

Formulario e tavole



Ne è consentito l'uso all'esame scritto, ma ogni Studente deve consultare solo il proprio formulario, e nessun altro materiale!

Regole per l'arrotondamento nei calcoli

Suggerimento: per le probabilità usare 2 o 3 decimali

L'arrotondamento si applica secondo la regola di guardare alla cifra decimale successiva a quella desiderata:

<5 → troncare al "pavimento"

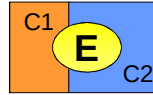
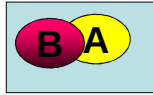
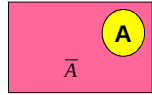
>5 → arrotondare alla cifra più alta ("pavimento" + 1)

=5 → guardare alla cifra ancora successiva, e applicare la medesima regola

Esempi:

Valore da arrotondare	→3 decimali	→2 decimali
0.12422	0.124	0.12
0.1173	0.117	0.12
0.10521	0.105	0.10
0.10573	0.106	0.11
0.14	0.140	0.14

Regole elementari di calcolo delle probabilità



$$p(\bar{A}) = 1 - p(A)$$

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

$$\begin{aligned} p(A \cap B) &= p(A | B) \cdot p(B) \\ &= p(B | A) \cdot p(A) \end{aligned}$$

$$p(A | B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)}$$

$$p(A \cap B) \stackrel{\text{indipendenti}}{=} p(B) \cdot p(A)$$

Formula di Bayes generale – vd applicazioni al test diagnostico

$$p(C1 | E) = \frac{p(E | C1) \cdot p(C1)}{p(E | C1) \cdot p(C1) + p(E | C2) \cdot p(C2)}$$

Valore predittivo test diagnostico

Formula di Bayes generale – C1 può essere “Malato” (M) o “sano” (S), C2 è il suo complementare, E è il risultato del test (TP = test positivo, TN = test negativo)

$$p(C1 | E) = \frac{p(E | C1) \cdot p(C1)}{p(E | C1) \cdot p(C1) + p(E | C2) \cdot p(C2)}$$

Ad esempio:

$$p(M | TP) = \frac{\text{sens} \cdot \text{prev}}{\text{sens} \cdot \text{prev} + (1 - \text{spec}) \cdot (1 - \text{prev})}$$

$$p(S | TN) = \frac{\text{spec} \cdot (1 - \text{prev})}{\text{spec} \cdot (1 - \text{prev}) + (1 - \text{sens}) \cdot \text{prev}}$$

Calcolo con le distribuzioni Binomiale e di Poisson

prob(successo)= π , X = numero di successi in N prove

$$p(X = x) = \binom{N}{x} \pi^x (1 - \pi)^{N-x}$$

Il numero medio "atteso" di successi è $N \cdot \pi$

prob(successo) ≈ 0 ovvero tasso di successo = λ , X = numero di successi in $N \gg 0$ prove ovvero lungo un intervallo continuo di osservazione

$$p(X = x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$$

Il numero medio "atteso" di successi è $\lambda = N \cdot \pi$

$$\binom{N}{k} = \frac{N!}{(N-k)!k!}$$

$$k! = k \cdot (k-1) \cdot (k-2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$$

$$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$0! = 1$$

$$e^{-\lambda} = \frac{1}{e^{\lambda}}$$

$$k^0 = 1$$

Calcolo con la distribuzione Normale

$$Area_{N(\mu, \sigma^2)}(X \leq x) = Area_{N(0,1)}\left(Z \leq \frac{x - \mu}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)$$

$$X_i \xrightarrow{\text{standardizzazione}} Z_i$$

Valori sulla scala
originaria, con
parametri μ e σ^2

Valori sulla
 $N(0,1)$

Standardizzazione:

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

Operazione inversa:

$$x = \mu + \sigma \cdot z$$

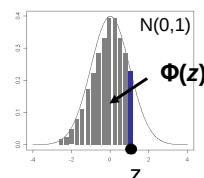
Per $z > 0$ $\Phi(z)$ si legge sulla **tabella fornita qui di seguito**
(attenzione: altri testi possono riportare altre aree)

Aree di forma diversa si ottengono
utilizzando la simmetria della curva.

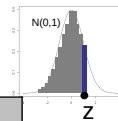
$$\Phi(0) = 0.5 \quad \Phi(+\infty) = 1$$

$$Area(Z < -z) = Area(Z > z)$$

$$\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)$$

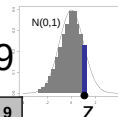


Tavole della Normale (0,1), z da 0 a 1.99



z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.500	0.504	0.508	0.512	0.516	0.520	0.524	0.528	0.532	0.536
0.1	0.540	0.544	0.548	0.552	0.556	0.560	0.564	0.567	0.571	0.575
0.2	0.579	0.583	0.587	0.591	0.595	0.599	0.603	0.606	0.610	0.614
0.3	0.618	0.622	0.626	0.629	0.633	0.637	0.641	0.644	0.648	0.652
0.4	0.655	0.659	0.663	0.666	0.670	0.674	0.677	0.681	0.684	0.688
0.5	0.691	0.695	0.698	0.702	0.705	0.709	0.712	0.716	0.719	0.722
0.6	0.726	0.729	0.732	0.736	0.739	0.742	0.745	0.749	0.752	0.755
0.7	0.758	0.761	0.764	0.767	0.770	0.773	0.776	0.779	0.782	0.785
0.8	0.788	0.791	0.794	0.797	0.800	0.802	0.805	0.808	0.811	0.813
0.9	0.816	0.819	0.821	0.824	0.826	0.829	0.831	0.834	0.836	0.839
1.0	0.841	0.844	0.846	0.848	0.851	0.853	0.855	0.858	0.860	0.862
1.1	0.864	0.867	0.869	0.871	0.873	0.875	0.877	0.879	0.881	0.883
1.2	0.885	0.887	0.889	0.891	0.893	0.894	0.896	0.898	0.900	0.901
1.3	0.903	0.905	0.907	0.908	0.910	0.911	0.913	0.915	0.916	0.918
1.4	0.919	0.921	0.922	0.924	0.925	0.926	0.928	0.929	0.931	0.932
1.5	0.933	0.934	0.936	0.937	0.938	0.939	0.941	0.942	0.943	0.944
1.6	0.945	0.946	0.947	0.948	0.949	0.951	0.952	0.953	0.954	0.954
1.7	0.955	0.956	0.957	0.958	0.959	0.960	0.961	0.962	0.962	0.963
1.8	0.964	0.965	0.966	0.966	0.967	0.968	0.969	0.969	0.970	0.971
1.9	0.971	0.972	0.973	0.973	0.974	0.974	0.975	0.976	0.976	0.977

Tavole della Normale (0,1), z da 2.00 a 3.99



z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2.0	0.977	0.978	0.978	0.979	0.979	0.980	0.980	0.981	0.981	0.982
2.1	0.982	0.983	0.983	0.983	0.984	0.984	0.985	0.985	0.985	0.986
2.2	0.986	0.986	0.987	0.987	0.987	0.988	0.988	0.988	0.989	0.989
2.3	0.989	0.990	0.990	0.990	0.990	0.991	0.991	0.991	0.991	0.992
2.4	0.992	0.992	0.992	0.992	0.993	0.993	0.993	0.993	0.993	0.994
2.5	0.994	0.994	0.994	0.994	0.994	0.995	0.995	0.995	0.995	0.995
2.6	0.995	0.995	0.996	0.996	0.996	0.996	0.996	0.996	0.996	0.996
2.7	0.997	0.997	0.997	0.997	0.997	0.997	0.997	0.997	0.997	0.997
2.8	0.997	0.998	0.998	0.998	0.998	0.998	0.998	0.998	0.998	0.998
2.9	0.998	0.998	0.998	0.998	0.998	0.998	0.998	0.999	0.999	0.999
3.0	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999
3.1	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999
3.2	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999
3.3	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
3.4	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
3.5	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
3.6	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
3.7	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
3.8	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
3.9	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000