

DERIVA GENETICA CASUALE

Si consideri una popolazione a effettivo costante (cioè costituita ad ogni generazione da N individui e da $2N$ geni) e perfettamente isolata.

Si consideri inoltre che i due alleli A_1 e A_2 di un dato gene A abbiano, in questa popolazione rispettivamente, frequenze p e q .

La popolazione gametica di questi individui avrà lo stesso frequenze p e q .

La formazione di N zigoti corrisponde all'estrazione casuale di $2N$ gameti.

DERIVA GENETICA CASUALE

L'estrazione dei due tipi di alleli, A_1 e A_2 , fino al completamento di un insieme di $2N$ alleli, può avvenire in uno dei seguenti $(2N + 1)$ modi:

$2N$ alleli A_1	e	0 alleli A_2 ;
$2N - 1$ alleli A_1	e	1 allele A_2 ;
$2N - 2$ alleli A_1	e	2 alleli A_2 ;
$2N - 3$ alleli A_1	e	3 alleli A_2 ;
.....		
$2N - i$ alleli A_1	e	i alleli A_2 ;
.....		
i alleli A_1	e	$2N - i$ alleli A_2 ;
.....		
3 alleli A_1	e	$2N - 3$ alleli A_2 ;
2 alleli A_1	e	$2N - 2$ alleli A_2 ;
1 allele A_1	e	$2N - 1$ alleli A_2 ;
0 alleli A_1	e	$2N$ alleli A_2

DERIVA GENETICA CASUALE

La probabilità di estrarre $2N$ alleli che siano tutti A_1 è p^{2N} , come anche
 La probabilità di estrarre $2N$ alleli che siano tutti A_2 è q^{2N} .

La probabilità di estrarre $2N - 1$ alleli A_1 e un solo allele A_2 è $p^{2N-1}q^1$.
 L'allele A_2 però può essere estratto al primo, al secondo, al terzo ... o all' N -esimo posto,

Esempio per $N = 3$ ($2N = 6$), le combinazioni 5 A_1 e un A_2 sono:

$A_2 A_1 A_1 A_1 A_1 A_1$	probabilità = $p^5 q^1$	} probabilità = $6 p^5 q^1$
$A_1 A_2 A_1 A_1 A_1 A_1$	probabilità = $p^5 q^1$	
$A_1 A_1 A_2 A_1 A_1 A_1$	probabilità = $p^5 q^1$	
$A_1 A_1 A_1 A_2 A_1 A_1$	probabilità = $p^5 q^1$	
$A_1 A_1 A_1 A_1 A_2 A_1$	probabilità = $p^5 q^1$	
$A_1 A_1 A_1 A_1 A_1 A_2$	probabilità = $p^5 q^1$	

quindi esistono $2N$ sequenze che hanno ognuna $p^{2N-1}q^1$ probabilità di uscire.

In conclusione, la probabilità della sequenza indipendente dalla posizione di A_2 è

$$2N p^{2N-1} q^1$$

DERIVA GENETICA CASUALE

La probabilità di estrarre $2N - 2$ alleli A_1 e 2 alleli A_2 è $p^{2N-2}q^2$, ma di tali sequenze, se non si considera la posizione di A_2 ve ne sono

$$\binom{2N}{2} \rightarrow \frac{(2N)!}{2!(2N-2)!}$$

quindi la probabilità di estrazione di $(2N - 2)$ alleli A_1 e 2 alleli A_2 è

$$\binom{2N}{2} p^{2N-2} q^2$$

Più in generale, nel caso in cui vengano estratti $2N - i$ alleli A_1 e i alleli A_2 , la probabilità risulta essere

$$\binom{2N}{i} p^{2N-i} q^i$$

DERIVA GENETICA CASUALE

Naturalmente, la somma di tutte le possibili sequenze sarà uguale a 1

$$\sum_{i=0}^{2N} \binom{2N}{i} p^{2N-i} q^i = 1$$

Questa è una distribuzione binomiale di ordine $2N$

Esempio. $N = 10; \quad 2N = 20;$ $\text{fr}(A_1) \rightarrow p = 0.5$ $\text{fr}(A_2) \rightarrow q = 0.5$ $i = \text{numero di alleli } A_2$

$$\binom{20}{i} (0.5)^{20-i} (0.5)^i = \binom{20}{i} (0.5)^{20}$$

Alleli A_1	Alleli A_2	Probabilità della combinazione	
20	0	$(0.5)^{20}$	= 0.000001
19	1	$20(0.5)^{20}$	= 0.000019
18	2	$190(0.5)^{20}$	= 0.000181
--	--	--	--
11	9	$\binom{20}{9} (0.5)^{20}$	= 0.160179
10	10	$\binom{20}{10} (0.5)^{20}$	= 0.176197
9	11	$\binom{20}{11} (0.5)^{20}$	= 0.160179
--	--	--	--
2	18	$190(0.5)^{20}$	= 0.000181
1	19	$20(0.5)^{20}$	= 0.000019
0	20	$(0.5)^{20}$	= 0.000001

Esempio.

$N = 5; \quad 2N = 10;$

$\text{fr}(A_1) \rightarrow p = 0.7$

$\text{fr}(A_2) \rightarrow q = 0.3$

$i = \text{numero di alleli } A_2$

$$\binom{10}{i} (0.7)^{10-i} (0.3)^i$$

<u>Alleli A_1</u>	<u>Alleli A_2</u>	<u>Probabilità della combinazione</u>	<u>Valore della probabilità</u>	
10	0	$(0.7)^{10}$	0.02825	} 0.38278
9	1	$10(0.7)^9(0.3)$	0.12106	
8	2	$45(0.7)^8(0.3)^2$	0.23347	
7	3	$120(0.7)^7(0.3)^3$	0.26683	
6	4	$210(0.7)^6(0.3)^4$	0.20012	} 0.35039
5	5	$252 (0.7)^5(0.3)^5$	0.10292	
4	6	$210 (0.7)^4(0.3)^6$	0.03676	
3	7	$120 (0.7)^3(0.3)^7$	0.00900	
1	9	$10 (0.7)^9(0.3)$	0.00014	
0	10	$(0.3)^{10}$	0.00001	

Esempio. $N = 10$; $2N = 20$; $\text{fr}(A_1) \rightarrow p = 0.7$; $\text{fr}(A_2) \rightarrow q = 0.3$

Alleli A_1	Alleli A_2	Probabilità della combinazione	Valore della probabilità	
20	0	$(0.7)^{20}$	0.00008	0.31998
19	1	$20(0.7)^{19}(0.3)$	0.00068	
18	2	$190(0.7)^{18}(0.3)^2$	0.00278	
17	3	$1140(0.7)^{17}(0.3)^3$	0.00716	
16	4	$4845(0.7)^{16}(0.3)^4$	0.13042	
15	5	$15504(0.7)^{15}(0.3)^5$	0.17886	
14	6	$38760(0.7)^{14}(0.3)^6$	0.19164	0.28999
13	7	$77520(0.7)^{13}(0.3)^7$	0.16426	
12	8	$125970(0.7)^{12}(0.3)^8$	0.11440	
11	9	$167960(0.7)^{11}(0.3)^9$	0.00654	
10	10	$184756(0.7)^{10}(0.3)^{10}$	0.00308	
9	11	$167960(0.7)^9(0.3)^{11}$	0.00120	
8	12	$125970(0.7)^8(0.3)^{12}$	0.00039	
7	13	$77520(0.7)^7(0.3)^{13}$	0.00010	
6	14	$38760(0.7)^6(0.3)^{14}$	0.00002	
5	15	$15504(0.7)^5(0.3)^{15}$	0.00000	
4	16	$4845(0.7)^4(0.3)^{16}$	0.00000	
3	17	$1140(0.7)^3(0.3)^{17}$	0.00000	
2	18	$190(0.7)^2(0.3)^{18}$	0.00000	
1	19	$20(0.7)^1(0.3)^{19}$	0.00000	
0	20	$(0.3)^{20}$	0.00000	

