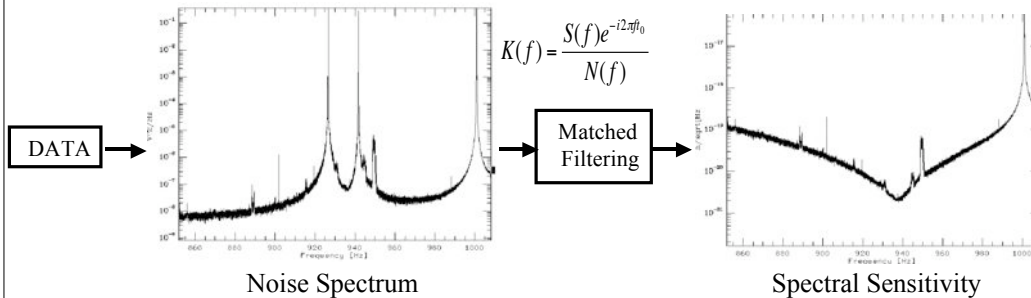
Bandwidth: the detector has a sensitivity better than $10^{-20} \text{ Hz}^{-1/2}$ on a band larger than 40 Hz



M. Bassan 08

56

FILTRAGGIO DEI DATI :

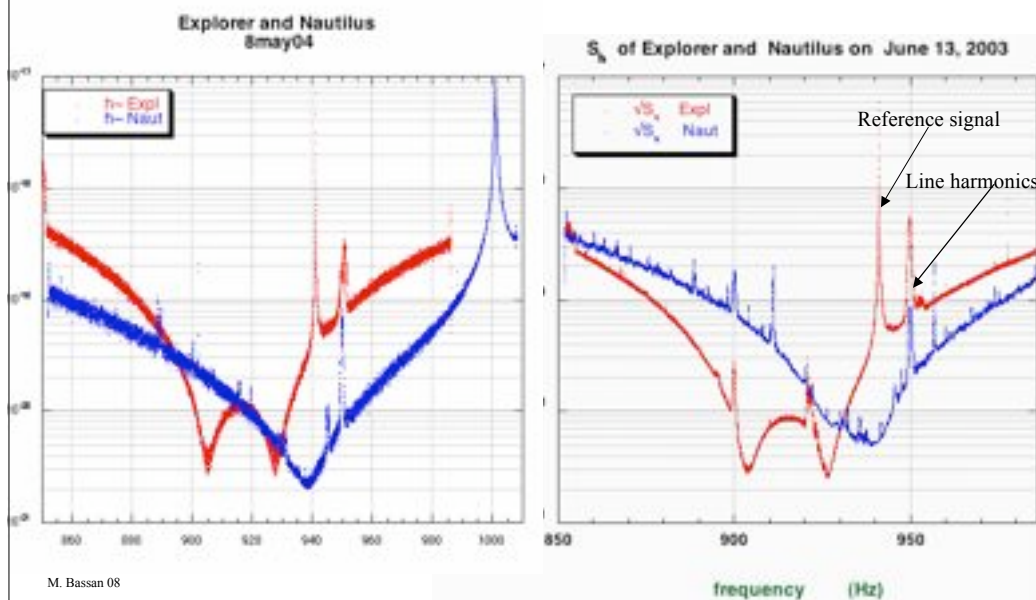


- Rumore termico e' correlato (se Q alto) -> variazioni lente
- per trovare un impulso, faccio la derivata del segnale;;
- Zop
- Wiener
- Filtro Adattato (+ peso alle f con segnale, meno dove c'e' rumore)

M. Bassan 08

57

Banda, sui dati del 2003:



M. Bassan 08