

Relatività e geofisica con i satelliti LAGEOS (e altro ancora)

Corso di Gravitazione Sperimentale

Roberto Peron

`roberto.peron@ifsi-roma.inaf.it`

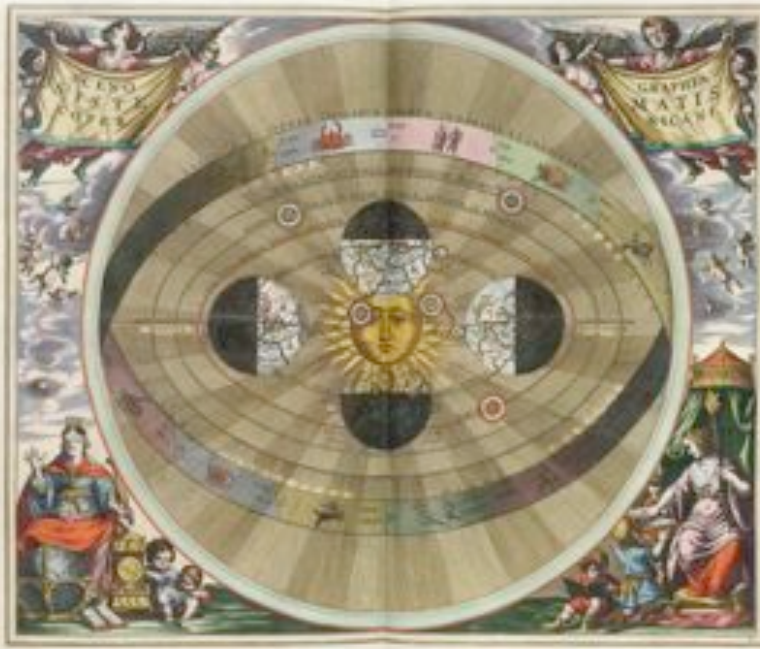
Istituto di Fisica dello Spazio Interplanetario
Istituto Nazionale di Astrofisica

LAGEOS – p.1/96



Pendolo di Foucault, Franklin Institute, Philadelphia

LAGEOS – p.2/96



Andreas Cellarius, *Harmonia Macrocosmica*, tavola 5

Il fenomeno gravitazione (motivazioni)

Ci sono più cose in cielo e in terra, Orazio, di quante se ne sognino nella
vostra filosofia

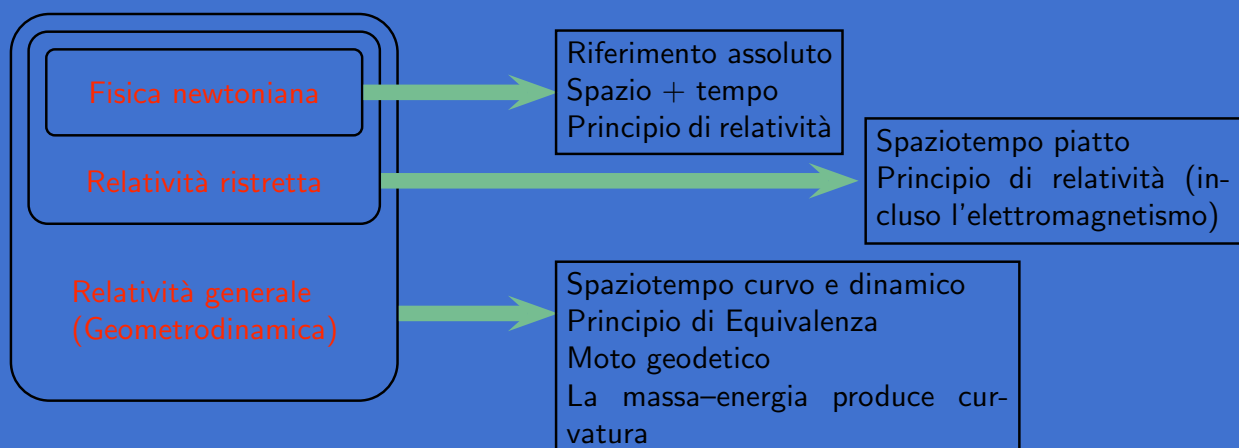
W. Shakespeare, Amleto

Il fenomeno gravitazione

La teoria della relatività generale (geometrodinamica) implica profondi cambiamenti nella nostra comprensione di spazio, tempo e gravitazione

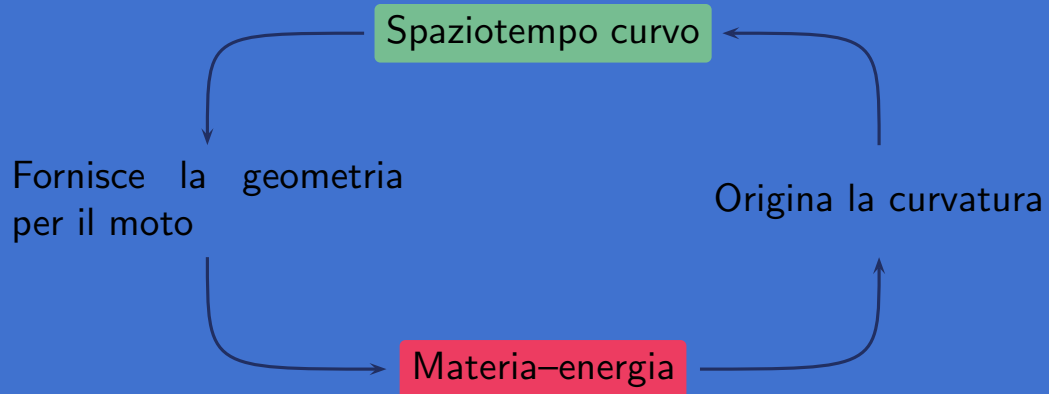
Il fenomeno gravitazione

La teoria della relatività generale (geometrodinamica) implica profondi cambiamenti nella nostra comprensione di spazio, tempo e gravitazione



Il fenomeno gravitazione

La teoria della relatività generale (geometrodinamica) implica profondi cambiamenti nella nostra comprensione di spazio, tempo e gravitazione



LAGEOS – p.5/96

Il fenomeno gravitazione

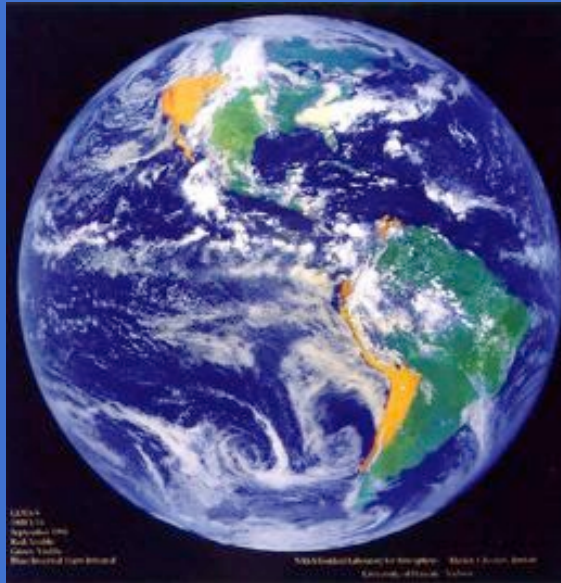
Punti di interesse:

- Teoria autoconsistente
- Soluzioni esatte abbastanza generali da essere descrittive e predittive: **Schwarzschild, Kerr** (*gravitomagnetismo*)
- Punti di incontro con le possibilità sperimentali: limite di **campi deboli e basse velocità**, formalismo **PPN**

LAGEOS – p.6/96

Il fenomeno gravitazione

Un importante laboratorio è lo spazio attorno alla Terra, curvato dalla massa terrestre rotante



LAGEOS – p.7/96

Il fenomeno gravitazione

Un importante laboratorio è lo spazio attorno alla Terra, curvato dalla massa terrestre rotante



Effetti ormai rilevanti per la tecnologia corrente: GPS!!!

LAGEOS – p.7/96

Il fenomeno gravitazione

Cassini



LAGEOS – p.8/96

Il fenomeno gravitazione

BepiColombo



LAGEOS – p.9/96

Il fenomeno gravitazione

La relatività generale implica una continua retroazione fra geometria e massa–energia (si parla di *nonlinearità*)

Esigenze pratiche impongono spesso di “tener fermo qualcosa”

Il fenomeno gravitazione

La relatività generale implica una continua retroazione fra geometria e massa–energia (si parla di *nonlinearità*)

Esigenze pratiche impongono spesso di “tener fermo qualcosa”



MASSA DI PROVA

Il fenomeno gravitazione

La relatività generale implica una continua retroazione fra geometria e massa–energia (si parla di *nonlinearità*)

Esigenze pratiche impongono spesso di “tener fermo qualcosa”



MASSA DI PROVA

- Elettricamente neutra

Il fenomeno gravitazione

La relatività generale implica una continua retroazione fra geometria e massa–energia (si parla di *nonlinearità*)

Esigenze pratiche impongono spesso di “tener fermo qualcosa”



MASSA DI PROVA

- Elettricamente neutra
- Energia di legame gravitazionale trascurabile rispetto alla massa(–energia) a riposo

Il fenomeno gravitazione

La relatività generale implica una continua retroazione fra geometria e massa–energia (si parla di *nonlinearità*)

Esigenze pratiche impongono spesso di “tener fermo qualcosa”



MASSA DI PROVA

- Elettricamente neutra
- Energia di legame gravitazionale trascurabile rispetto alla massa(–energia) a riposo
- Momento angolare trascurabile

Il fenomeno gravitazione

La relatività generale implica una continua retroazione fra geometria e massa–energia (si parla di *nonlinearità*)

Esigenze pratiche impongono spesso di “tener fermo qualcosa”



MASSA DI PROVA

- Elettricamente neutra
- Energia di legame gravitazionale trascurabile rispetto alla massa(–energia) a riposo
- Momento angolare trascurabile
- Sufficientemente piccola da poter trascurare gli effetti mareali

LAGEOS II



LAGEOS – p.11/96

Equazioni di campo di Einstein: la massa–energia dice alla geometria come curvarsi

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = 8\pi T_{\mu\nu}$$

Equazione geodetica: la geometria dice alla massa–energia come muoversi

$$\frac{d^2x^\alpha}{d\tau^2} + \Gamma_{\mu\nu}^\alpha \frac{dx^\mu}{d\tau} \frac{dx^\nu}{d\tau} = 0$$

LAGEOS – p.12/96

Il fenomeno gravitazione

Mettrica di Kerr in campo debole (descrive in maniera approssimata lo spaziotempo attorno ad una massa rotante)

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{2M}{r}\right) dt^2 + \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) - \frac{4J}{r} \sin^2 \theta d\phi dt$$

LAGEOS – p.13/96

Il fenomeno gravitazione

Mettrica di Kerr in campo debole (descrive in maniera approssimata lo spaziotempo attorno ad una massa rotante)

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{2M}{r}\right) dt^2 + \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) - \frac{4J}{r} \sin^2 \theta d\phi dt$$

$$g_{\mu\nu} \xrightarrow{\infty} \eta_{\mu\nu}$$

!!!

Mach?



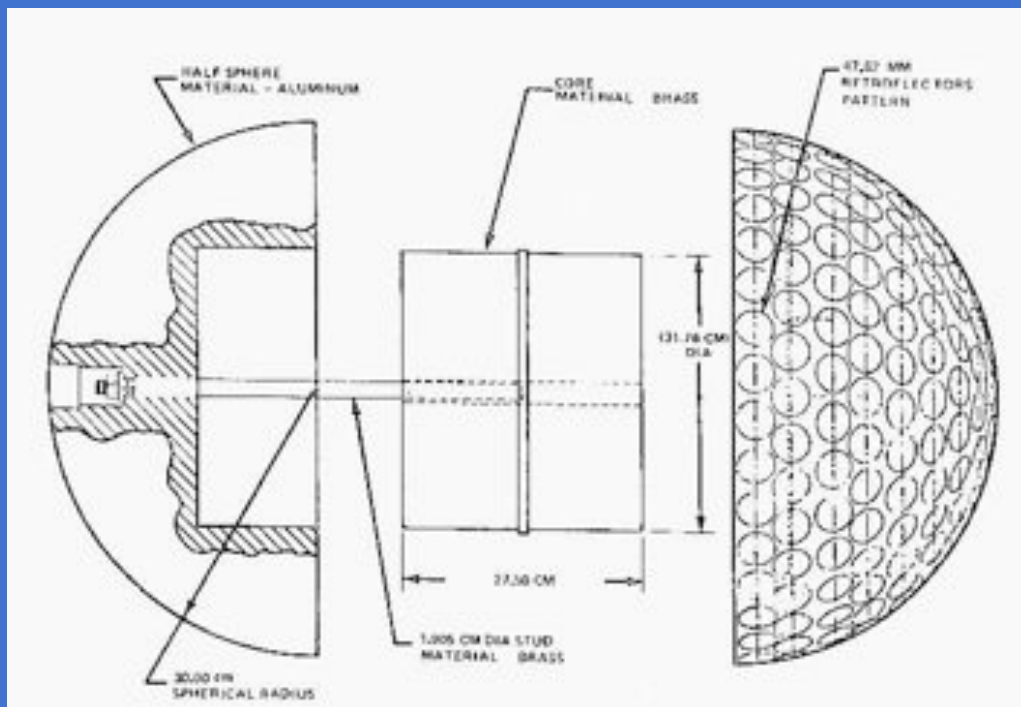
LAGEOS – p.13/96

Il fenomeno gravitazione

Esistono diversi metodi per inseguire un satellite (“tracking”). Fra i più precisi vi è il **Satellite Laser Ranging (SLR)**: un impulso laser viene inviato da una stazione a terra verso il satellite e viene riflesso indietro. La misura del tempo di andata e ritorno consente di ricavare la distanza stazione–satellite.

I satelliti LAGEOS e il SLR

I satelliti LAGEOS e il SLR



LAGEOS – p.16/96

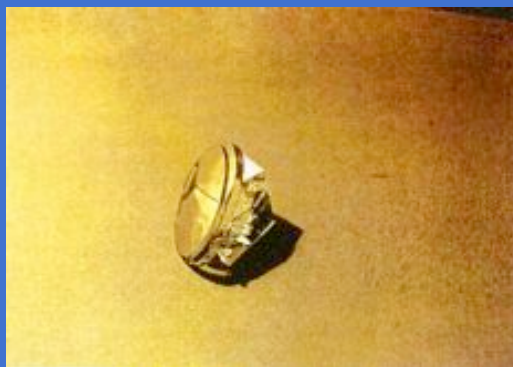
I satelliti LAGEOS e il SLR

		LAGEOS	LAGEOS II
–	ID COSPAR	7603901	9207002
–	Data di lancio	4 Maggio 1976	22 Ottobre 1992
–	Diametro	60 cm	60 cm
<i>M</i>	Massa	406.965 Kg	405.38 Kg
–	Retroriflettori	426 CCR	426 CCR
<i>a</i>	Semiasse maggiore	$1.2286 \cdot 10^7$ m	$1.2155 \cdot 10^7$ m
<i>e</i>	Eccentricità	0.0045	0.0135
<i>I</i>	Inclinazione	109.84°	52.64°
–	Altezza del perigeo	$5.86 \cdot 10^6$ m	$5.62 \cdot 10^6$ m
<i>P</i>	Periodo	225 min	223 min
<i>n</i>	Moto medio	$4.654 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$	$4.696 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$
$\dot{\Omega}$	Rate del nodo	$0.34266^\circ \text{ d}^{-1}$	$-0.62576641^\circ \text{ d}^{-1}$
$\dot{\omega}$	Rate del perigeo	$-0.21338^\circ \text{ d}^{-1}$	$0.44470485^\circ \text{ d}^{-1}$

LAGEOS – p.17/96

I satelliti LAGEOS e il SLR

SLR tracking: un impulso laser emesso da una stazione viene inviato verso il satellite, dove viene riflesso nella stessa direzione da elementi ottici detti *Cube Corner Retroreflectors (CCR)*. La precisione di questa tecnica è molto elevata (~ 1 mm).



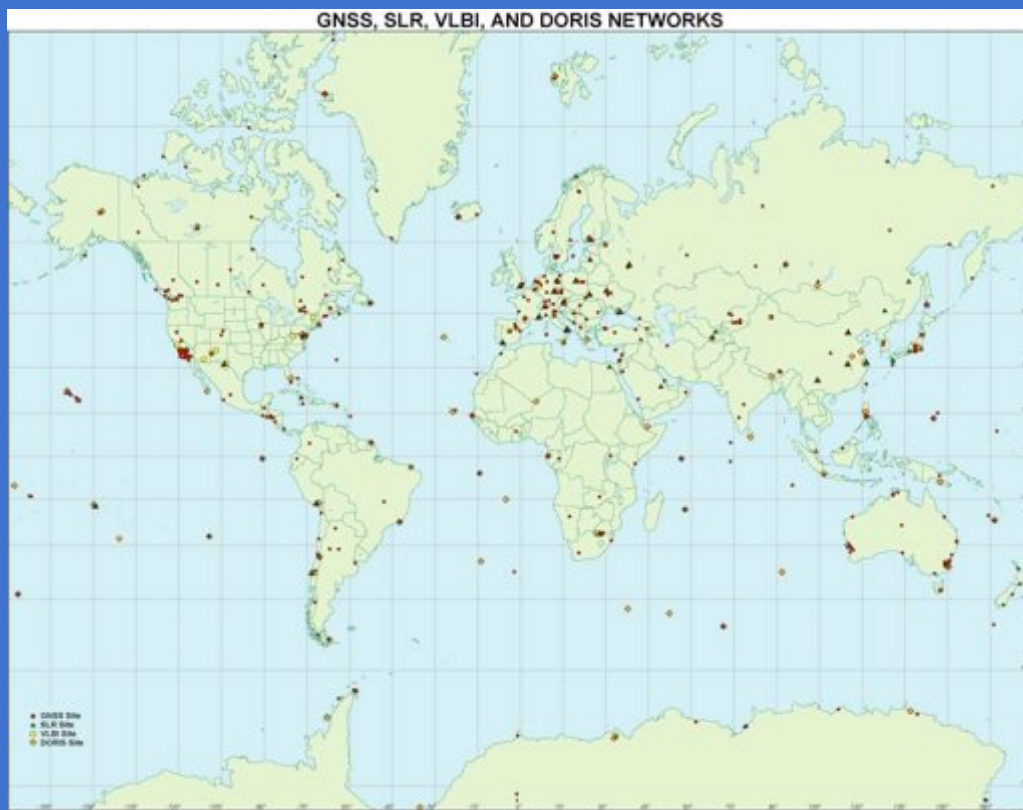
LAGEOS – p.18/96

I satelliti LAGEOS e il SLR



LAGEOS – p.19/96

I satelliti LAGEOS e il SLR



LAGEOS – p.20/96

I satelliti LAGEOS e il SLR

Matera MLRO



LAGEOS – p.21/96

Effetti relativistici in campo debole e basse velocità

Effetti relativistici in campo debole e basse velocità

La relatività generale predice una classe di fenomeni dovuti alle correnti di massa–energia, analogamente all'elettromagnetismo. Questi sono noti col nome di **gravitomagnetismo**.

Le equazioni di campo di Einstein

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = 8\pi T_{\mu\nu}$$

possono essere considerate nella approssimazione di *campo debole*

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$$

con $h_{\mu\nu}$ piccolo ($|h_{\mu\nu}| \lesssim 10^{-6}$ nel Sistema Solare).

Effetti relativistici in campo debole e basse velocità

In questa approssimazione abbiamo per le componenti $0i$

$$\nabla^2 h_{0i} = 16\pi\rho v_i,$$

(gauge di Lorentz)

$h_{0i} \rightarrow$ **potenziale gravitomagnetico**

$\vec{H} = \nabla \times \vec{h} \rightarrow$ **campo gravitomagnetico**

Effetti relativistici in campo debole e basse velocità

Con l'aggiunta dell'approssimazione di *piccole velocità*

$$v \ll c$$

l'equazione geodetica

$$\frac{d^2 x^\alpha}{d\tau^2} + \Gamma_{\mu\nu}^\alpha \frac{dx^\mu}{d\tau} \frac{dx^\nu}{d\tau} = 0$$

diventa

$$m \frac{d^2 \vec{x}}{dt^2} = m \left(\vec{G} + \frac{d\vec{x}}{dt} \times \vec{H} \right)$$

$\vec{G} \rightarrow$ **campo gravitoelettrico** (l'usuale attrazione newtoniana)

Effetti relativistici in campo debole e basse velocità

Nel caso di una distribuzione di massa–energia rotante a simmetria sferica

$$\vec{h}(\vec{x}) = -2 \frac{\vec{J} \times \vec{x}}{|\vec{x}|^3}$$

$$\vec{H} = 2 \frac{\vec{J} - 3(\vec{J} \cdot \hat{x})\hat{x}}{|\vec{x}|^3}$$

con $\vec{J}$ momento angolare della distribuzione di massa–energia (vedere anche metrica di Kerr)

Effetti relativistici in campo debole e basse velocità

Un giroscopio immerso nel campo gravitomagnetico precessa con velocità angolare

$$\dot{\Omega} = \frac{-\vec{J} + 3(\vec{J} \cdot \hat{x})\hat{x}}{|\vec{x}|^3}$$

Trascinamento di un sistema di riferimento inerziale

Effetti relativistici in campo debole e basse velocità

Per lo studio delle relative soluzioni risultano utili gli strumenti della *meccanica celeste*.

- Ellisse osculatrice (elementi kepleriani)
- Studio perturbativo (equazioni di Lagrange e di Gauss)

Effetti relativistici in campo debole e basse velocità

Equazioni perturbative di Lagrange

$$\begin{aligned}\frac{da}{dt} &= \frac{2}{na} \frac{\partial R}{\partial M} \\ \frac{de}{dt} &= \frac{1-e^2}{na^2e} \frac{\partial R}{\partial M} - \frac{(1-e^2)^{1/2}}{na^2e} \frac{\partial R}{\partial \omega} \\ \frac{dI}{dt} &= \frac{\cot I}{na^2(1-e^2)^{1/2}} \frac{\partial R}{\partial \omega} - \frac{1}{na^2(1-e^2)^{1/2} \sin I} \frac{\partial R}{\partial \Omega} \\ \frac{d\Omega}{dt} &= \frac{1}{na^2(1-e^2)^{1/2} \sin I} \frac{\partial R}{\partial I} \\ \frac{d\omega}{dt} &= -\frac{\cot I}{na^2(1-e^2)^{1/2}} \frac{\partial R}{\partial I} + \frac{(1-e^2)^{1/2}}{na^2e} \frac{\partial R}{\partial e} \\ \frac{dM}{dt} &= n - \frac{1-e^2}{na^2e} \frac{\partial R}{\partial e} - \frac{2}{na} \frac{\partial R}{\partial a}\end{aligned}$$

Equazioni perturbative di Gauss

$$\begin{aligned}\frac{da}{dt} &= \frac{2}{n(1-e^2)^{1/2}} [Re \sin f + T(1 + e \cos f)] \\ \frac{de}{dt} &= \frac{(1-e^2)^{1/2}}{na} [R \sin f + T(\cos f + \cos u)] \\ \frac{dI}{dt} &= \frac{W}{H} r \cos(\omega + f) \\ \frac{d\Omega}{dt} &= \frac{W}{H \sin I} r \sin(\omega + f) \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{(1-e^2)^{1/2}}{nae} \left[-R \cos f + T \left(\sin f + \frac{\sin u}{(1-e^2)^{1/2}} \right) \right] - \\ &\quad \frac{W}{H} r \cot I \sin(\omega + f) \\ \frac{d\epsilon'}{dt} &= -\frac{2}{na} \left(\frac{r}{a} \right) R - (1-e^2)^{1/2} \left(\frac{d\omega}{dt} + \cos I \frac{d\Omega}{dt} \right) \\ \epsilon' &= M - \int_0^t n(t') dt'\end{aligned}$$

Il campo gravitomagnetico dovuto alla rotazione della Terra ($\vec{J}_\oplus$) induce effetti precessionali su nodo e perigeo dei satelliti in orbita:

$$\dot{\Omega}^{L-T} = \frac{2GJ_\oplus}{c^2 a^3 (1-e^2)^{3/2}}$$

Effetti relativistici in campo debole e basse velocità

Il campo gravitomagnetico dovuto alla rotazione della Terra ($\vec{J}_{\oplus}$) induce effetti precessionali su nodo e perigeo dei satelliti in orbita:

$$\dot{\Omega}^{L-T} = \frac{2GJ_{\oplus}}{c^2 a^3 (1-e^2)^{3/2}}$$

$$\dot{\omega}^{L-T} = \frac{-6GJ_{\oplus}}{c^2 a^3 (1-e^2)^{3/2}} \cos I$$

Effetti relativistici in campo debole e basse velocità

Il campo gravitomagnetico dovuto alla rotazione della Terra ($\vec{J}_{\oplus}$) induce effetti precessionali su nodo e perigeo dei satelliti in orbita:

$$\dot{\Omega}^{L-T} = \frac{2GJ_{\oplus}}{c^2 a^3 (1-e^2)^{3/2}}$$

$$\dot{\omega}^{L-T} = \frac{-6GJ_{\oplus}}{c^2 a^3 (1-e^2)^{3/2}} \cos I$$

(J. Lense e H. Thirring, 1918)

Effetti relativistici in campo debole e basse velocità

Precessione di Lense–Thirring su nodo e perigeo

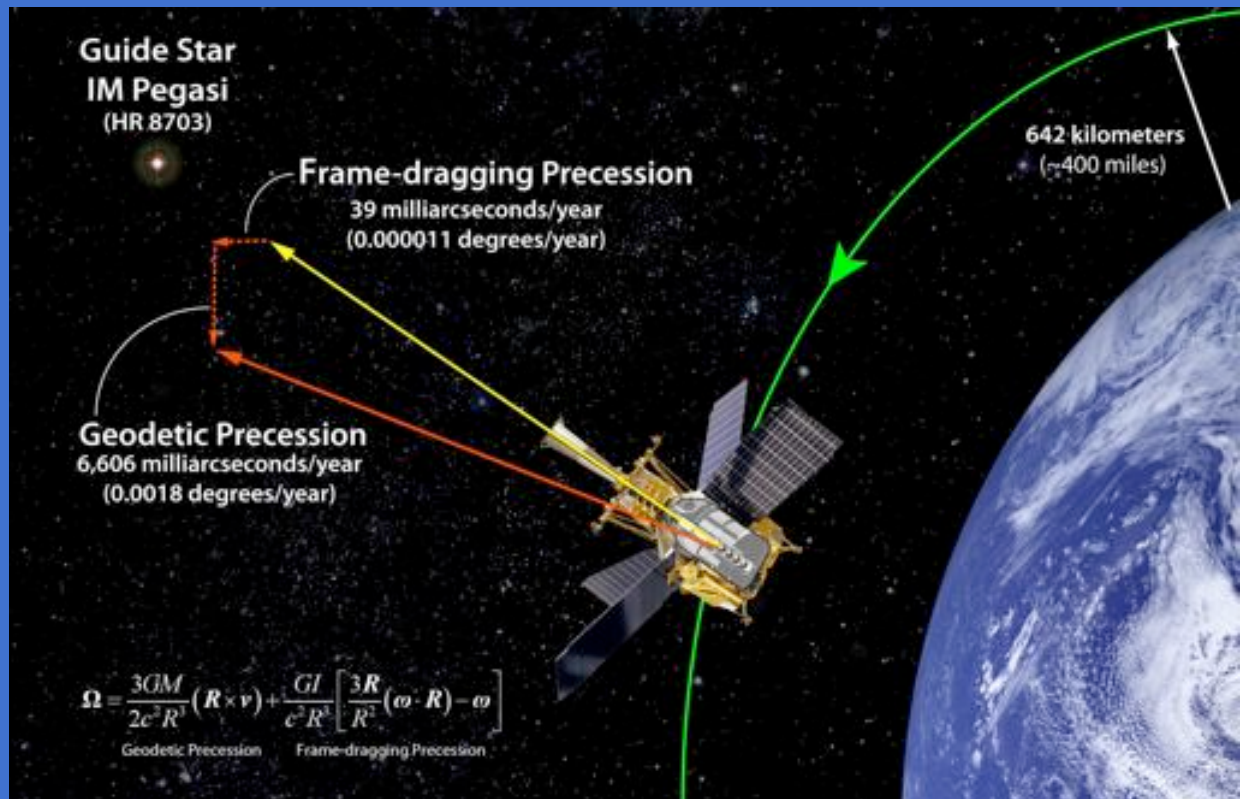
	LAGEOS	LAGEOS II
$\dot{\Omega}_{LT}$	30.66	31.51
$\dot{\omega}_{LT}$	31.31	-57.35

Valori in millisecondi d'arco (mas)

Gravity Probe B



Gravity Probe B



LAGEOS – p.34/96

Modelli

LAGEOS – p.35/96

Modelli

L'interpretazione dei dati sperimentali ed in particolar modo il loro utilizzo per ricavare le proprietà del sistema fisico in esame richiede l'uso di *modelli*.

- Dinamica del sistema
- Procedura di misura
- (Sistema di riferimento)

Modelli

L'interpretazione dei dati sperimentali ed in particolar modo il loro utilizzo per ricavare le proprietà del sistema fisico in esame richiede l'uso di *modelli*.

- Dinamica del sistema
- Procedura di misura
- (Sistema di riferimento)

Disponendo di buoni dati sperimentali, può essere necessario togliere parecchio “rumore” prima di arrivare alla fenomenologia di interesse. Nel caso degli effetti relativistici, parecchi ordini di grandezza.

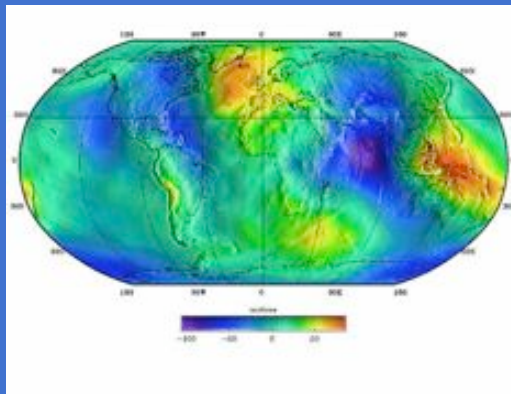
Perturbazioni gravitazionali agenti sui satelliti:

- Coefficienti armonici zonalari pari C_{2n} del geopotenziale (parte statica)
- Coefficienti armonici zonalari dispari C_{2n+1} (parte statica)
- Coefficienti armonici non zonalari
- Maree terrestri solide ed oceaniche / Altre variazioni temporali del campo gravitazionale terrestre
- Perturbazioni lunisolari e planetarie
- Precessione di de Sitter
- Deviazioni dal moto geodetico
- Altri effetti relativistici

Perturbazioni non gravitazionali agenti sui satelliti:

- Pressione di radiazione solare diretta
- Albedo terrestre
- Emissione anisotropa di radiazione termica dovuta alla radiazione solare visibile (effetto *Yarkovsky–Schach*)
- Emissione anisotropa di radiazione termica dovuta alla radiazione infrarossa terrestre (effetto *Yarkovsky–Rubincam*)
- Asimmetria riflettiva
- Drag da particelle neutre e cariche

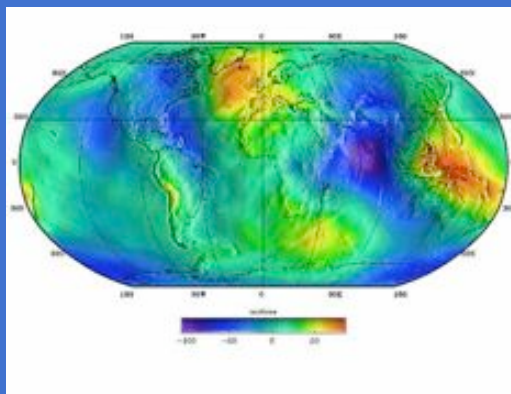
La Terra non è sferica!



Sviluppo in armoniche sferiche

$$U(\vec{r}) = -\frac{GM}{r} \left[1 + \sum_{l=1}^{\infty} \left(\frac{R}{r} \right)^l \sum_{m=0}^l (\bar{C}_{lm} Y_{lm}^C(\theta, \phi) + \bar{S}_{lm} Y_{lm}^S(\theta, \phi)) \right]$$

Classificazione delle armoniche sferiche



Zonali	$m = 0$
Tesserali	$m \neq 0 \quad m \neq l$
Settoriali	$m \neq 0 \quad m = l$

Effetti perturbativi, caso $l = 2, m = 0$:

$$\frac{da}{dt} = 0$$

$$\frac{de}{dt} = 0$$

$$\frac{dI}{dt} = 0$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{3}{2}nC_{20} \left(\frac{R_{\oplus}}{a}\right)^2 \frac{\cos I}{(1-e^2)^2}$$

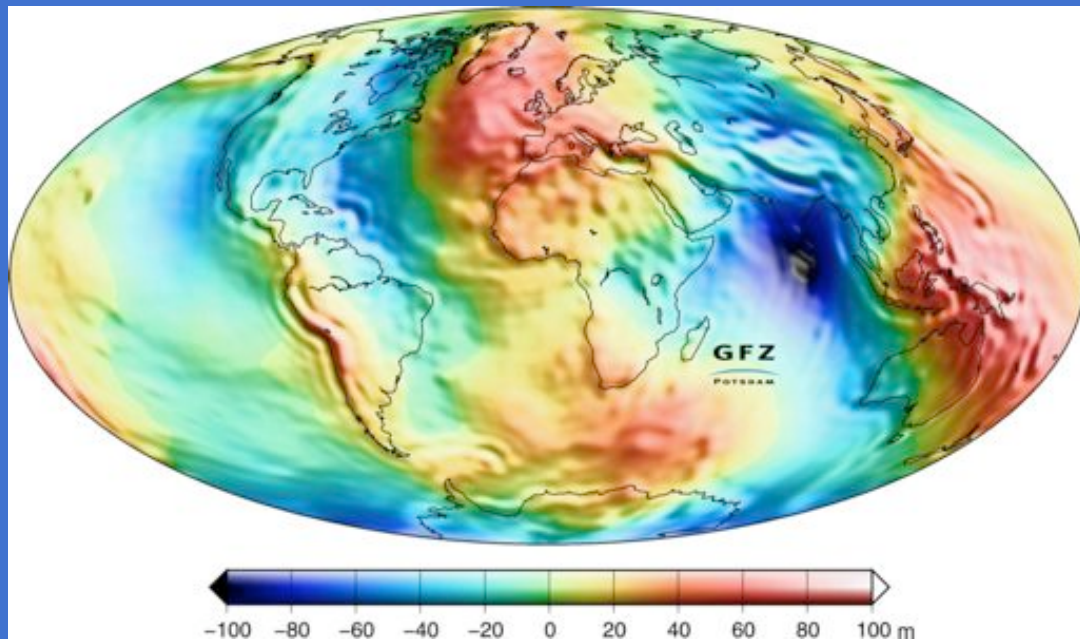
$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{3}{4}nC_{20} \left(\frac{R_{\oplus}}{a}\right)^2 \frac{1-5\cos^2 I}{(1-e^2)^2}$$

$$\frac{dM}{dt} = n + \frac{3}{4}nC_{20} \left(\frac{R_{\oplus}}{a}\right)^2 \frac{1-3\cos^2 I}{(1-e^2)^{3/2}}$$

Alcuni modelli del geopotenziale

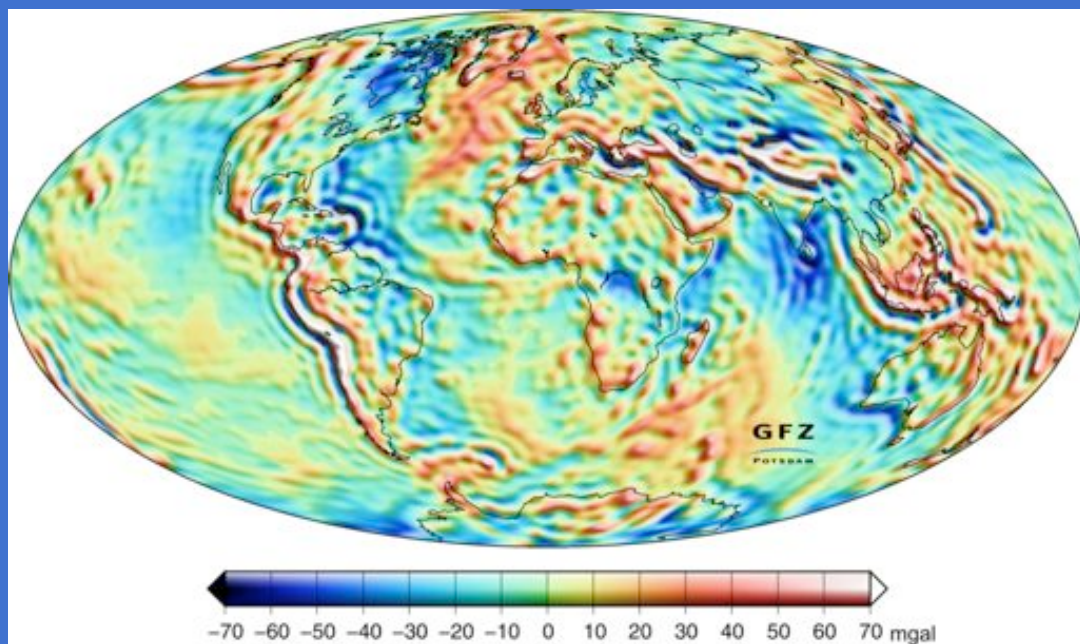
Modello	Tipo di dati	Grado massimo
JGM-3	combinato	70
GRIM5-S1	satellite	95
GRIM5-C1	combinato	120
OSU89A/B	combinato	360
EGM96	combinato	360
EIGEN-2	satellite	120
EIGEN-GRACE02S	satellite	150
GGM02S	satellite	160

Geoide (EIGEN-GRACE02S)



LAGEOS – p.43/96

Anomalie gravitazionali (EIGEN-GRACE02S)



LAGEOS – p.44/96

La degree variance

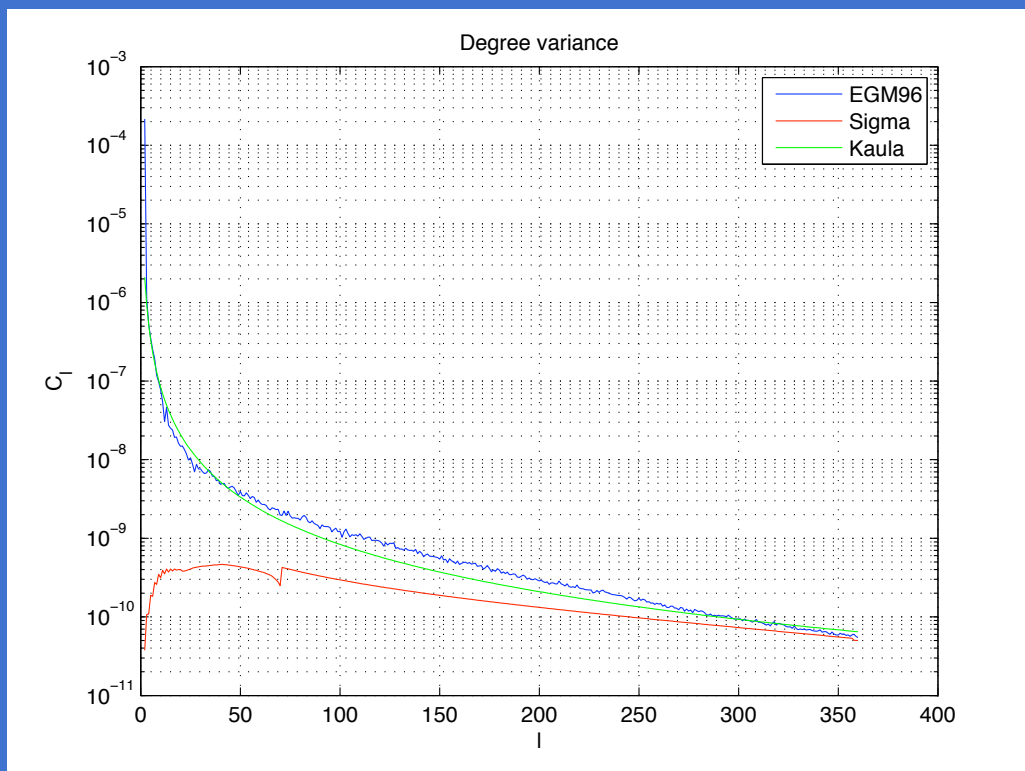
$$C_l^2 = \frac{1}{2l+1} \sum_m (C_{lm}^2 + S_{lm}^2)$$

è utile per stimare la bontà delle varie soluzioni. Essa ha un andamento ben descritto da

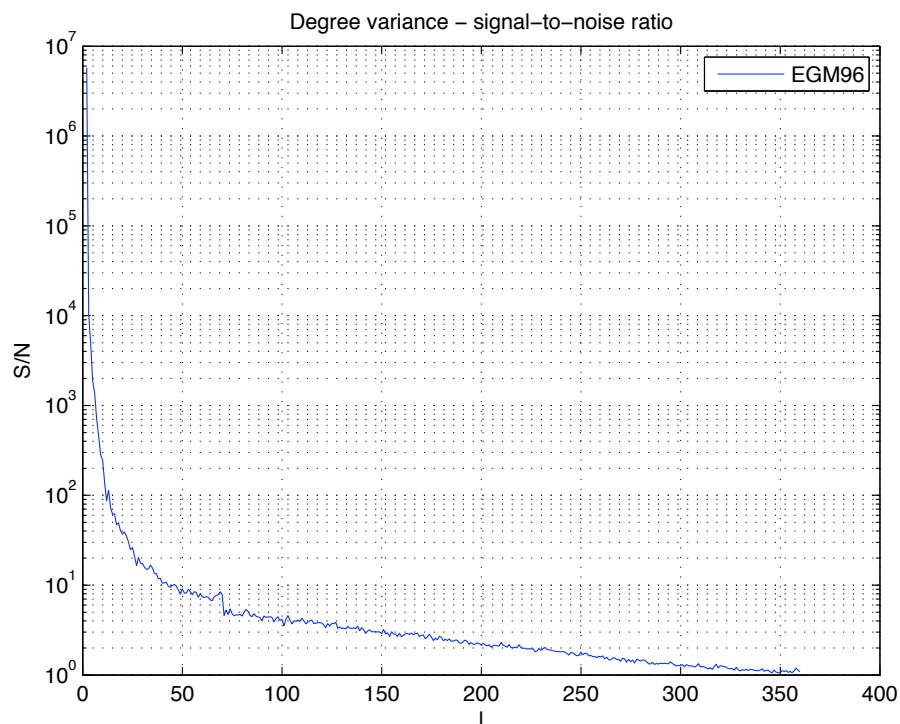
$$C_l^2 = 0.7 \frac{10^{-10}}{l^4}$$

(*regola di Kaula*). Una regola simile sembra essere valida anche per la Luna e gli altri pianeti di tipo terrestre.

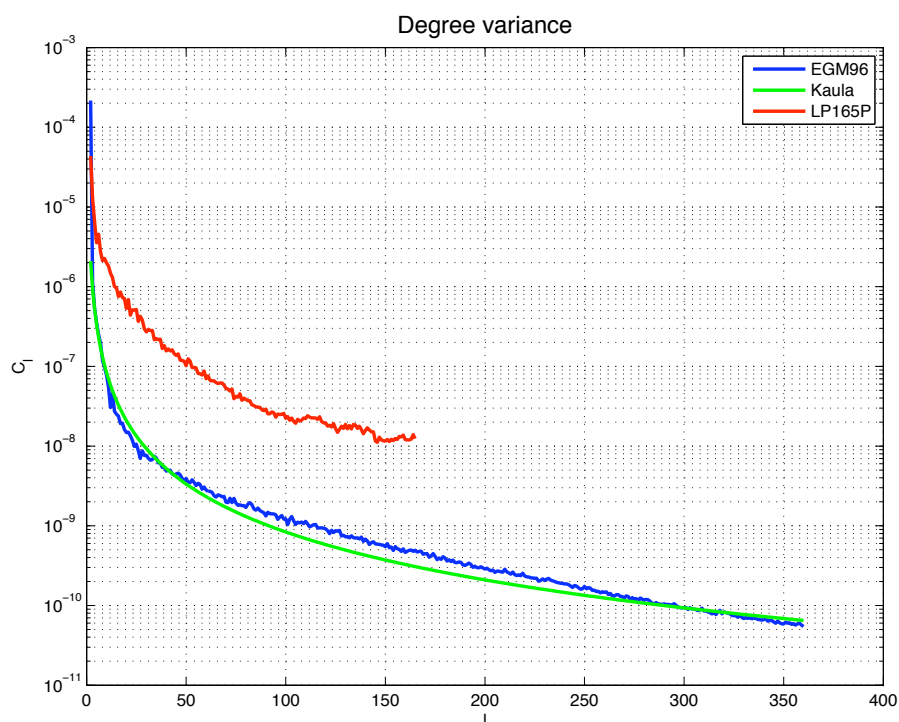
EGM96 e Kaula



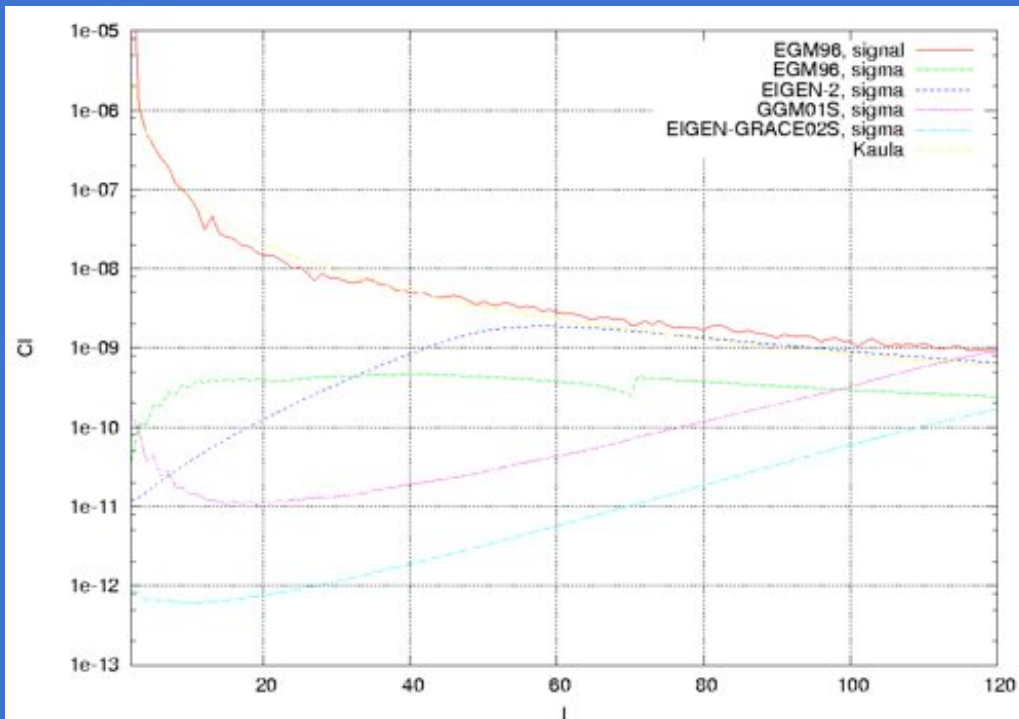
Rapporto segnale/rumore per EGM96



Confronto fra Terra e Luna



Confronto fra vari modelli per la Terra



Pressione di radiazione solare diretta

Questa perturbazione è dovuta alla riflessione–diffusione–assorbimento di fotoni solari da parte della superficie del satellite

$$\vec{a}_{\odot} = -C_R \frac{A\Phi_{\odot}}{mc} \left(\frac{1AU}{r} \right)^2 \hat{s}$$

Pressione di radiazione solare diretta

Questa perturbazione è dovuta alla riflessione–diffusione–assorbimento di fotoni solari da parte della superficie del satellite

$$\vec{a}_{\odot} = -C_R \frac{A\Phi_{\odot}}{mc} \left(\frac{1AU}{r} \right)^2 \hat{s}$$

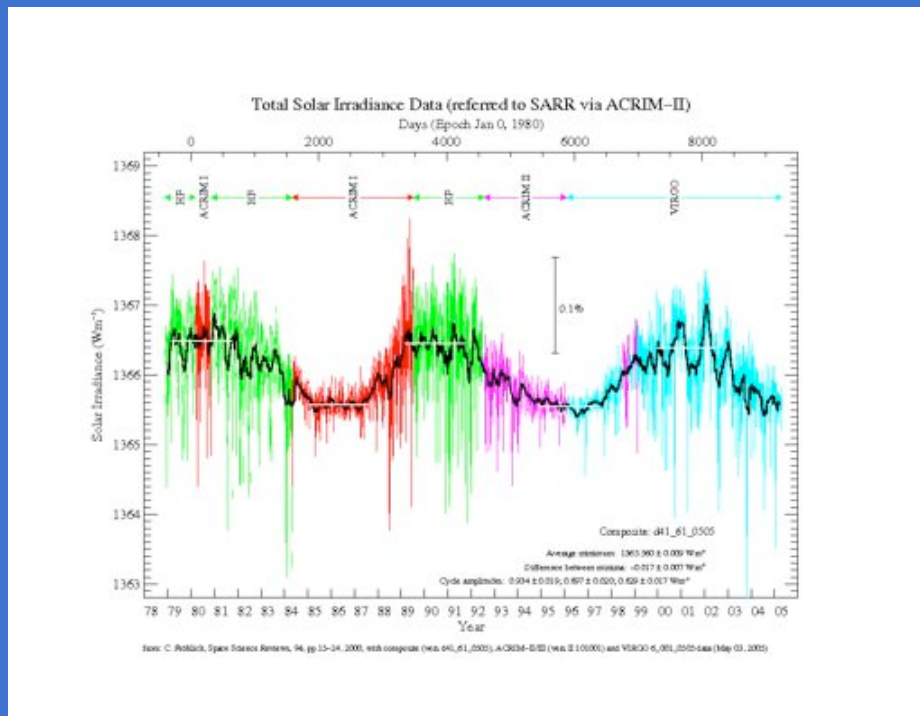
- La più intensa

Pressione di radiazione solare diretta

Questa perturbazione è dovuta alla riflessione–diffusione–assorbimento di fotoni solari da parte della superficie del satellite

$$\vec{a}_{\odot} = -C_R \frac{A\Phi_{\odot}}{mc} \left(\frac{1AU}{r} \right)^2 \hat{s}$$

- La più intensa
- Ben modellata (ma: C_R variabile o sua stima distorta da qualche altro segnale non modellato?)



Da

www.pmodwrc.ch/pmod.php?topic=tsi/composite/SolarConstant

LAGEOS – p.51/96

Effetto Yarkovsky–Schach

Questa perturbazione è dovuta alla emissione anisotropa di radiazione infrarossa dal satellite (riscaldato dal Sole)

$$\vec{a}_{Yar} = -\gamma \Gamma(\zeta) \cos(\xi) \hat{S}$$

$$\gamma = \frac{16}{9} \frac{\epsilon_{ir} \sigma}{mc} \pi R^2 T_0^3 \Delta T$$

LAGEOS – p.52/96

Effetto Yarkovsky–Schach

Questa perturbazione è dovuta alla emissione anisotropa di radiazione infrarossa dal satellite (riscaldato dal Sole)

$$\vec{a}_{Yar} = -\gamma \Gamma(\zeta) \cos(\xi) \hat{S}$$
$$\gamma = \frac{16}{9} \frac{\epsilon_{ir} \sigma}{mc} \pi R^2 T_0^3 \Delta T$$

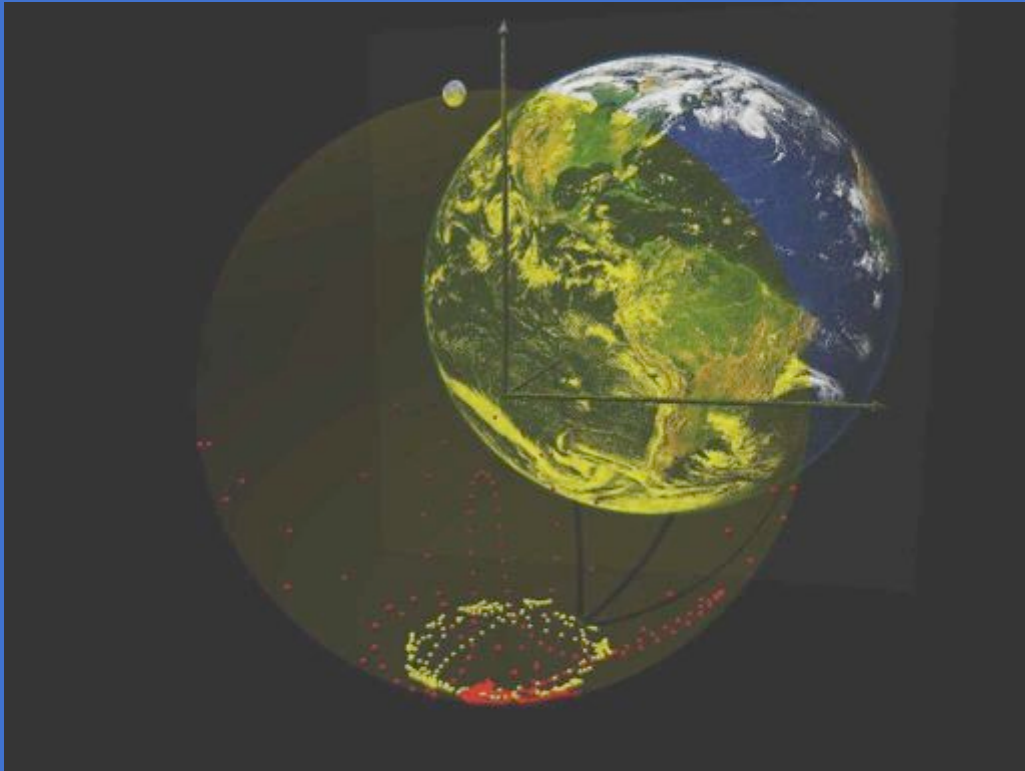
- Efficace sul perigeo

Effetto Yarkovsky–Schach

Questa perturbazione è dovuta alla emissione anisotropa di radiazione infrarossa dal satellite (riscaldato dal Sole)

$$\vec{a}_{Yar} = -\gamma \Gamma(\zeta) \cos(\xi) \hat{S}$$
$$\gamma = \frac{16}{9} \frac{\epsilon_{ir} \sigma}{mc} \pi R^2 T_0^3 \Delta T$$

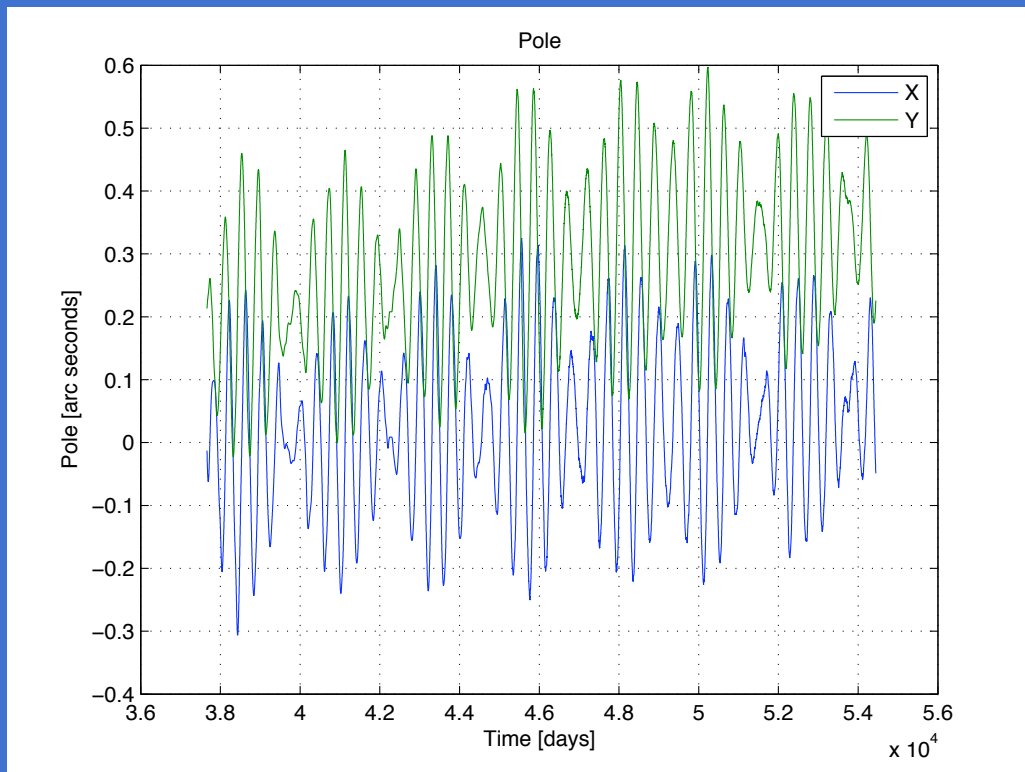
- Efficace sul perigeo
- Modellizzazione più difficile (la forza dipende da $\hat{S}$)



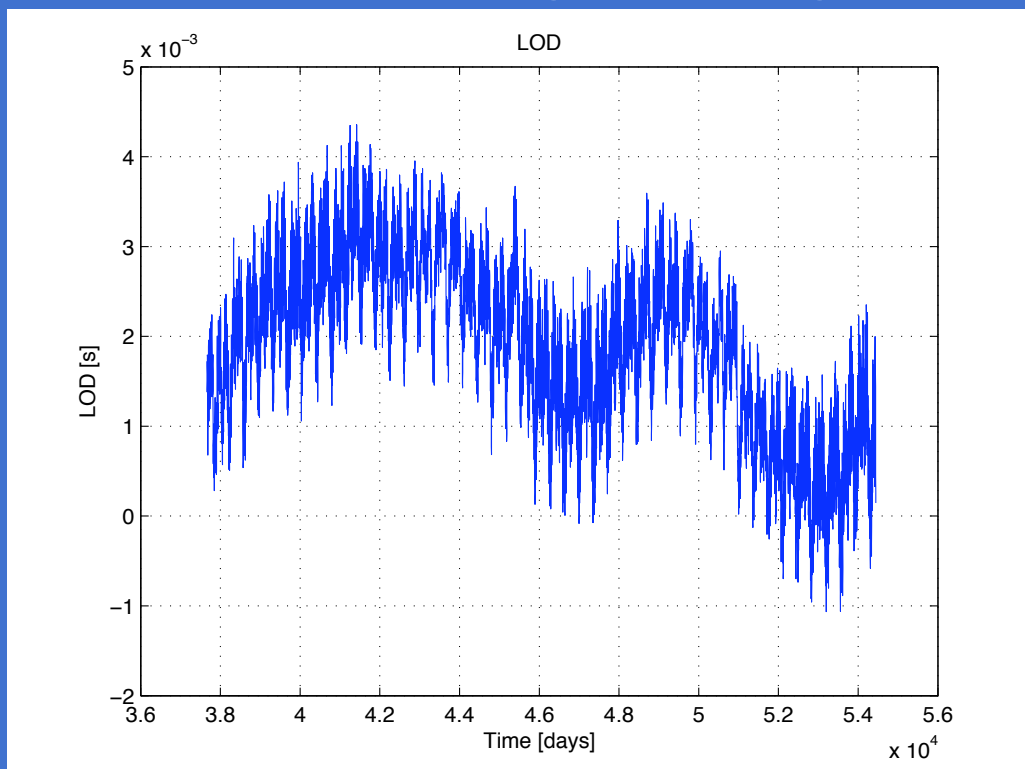
Sistema di riferimento “inerziale”



Moto del polo



Variazione della lunghezza del giorno



Analisi dati

Analisi dati

I dati di range dei satelliti LAGEOS (forniti dal *CDDIS* nella forma compressa denominata *Normal Point*) sono analizzati usando il software *Geodyn II* (NASA GSFC)

Analisi dati

I dati di range dei satelliti LAGEOS (forniti dal *CDDIS* nella forma compressa denominata *Normal Point*) sono analizzati usando il software *Geodyn II* (NASA GSFC)

- Stato dell'arte dei modelli per descrivere la dinamica del satellite

Analisi dati

I dati di range dei satelliti LAGEOS (forniti dal *CDDIS* nella forma compressa denominata *Normal Point*) sono analizzati usando il software *Geodyn II* (NASA GSFC)

- Stato dell'arte dei modelli per descrivere la dinamica del satellite
- Vettore di stato $(\vec{x}, \dot{\vec{x}})$ ed altri parametri stimati tramite una procedura iterativa

Analisi dati

I dati di range dei satelliti LAGEOS (forniti dal *CDDIS* nella forma compressa denominata *Normal Point*) sono analizzati usando il software *Geodyn II* (NASA GSFC)

- Stato dell'arte dei modelli per descrivere la dinamica del satellite
- Vettore di stato ($\vec{x}, \dot{\vec{x}}$) ed altri parametri stimati tramite una procedura iterativa
- Lunghezza di un *arco*: 15 giorni

Analisi dati

I dati di range dei satelliti LAGEOS (forniti dal *CDDIS* nella forma compressa denominata *Normal Point*) sono analizzati usando il software *Geodyn II* (NASA GSFC)

- Stato dell'arte dei modelli per descrivere la dinamica del satellite
- Vettore di stato ($\vec{x}, \dot{\vec{x}}$) ed altri parametri stimati tramite una procedura iterativa
- Lunghezza di un *arco*: 15 giorni

Utili informazioni sugli aspetti non (correttamente) modellati sono ottenute analizzando i *residui*

$$\text{RESIDUO} = \text{OSSERVATO} - \text{CALCOLATO}$$

Cosa fa Geodyn

- *Integrazione numerica* dell'orbita in un riferimento "inerziale" (*Metodo di Cowell*)

Cosa fa Geodyn

- *Integrazione numerica* dell'orbita in un riferimento "inerziale" (*Metodo di Cowell*)
- *Stima dei parametri*

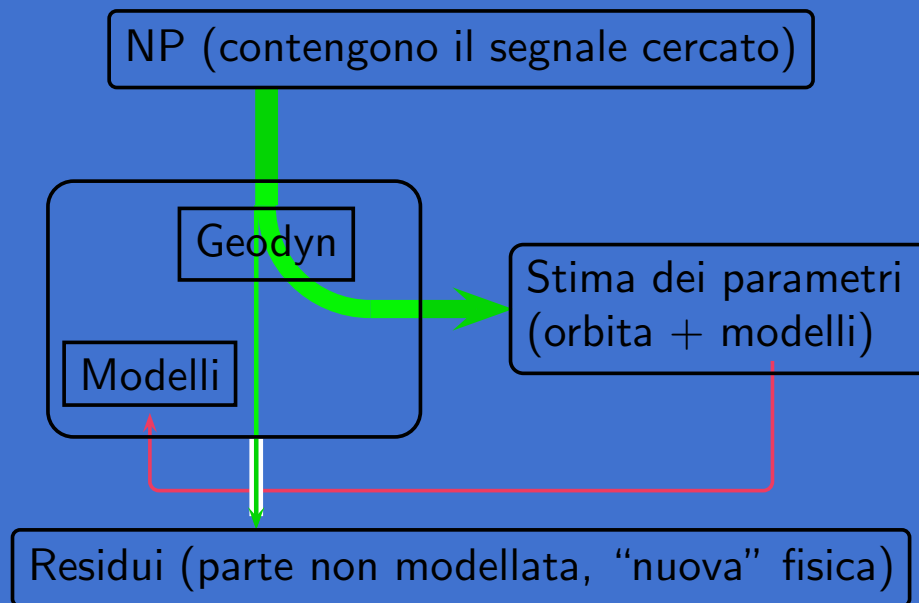
$$O_i - C_i = - \sum_k \frac{\partial C_i}{\partial P_k} dP_k + dO_i$$

O_i valori osservati

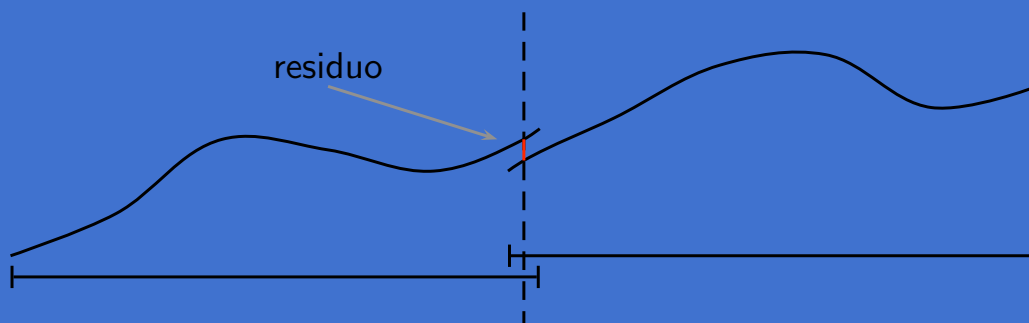
C_i valori calcolati

P_i parametri stimati

Schema della procedura



Calcolo dei residui



Analisi dati

Caratteristica	Modello
Geopotenziale (parte statica)	EGM96
	EIGEN-2
	GGM01S
	EIGEN-GRACE02S
Geopotenziale (maree)	Ray GOT99.2
Perturbazioni lunisolari e planetarie	Effemeridi JPL DE-403
Correzioni relativistiche	PPN
Pressione di radiazione solare diretta	Modello a palla di cannone
Pressione di radiazione di albedo	Knocke–Rubincam
Effetto Yarkovsky–Rubincam	Modello di GEODYN
Evoluzione dell'asse di rotazione	Farinella–Vokhroulicky–Barlier
Posizioni delle stazioni (ITRF)	ITRF2000
Carico oceanico	Scherneck with GOT99.2 tides
Moto del polo	Stimato
Rotazione terrestre	VLBI + GPS

LAGEOS – p.62/96

Analisi dati

Stima delle condizioni iniziali per l'arco di 15 giorni con inizio 3 Gennaio 1993 (MJD 48990): LAGEOS

Elemento	Valore	Incertezza
a	12265733.6258 m	0.1616 m
e	0.005137677709	0.000000008907
I	109.891430986°	0.000001159°
Ω	314.057527507°	0.000001163°
ω	45.867206979°	0.000158387°
M	212.542258784°	0.000157151°

I LAGEOS sono i satelliti meglio inseguiti intorno alla Terra!

LAGEOS – p.63/96

Analisi dati

Stima delle condizioni iniziali per l'arco di 15 giorni con inizio 3 Gennaio 1993 (MJD 48990): LAGEOS II

Elemento	Valore	Incertezza
a	12160019.9315 m	0.0066 m
e	0.013277589498	0.000000010922
I	52.622724892°	0.000001051°
Ω	68.835933790°	0.000001258°
ω	244.234411803°	0.000061024°
M	51.909462952°	0.000063071°

I LAGEOS sono i satelliti meglio inseguiti intorno alla Terra!

LAGEOS – p.63/96

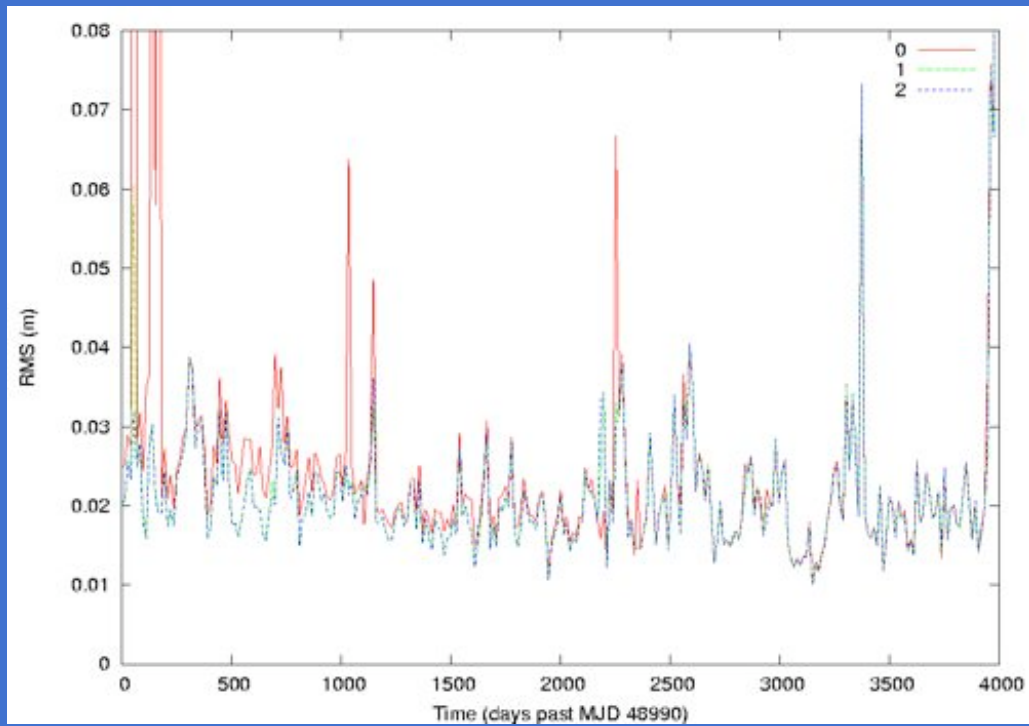
Risultati

Conosco le leggi del mondo e te ne farò dono

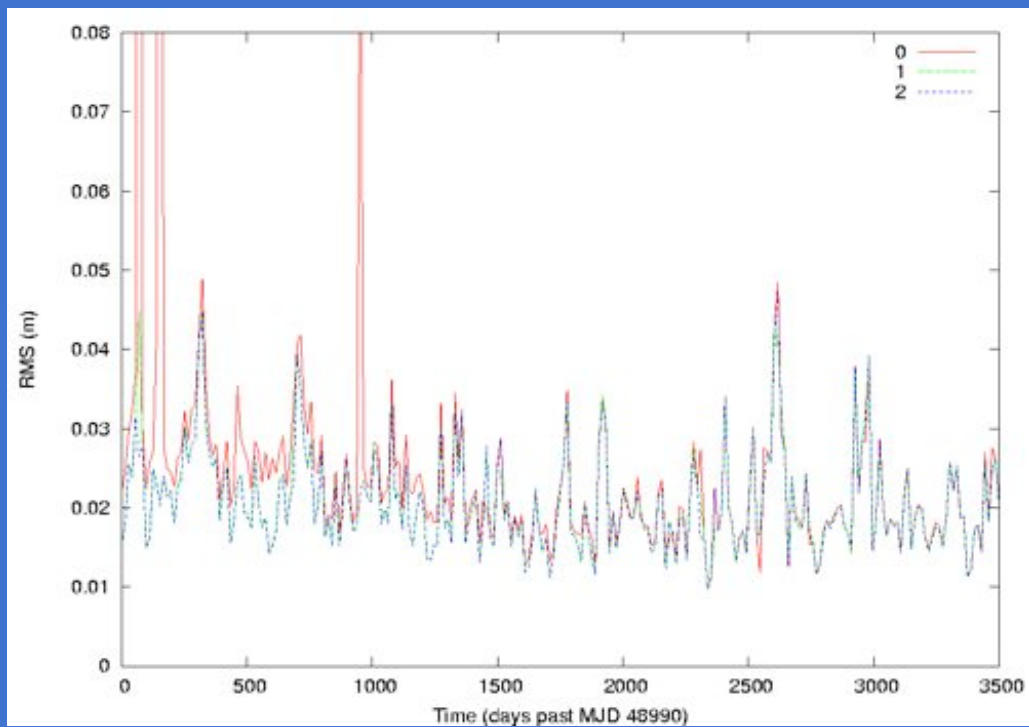
Franco Battiato, *La cura*

LAGEOS – p.64/96

LAGEOS



LAGEOS II



Validazione modelli del geopotenziale

LAGEOS – p.67/96

Risultati — Validazione modelli del geopotenziale

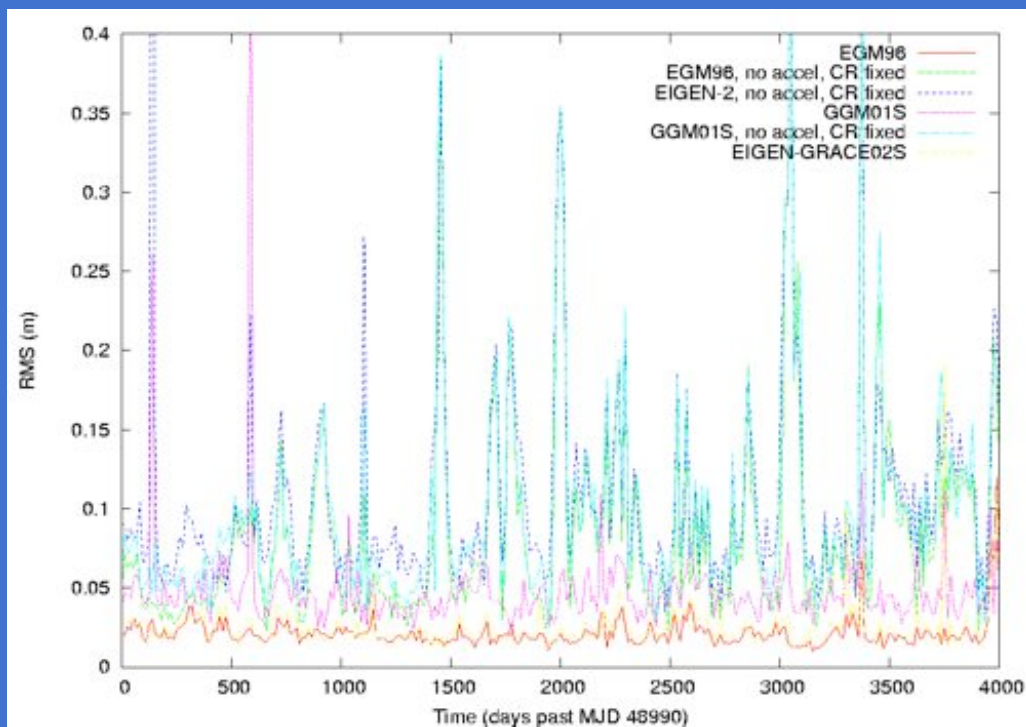
La nostra analisi fornisce una validazione di questi modelli. Con questa espressione si intende la verifica della qualità dei modelli verificando le loro capacità predittive e di modellazione.

Esempio: la serie GGM è stata ricavata dai satelliti GRACE, molto più bassi dei LAGEOS. Come si comporterà il modello ad altitudini più elevate?

LAGEOS – p.68/96

Risultati — Validazione modelli del geopotenziale

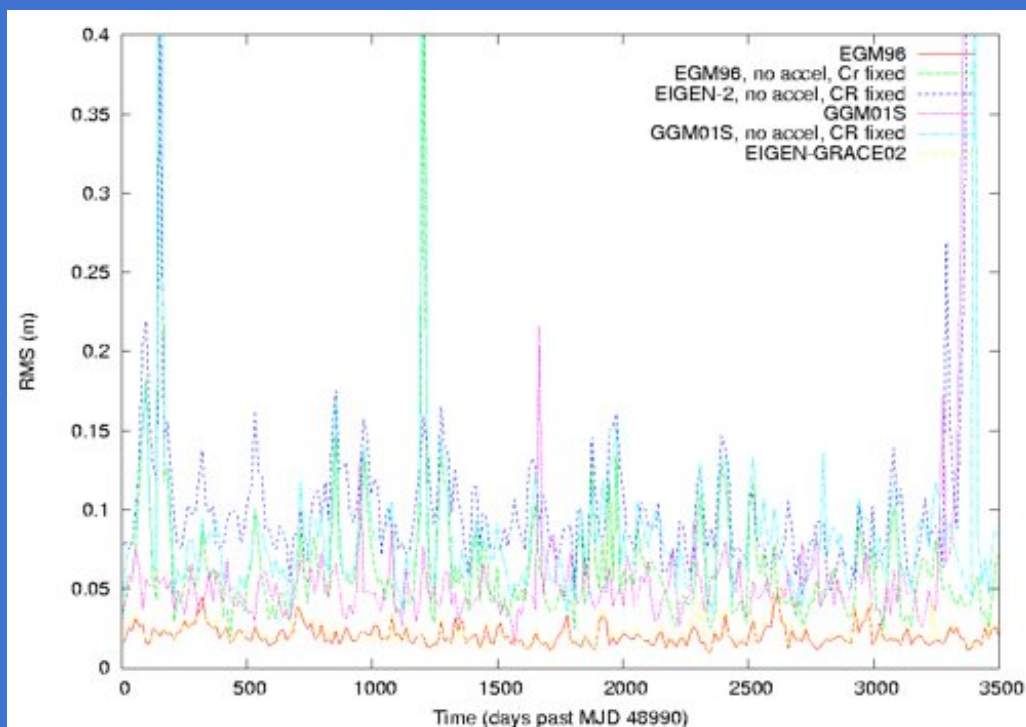
LAGEOS



LAGEOS – p.69/96

Risultati — Validazione modelli del geopotenziale

LAGEOS II



LAGEOS – p.70/96

Analisi dei residui

LAGEOS – p.71/96

Risultati — Analisi dei residui

L'analisi dei residui ($\text{residuo} = \text{osservato} - \text{calcolato}$) permette di estrarre dall'orbita un gran numero di informazioni su effetti non modellati o mal modellati. Nelle serie temporali corrispondenti si possono osservare:

LAGEOS – p.72/96

Risultati — Analisi dei residui

L'analisi dei residui (residuo = osservato - calcolato) permette di estrarre dall'orbita un gran numero di informazioni su effetti non modellati o mal modellati. Nelle serie temporali corrispondenti si possono osservare:

- contributi *secolari* (Lense–Thirring, armoniche zonali pari, ...)

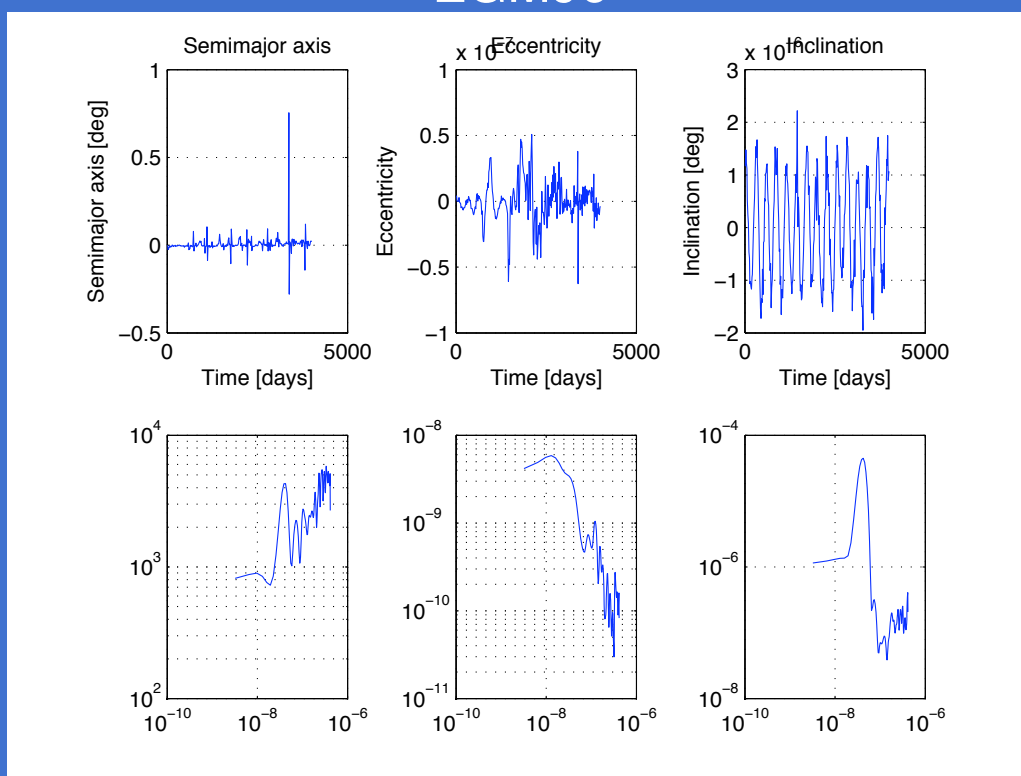
Risultati — Analisi dei residui

L'analisi dei residui (residuo = osservato - calcolato) permette di estrarre dall'orbita un gran numero di informazioni su effetti non modellati o mal modellati. Nelle serie temporali corrispondenti si possono osservare:

- contributi *secolari* (Lense–Thirring, armoniche zonali pari, ...)
- contributi *periodici* (evidenziabili tramite analisi di Fourier)

Risultati — Analisi dei residui

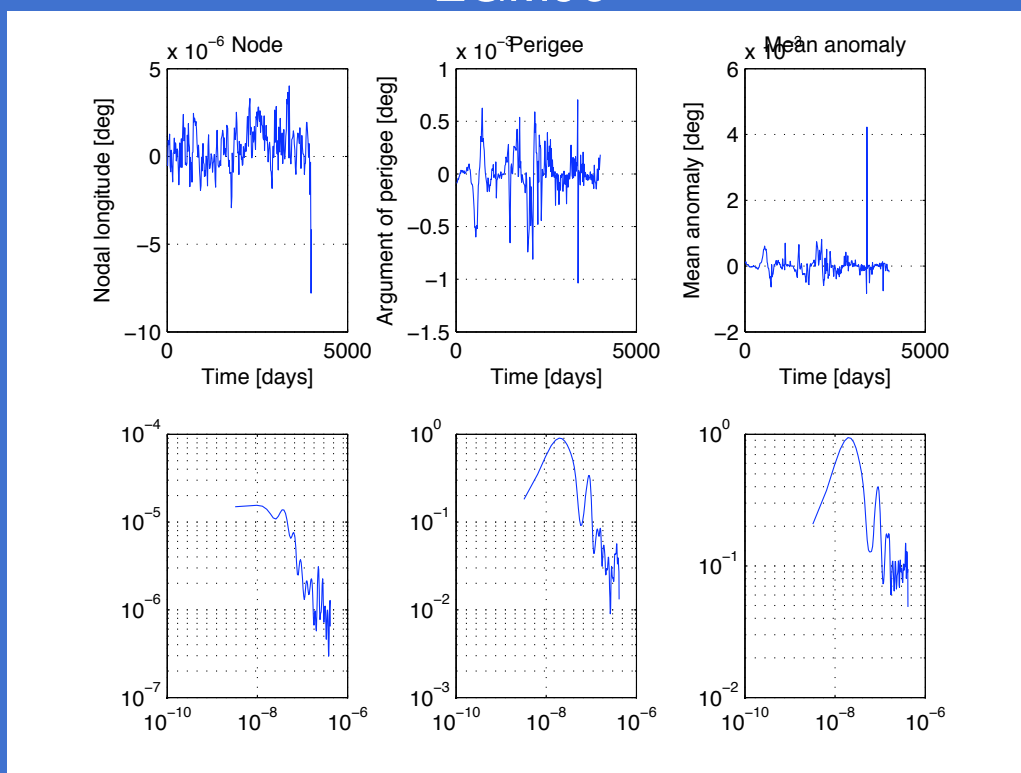
EGM96



LAGEOS – p.73/96

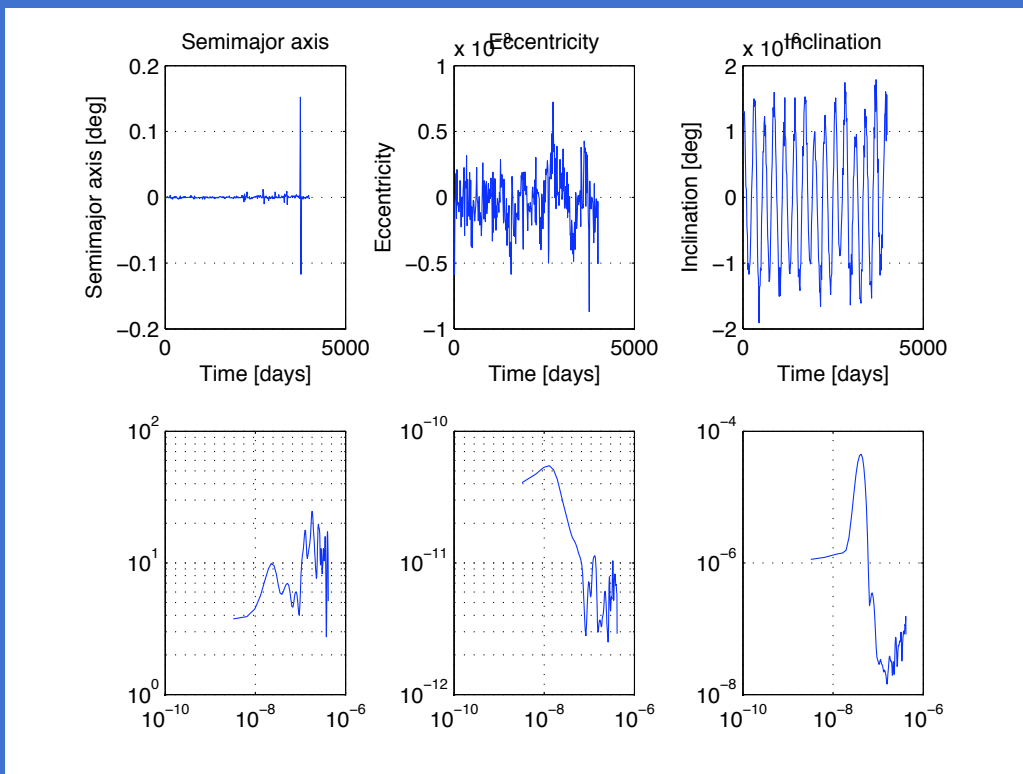
Risultati — Analisi dei residui

EGM96

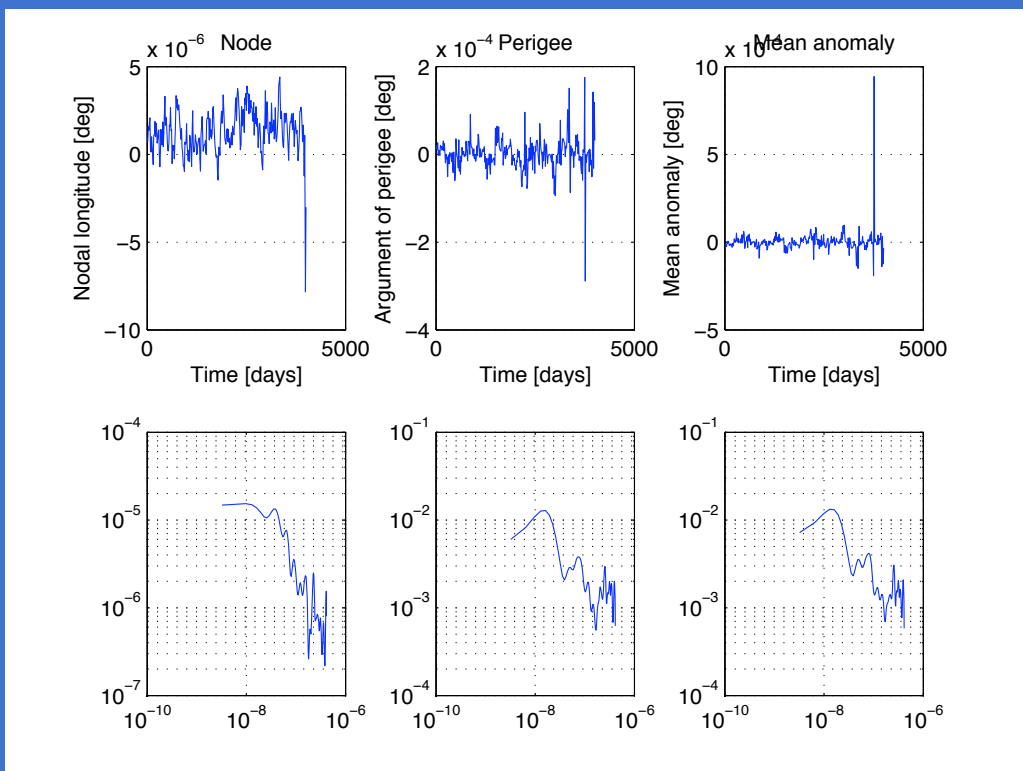


LAGEOS – p.74/96

EIGEN-GRACE02S



EIGEN-GRACE02S



Effetto Lense–Thirring

LAGEOS – p.77/96

Risultati — Effetto Lense–Thirring

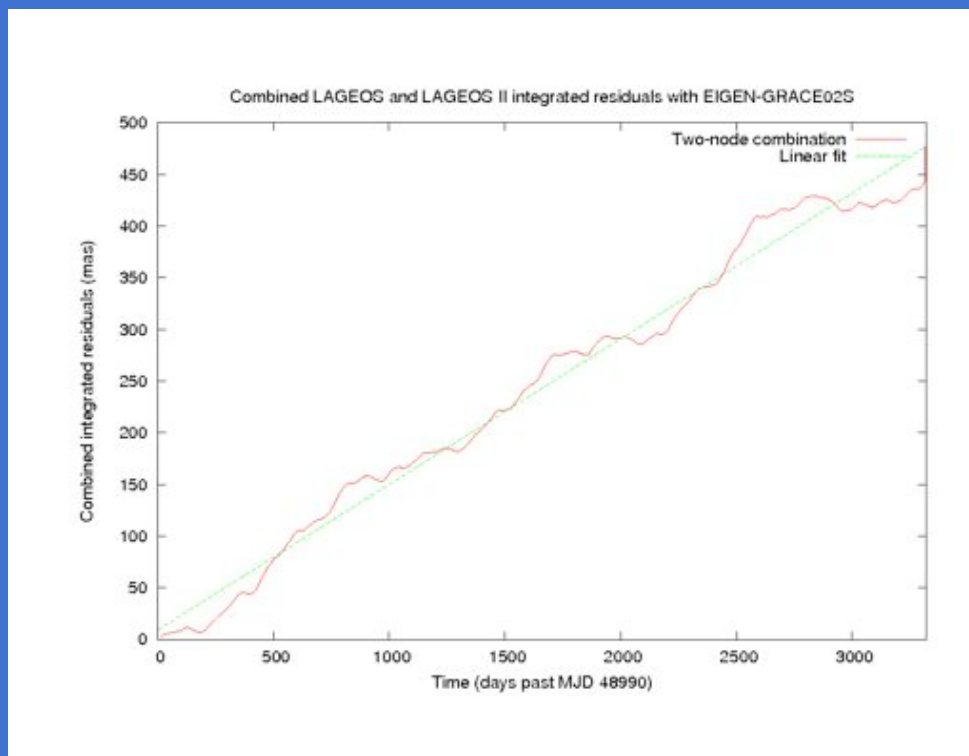
Il miglioramento nell'accuratezza relativa ai nuovi modelli del campo gravitazionale terrestre rende critica solamente l'incertezza associata a C_{20} (quadrupolo terrestre)

Combinazione a due nodi per eliminare questa incertezza:

$$\left(\dot{\Omega}_I^{L-T} - \frac{N_2^I}{N_2^{II}} \dot{\Omega}_{II}^{L-T} \right) \mu = \delta \dot{\Omega}_I - \frac{N_2^I}{N_2^{II}} \delta \dot{\Omega}_{II}$$

LAGEOS – p.78/96

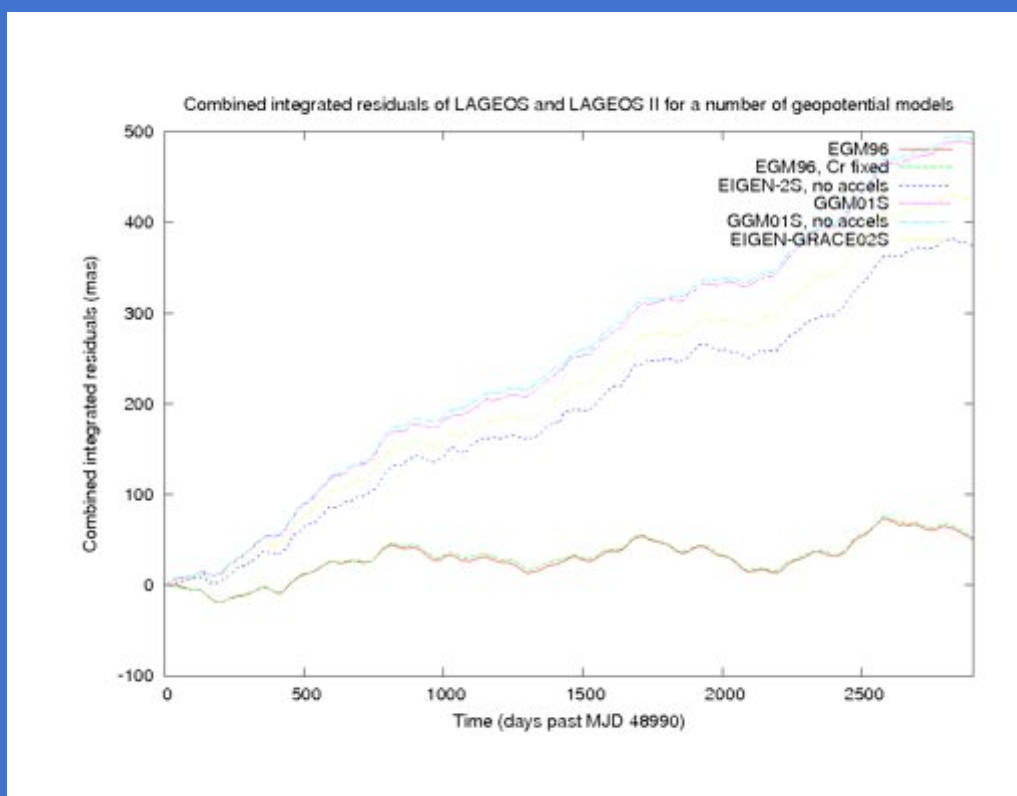
Risultati — Effetto Lense–Thirring



Ciufolini, Pavlis and Peron, *New Astron.* **11**, 527 (2006)

LAGEOS – p.79/96

Risultati — Effetto Lense–Thirring



LAGEOS – p.80/96

Perturbazioni non gravitazionali

LAGEOS – p.81/96

Risultati — Perturbazioni non gravitazionali

Accelerazioni empiriche che rendono conto delle piccole perturbazioni non modellate:

- R radiale
- W ortogonale al piano orbitale
- T trasversa

LAGEOS – p.82/96

Risultati — Perturbazioni non gravitazionali

Accelerazioni empiriche che rendono conto delle piccole perturbazioni non modellate:

- R radiale
- W ortogonale al piano orbitale
- T trasversa

☺ Miglioramento del fit

Risultati — Perturbazioni non gravitazionali

Accelerazioni empiriche che rendono conto delle piccole perturbazioni non modellate:

- R radiale
- W ortogonale al piano orbitale
- T trasversa

☺ Miglioramento del fit

☹ Rischio di *assorbire* segnale importante

Risultati — Perturbazioni non gravitazionali

Accelerazioni empiriche che rendono conto delle piccole perturbazioni non modellate:

- R radiale
- W ortogonale al piano orbitale
- T trasversa

😊 Miglioramento del fit

☹ Rischio di *assorbire* segnale importante

Di solito viene stimata solo la componente T

Risultati — Perturbazioni non gravitazionali

Accelerazioni empiriche che rendono conto delle piccole perturbazioni non modellate:

- R radiale
- W ortogonale al piano orbitale
- T trasversa

😊 Miglioramento del fit

☹ Rischio di *assorbire* segnale importante

Di solito viene stimata solo la componente T

↓
parte costante $\sim 10^{-12} \text{ m/s}^2$

Risultati — Perturbazioni non gravitazionali

Problemi per il nodo? *NO!*

$$\dot{\Omega} = \frac{W}{H \sin I} r \sin(\omega + f) \text{ (non dipende da } T\text{)}$$

Risultati — Perturbazioni non gravitazionali

Problemi per il nodo? *NO!*

$$\dot{\Omega} = \frac{W}{H \sin I} r \sin(\omega + f) \text{ (non dipende da } T\text{)}$$

Per il perigeo la questione è più delicata, e si sta cercando di studiare la correlazione fra la stima del C_R e l'accelerazione empirica (che può assorbire l'effetto Yarkovsky–Schach)

Risultati — Perturbazioni non gravitazionali

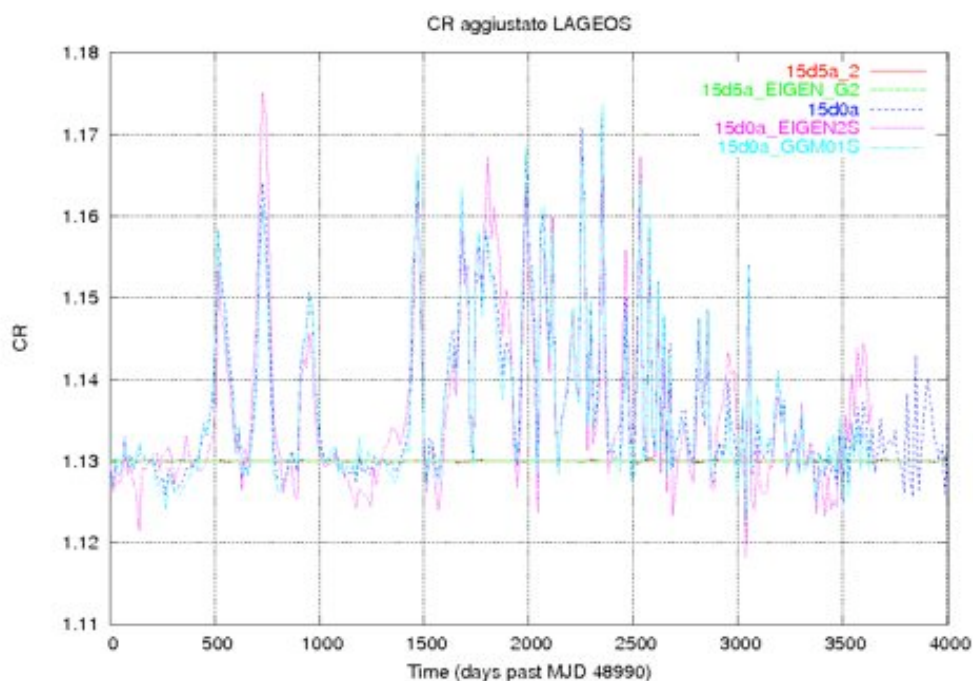
Problemi per il nodo? *NO!*

$$\dot{\Omega} = \frac{W}{H \sin I} r \sin(\omega + f) \quad (\text{non dipende da } T)$$

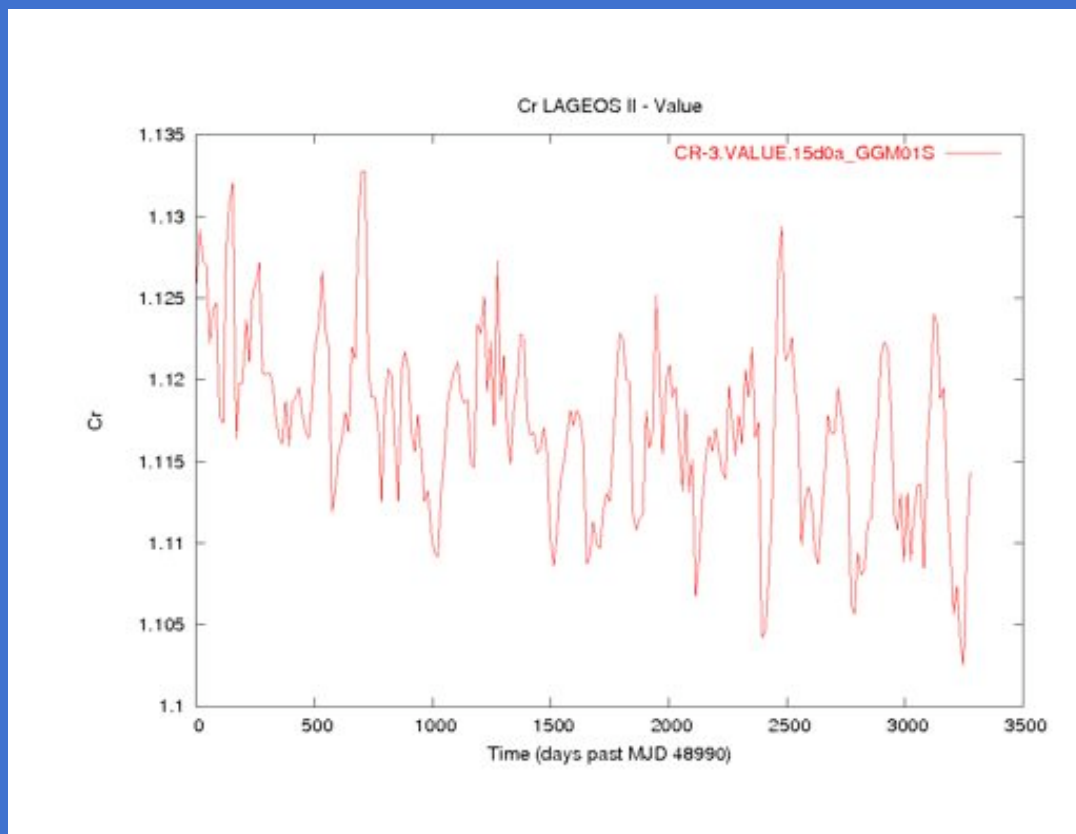
Per il perigeo la questione è più delicata, e si sta cercando di studiare la correlazione fra la stima del C_R e l'accelerazione empirica (che può assorbire l'effetto Yarkovsky–Schach)

Non stimando alcuna accelerazione empirica, però, la “potenza” del segnale conduce ad una stima non fisica del C_R

Risultati — Perturbazioni non gravitazionali



Risultati — Perturbazioni non gravitazionali



LAGEOS – p.85/96

Risultati — Perturbazioni non gravitazionali

Nuovi risultati sull'effetto Yarkovsky–Schach:

LAGEOS – p.86/96

Risultati — Perturbazioni non gravitazionali

Nuovi risultati sull'effetto Yarkovsky–Schach:

- Nei residui del perigeo sono chiaramente visibili le principali frequenze associate all'effetto

Risultati — Perturbazioni non gravitazionali

Nuovi risultati sull'effetto Yarkovsky–Schach:

- Nei residui del perigeo sono chiaramente visibili le principali frequenze associate all'effetto
- Nuova stima dell'ampiezza ($A_{YS} = 193.2 \text{ pm/s}^2$)

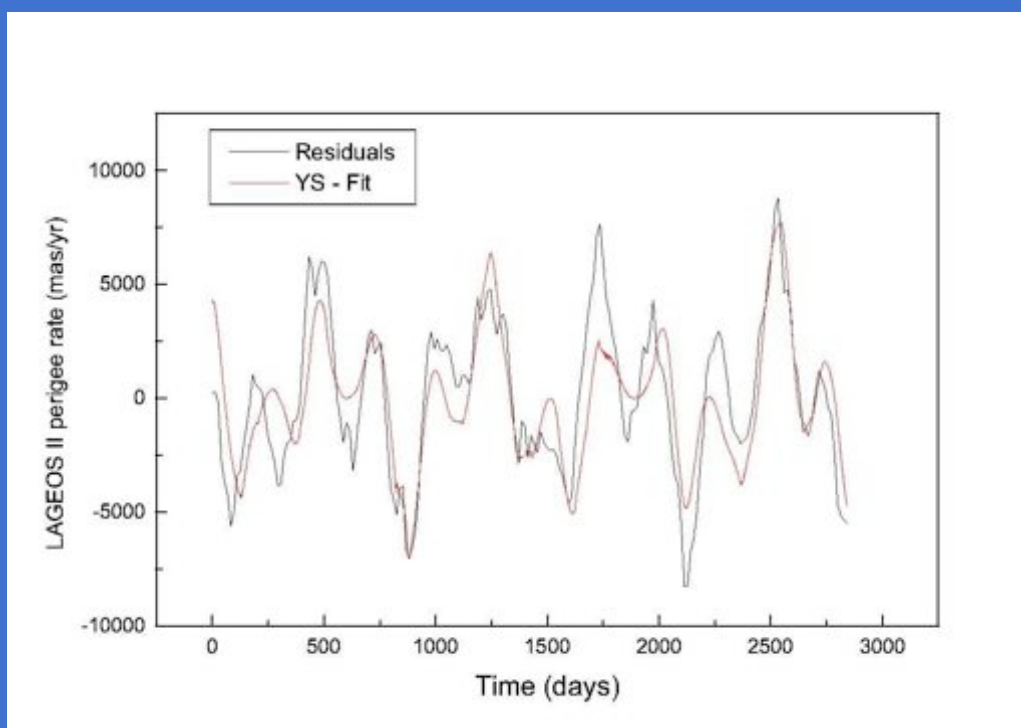
Risultati — Perturbazioni non gravitazionali

Nuovi risultati sull'effetto Yarkovsky–Schach:

- Nei residui del perigeo sono chiaramente visibili le principali frequenze associate all'effetto
- Nuova stima dell'ampiezza ($A_{YS} = 193.2 \text{ pm/s}^2$)
- Buon accordo con i precedenti studi

LAGEOS – p.86/96

Risultati — Perturbazioni non gravitazionali



Lucchesi *et al.*, Plan. Space Sci. **52** (2004), 699

LAGEOS – p.87/96

Variazione del quadrupolo terrestre

LAGEOS – p.88/96

Risultati — Variazione del quadrupolo terrestre

I coefficienti del geopotenziale variano nel tempo:

LAGEOS – p.89/96

Risultati — Variazione del quadrupolo terrestre

I coefficienti del geopotenziale variano nel tempo:

- Maree

Risultati — Variazione del quadrupolo terrestre

I coefficienti del geopotenziale variano nel tempo:

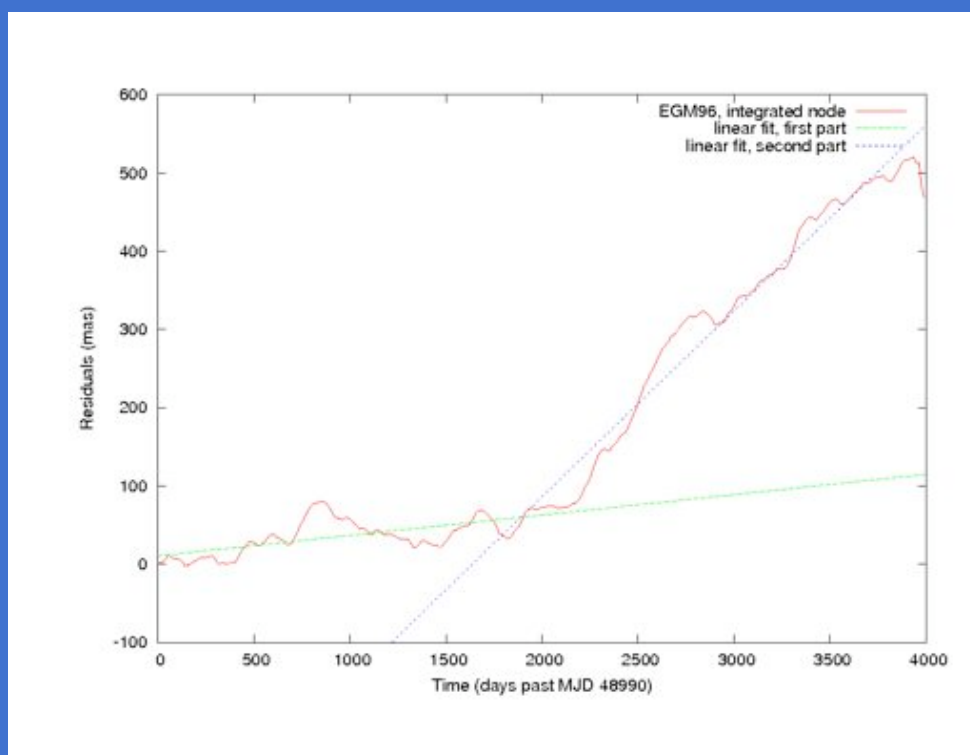
- Maree
- Variazioni secolari (p. es. “postglacial rebound”)

Risultati — Variazione del quadrupolo terrestre

I coefficienti del geopotenziale variano nel tempo:

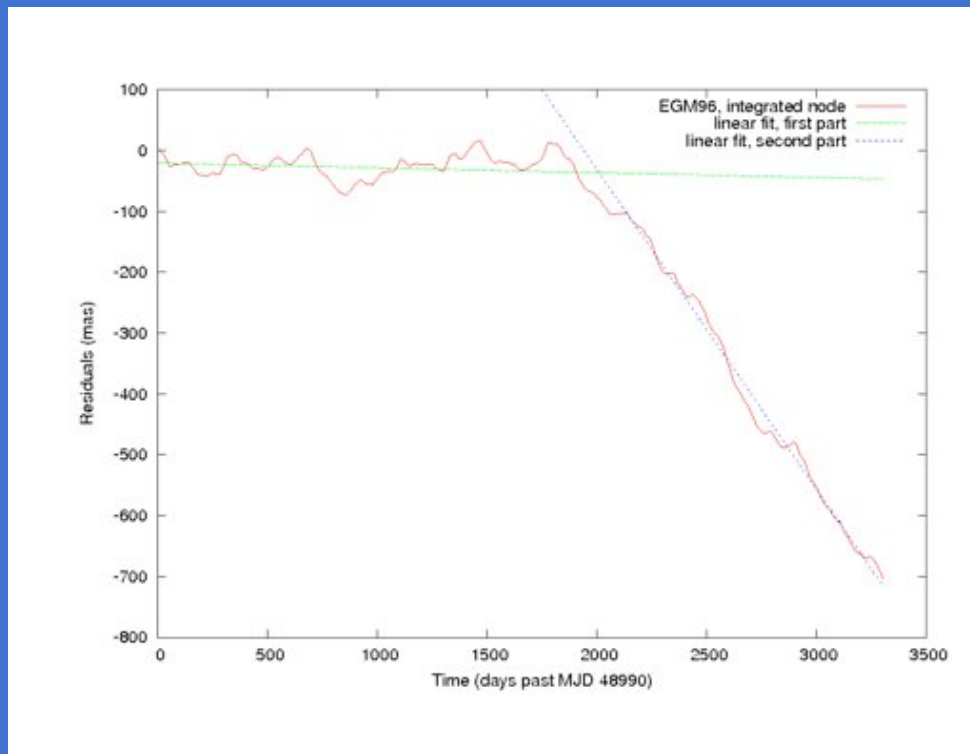
- Maree
- Variazioni secolari (p. es. “postglacial rebound”)
- Trasporto di massa (p. es. oceani $\leftrightarrow$ atmosfera)

Risultati — Variazione del quadrupolo terrestre



$0.026 \text{ mas d}^{-1} \rightarrow 0.24 \text{ mas d}^{-1}$

Risultati — Variazione del quadrupolo terrestre



$-0.0079 \text{ mas d}^{-1} \rightarrow -0.53 \text{ mas d}^{-1}$

LAGEOS – p.91/96

Risultati — Variazione del quadrupolo terrestre

Questa variazione sembra essere dovuta ad un *improvviso cambiamento nel tasso di variazione del quadrupolo* (Cox and Chao, *Science* **297**, 831 (2002)).
Le cause di questo cambiamento sono incerte:

LAGEOS – p.92/96

Risultati — Variazione del quadrupolo terrestre

Questa variazione sembra essere dovuta ad un *improvviso cambiamento nel tasso di variazione del quadrupolo* (Cox and Chao, *Science* **297**, 831 (2002)).

Le cause di questo cambiamento sono incerte:

- Mantello ?

Risultati — Variazione del quadrupolo terrestre

Questa variazione sembra essere dovuta ad un *improvviso cambiamento nel tasso di variazione del quadrupolo* (Cox and Chao, *Science* **297**, 831 (2002)).

Le cause di questo cambiamento sono incerte:

- Mantello ?
- Oceani ?

Risultati — Variazione del quadrupolo terrestre

Questa variazione sembra essere dovuta ad un *improvviso cambiamento nel tasso di variazione del quadrupolo* (Cox and Chao, *Science* **297**, 831 (2002)).

Le cause di questo cambiamento sono incerte:

- Mantello ?
- Oceani ?

Certo è uno *spostamento netto di massa dalle regioni polari a quelle equatoriali*.

Conclusioni

Conclusioni

- *Determinazione aggiornata* dei parametri orbitali di LAGEOS e LAGEOS II su di un periodo di circa dieci anni

Conclusioni

- *Determinazione aggiornata* dei parametri orbitali di LAGEOS e LAGEOS II su di un periodo di circa dieci anni
- *Accuratezza* ~ 2 cm (range)

Conclusioni

- *Determinazione aggiornata* dei parametri orbitali di LAGEOS e LAGEOS II su di un periodo di circa dieci anni
- *Accuratezza* ~ 2 cm (range)
- Confronto di vari modelli del *geopotenziale* e verifica della loro bontà nei fit orbitali

Conclusioni

- *Determinazione aggiornata* dei parametri orbitali di LAGEOS e LAGEOS II su di un periodo di circa dieci anni
- *Accuratezza* ~ 2 cm (range)
- Confronto di vari modelli del *geopotenziale* e verifica della loro bontà nei fit orbitali
- Verifica dell'*effetto Lense–Thirring* previsto dalla teoria della relatività generale

Conclusioni

- *Determinazione aggiornata* dei parametri orbitali di LAGEOS e LAGEOS II su di un periodo di circa dieci anni
- *Accuratezza* ~ 2 cm (range)
- Confronto di vari modelli del *geopotenziale* e verifica della loro bontà nei fit orbitali
- Verifica dell'*effetto Lense–Thirring* previsto dalla teoria della relatività generale
- Discrepanze nella stima dell'effetto Lense–Thirring usando i vari modelli dovute principalmente a *differenti stime delle armoniche zonali pari* ($l \geq 4$)

Conclusioni

- Cautela nell'uso delle *accelerazioni empiriche* se si prendono in considerazione i residui del perigeo

Conclusioni

- Cautela nell'uso delle *accelerazioni empiriche* se si prendono in considerazione i residui del perigeo
- La stima del *coefficiente di radiazione* C_R può assorbire segnale dovuto ad altra origine

Conclusioni

- Cautela nell'uso delle *accelerazioni empiriche* se si prendono in considerazione i residui del perigeo
- La stima del *coefficiente di radiazione* C_R può assorbire segnale dovuto ad altra origine
- Nuova stima dei parametri che regolano l'*effetto Yarkovsky–Schach*

Conclusioni

- Cautela nell'uso delle *accelerazioni empiriche* se si prendono in considerazione i residui del perigeo
- La stima del *coefficiente di radiazione* C_R può assorbire segnale dovuto ad altra origine
- Nuova stima dei parametri che regolano l'*effetto Yarkovsky–Schach*
- Verifica indipendente dell'*anomala variazione del quadrupolo terrestre* in tempi recenti

Conclusioni

- Cautela nell'uso delle *accelerazioni empiriche* se si prendono in considerazione i residui del perigeo
- La stima del *coefficiente di radiazione* C_R può assorbire segnale dovuto ad altra origine
- Nuova stima dei parametri che regolano l'*effetto Yarkovsky–Schach*
- Verifica indipendente dell'*anomala variazione del quadrupolo terrestre* in tempi recenti
- Satelliti LAGEOS *strumento efficace* in geofisica, geodinamica e fisica della gravitazione

Conclusioni

Per saperne di più

- D. W. Sciama, *L'unità dell'universo*, Einaudi, 1965
- C. W. Misner, K. S. Thorne and J. A. Wheeler, *Gravitation*, W.H. Freeman and Co., 1973
- I. Ciufolini and J. A. Wheeler, *Gravitation and inertia*, Princeton University Press, 1995
- B. Bertotti, P. Farinella, and D. Vokrouhlický, *Physics of the Solar System — Dynamics and Evolution, Space Physics, and Spacetime Structure*, Kluwer Academic Publishers, 2003

LAGEOS – p.96/96

Conclusioni

Per saperne di più

- A. Milani, A. Nobili, and P. Farinella, *Non-gravitational perturbations and satellite geodesy*, Adam Hilger, 1987
- O. Montenbruck and E. Gill, *Satellite Orbits — Models, Methods and Applications*, Springer, 2000
- C. M. Will, *The Confrontation between General Relativity and Experiment*, Living Rev. Relativity 9, (2006), 3,
<http://www.livingreviews.org/lrr-2006-3>
- D. McCarthy, and G. Petit (eds.), *IERS Conventions (2003)*, IERS, 2004

LAGEOS – p.96/96