

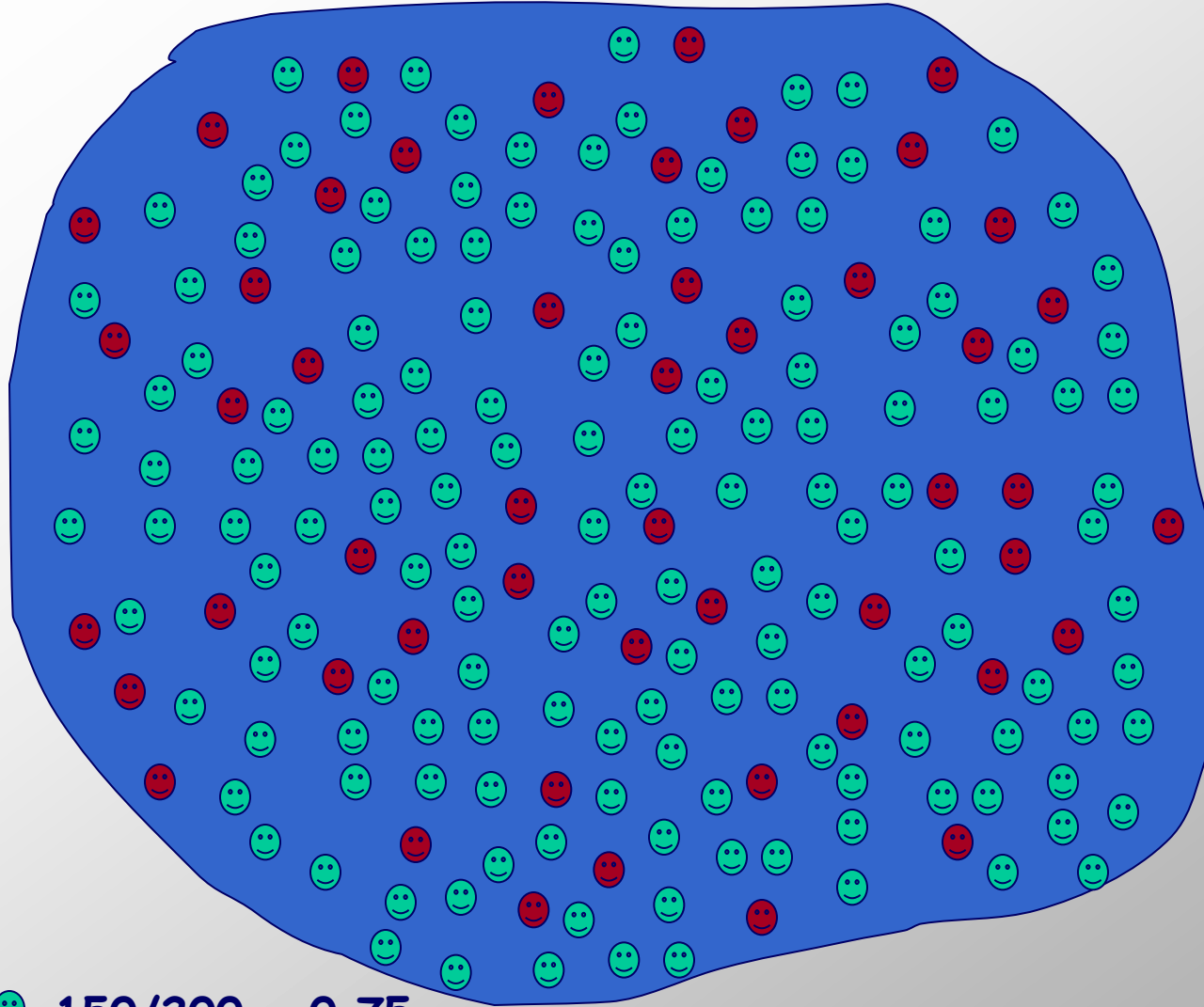
MIGRAZIONE

Flusso di individui da una popolazione a un'altra (fusione di due popolazioni).

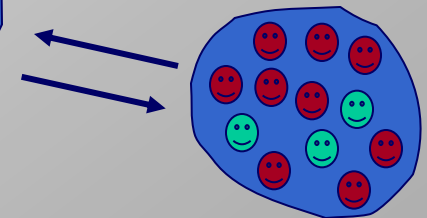
L'effetto della migrazione sulle frequenze geniche può essere studiato attraverso due modelli:

- migrazione regolare da una popolazione molto grande (fr. alleliche stabili) verso una più piccola**

MODELLO DELL'ISOLA

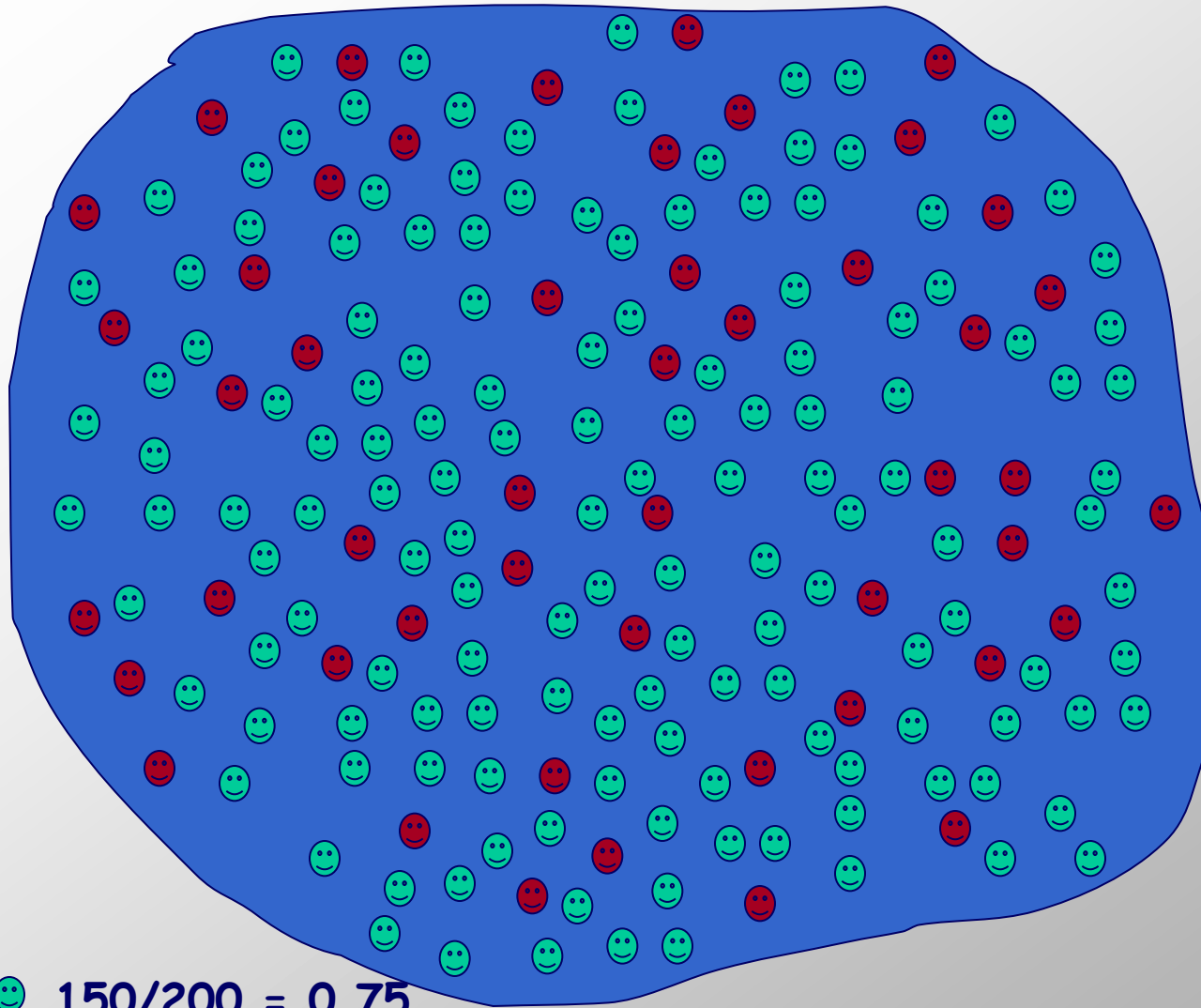


$$m = 0.33$$



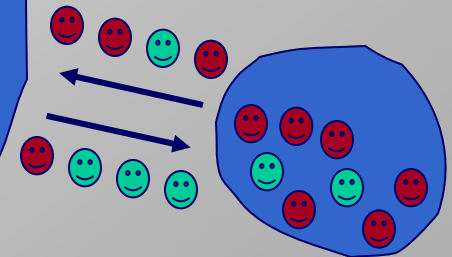
😊 $150/200 = 0.75$
☹️ $50/200 = 0.25$

😊 $3/12 = 0.25$
☹️ $9/12 = 0.75$

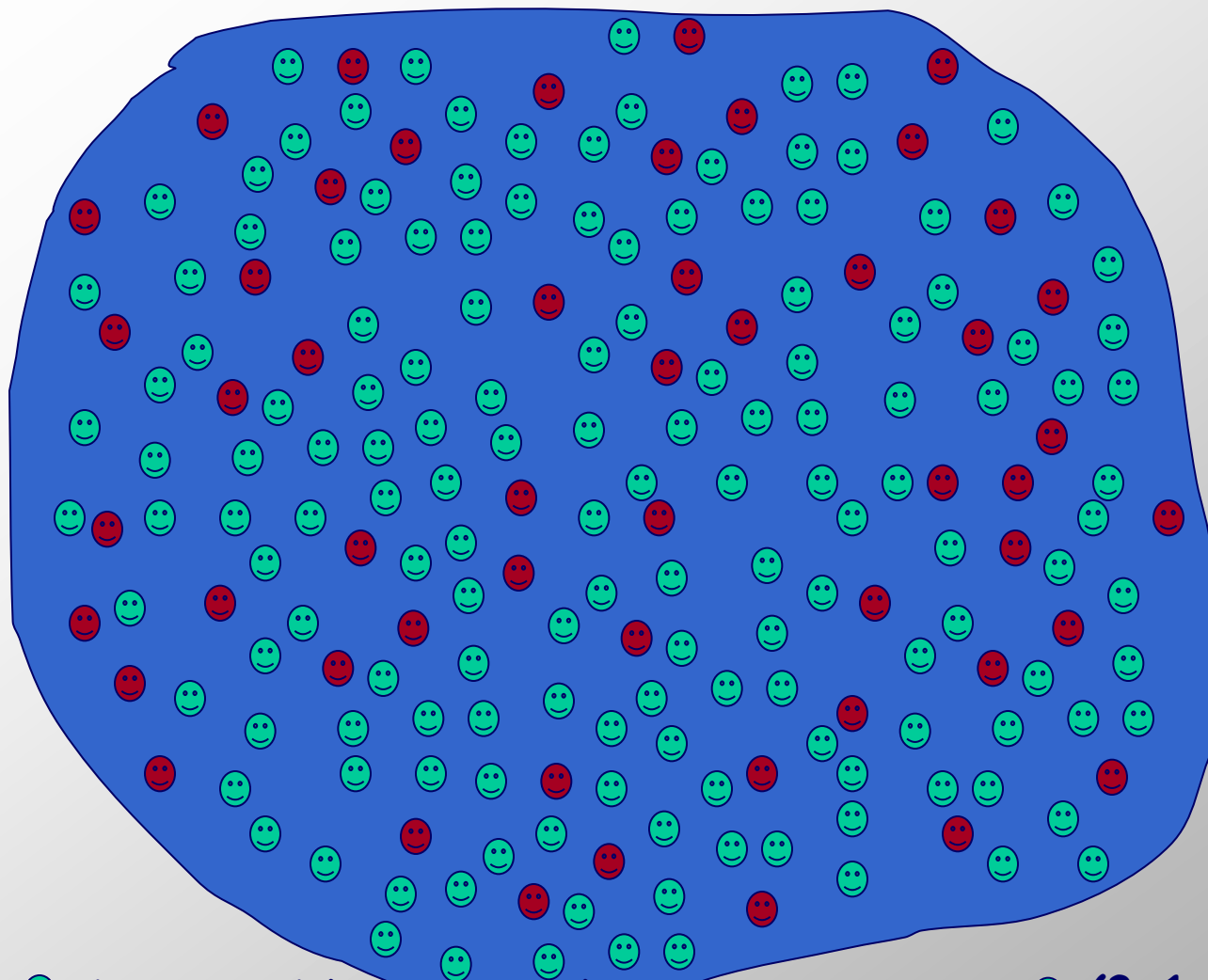


$$m = 0.33$$

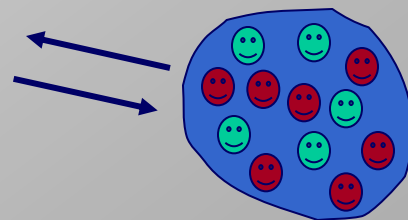
😊 $150/200 = 0.75$
😬 $50/200 = 0.25$



😊 $3/12 = 0.25$
😬 $9/12 = 0.75$



$$m = 0.33$$



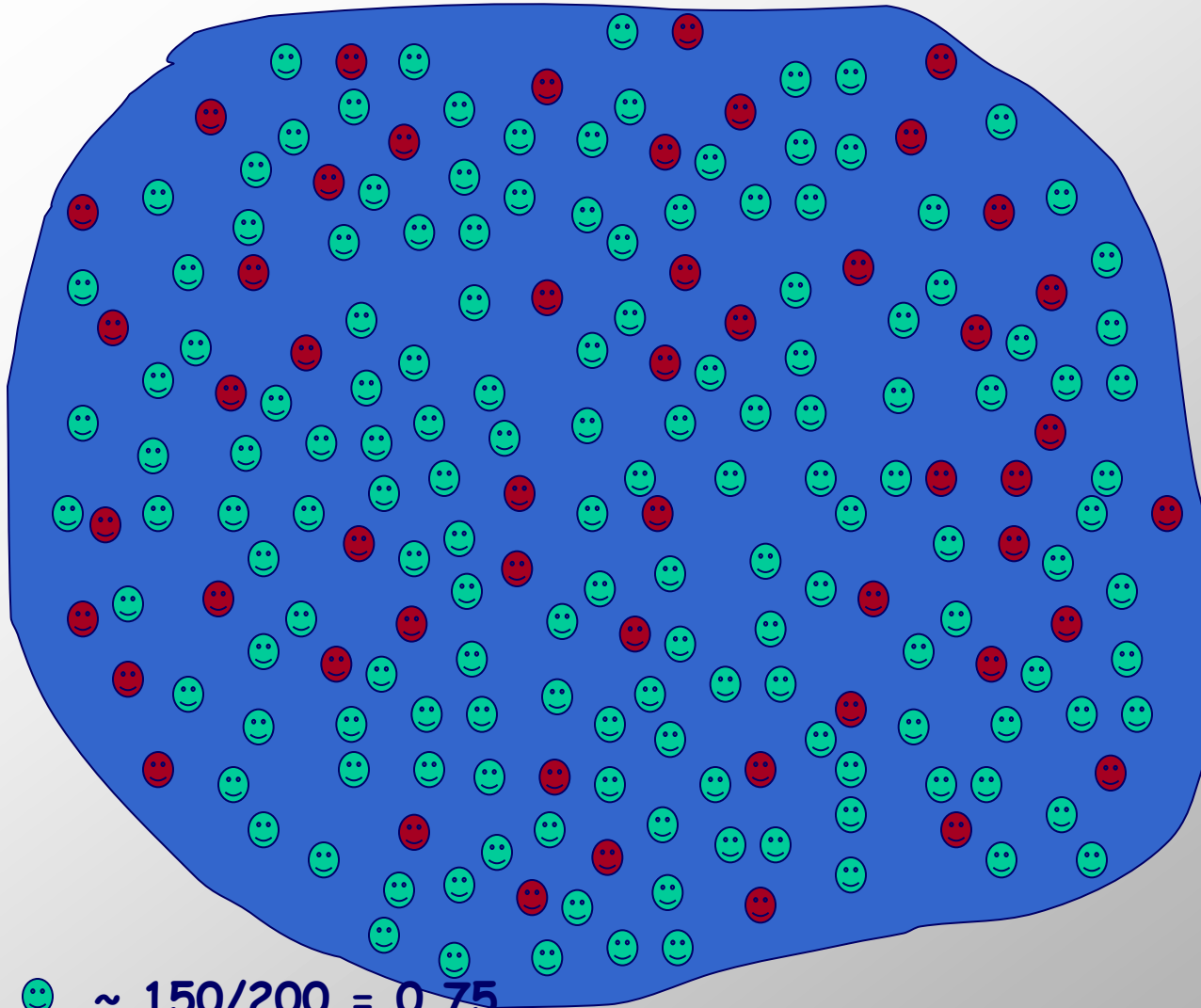
$$\text{😊} (150-3+1)/200 = 148/200 \cong 0.75$$

$$\text{😞} (50-1+3)/200 = 52/200 \cong 0.25$$

$$\text{😊} (3-1+3)/12 = 5/12 \cong 0.42$$

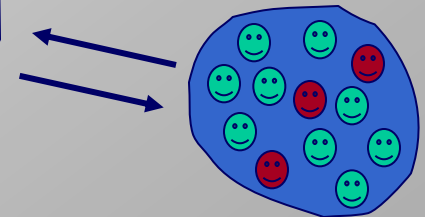
$$\text{😞} (9-3+1)/12 = 7/12 \cong 0.58$$

... dopo molte generazioni



😊 ~ $150/200 = 0.75$
😬 ~ $50/200 = 0.25$

$m = 0.33$



😊 $9/12 = 0.75$
😬 $3/12 = 0.25$

MIGRAZIONE

Flusso di individui da una popolazione a un'altra (fusione di due popolazioni).

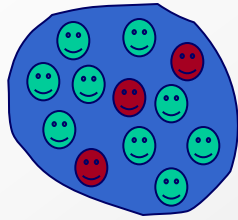
L'effetto della migrazione sulle frequenze geniche può essere studiato attraverso due modelli:

- migrazione regolare da una popolazione molto grande (fr. alleliche stabili) verso una più piccola

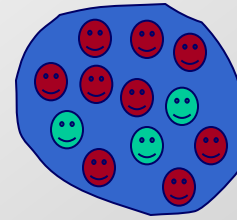
MODELLO DELL'ISOLA

- un gruppo di popolazioni, parzialmente isolate tra loro, che si scambiano tra loro individui

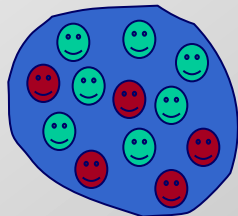
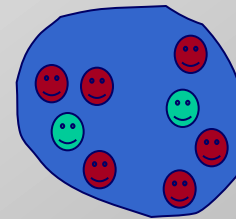
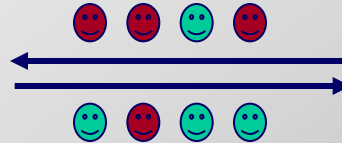
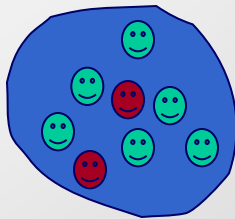
MODELLO DELL'ARCIPELAGO



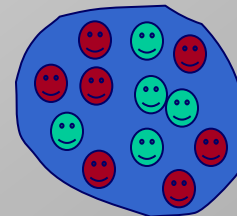
😊 $9/12 = 0.75$
😞 $3/12 = 0.25$



😊 $3/12 = 0.25$
😞 $9/12 = 0.75$

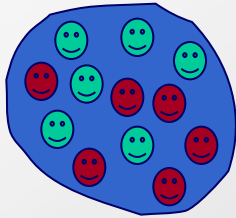


😊 $7/12 \cong 0.58$
😞 $5/12 \cong 0.42$

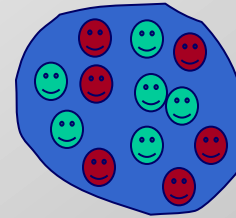


😊 $5/12 \cong 0.42$
😞 $7/12 \cong 0.58$

... dopo molte generazioni



$$\begin{aligned} \text{😊} \quad 6/12 &= 0.5 \\ \text{😞} \quad 6/12 &= 0.5 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{😊} \quad 6/12 &= 0.5 \\ \text{😞} \quad 6/12 &= 0.5 \end{aligned}$$

MIGRAZIONE: modello dell'isola

Limitazioni del modello:

- I flussi migratori da e per l'isola devono essere uguali.
- La migrazione deve essere costante nel corso delle generazioni.
- Non vi è migrazione differenziale per genotipo.

Isola $\rightarrow$ fr. (A_1) = p e fr. (A_2) = q

Continente $\rightarrow$ fr. (A_1) = $\bar{p}$ e fr. (A_2) = $\bar{q}$

$(1 - m)$ = individui che restano sull'isola

q = frequenza dell'allele A_2 negli individui che restano sull'isola

m = individui immigrati dalla popolazione generale

$\bar{q}$ = frequenza dell'allele A_2 negli individui immigrati

MIGRAZIONE: modello dell'isola

La frequenza dell'allele A_2 nell'isola dopo una generazione sarà:

$$q' = (1 - m) q + m\bar{q}$$

La differenza delle frequenze tra l'isola e il continente è

$$\begin{aligned} q' - \bar{q} &= (1 - m) q + m\bar{q} - \bar{q} = \\ &= (1 - m) q - \bar{q} (1 - m) = (1 - m) (q - \bar{q}) \end{aligned}$$

MIGRAZIONE: modello dell'isola

Dopo un'altra generazione la frequenza dell'allele A_2 nell'isola sarà:

$$q' = (1 - m) q' + m\bar{q}$$

e la differenza delle frequenze tra l'isola e il continente è

$$\begin{aligned} q' - \bar{q} &= (1 - m) q' + m\bar{q} - \bar{q} = \\ &= (1 - m)[(1 - m)q + m\bar{q}] + m\bar{q} - \bar{q} = \\ &= (1 - m)^2 q + (1 - m)m\bar{q} + m\bar{q} - \bar{q} = \\ &= (1 - m)^2 q + m\bar{q} - m^2\bar{q} + m\bar{q} - \bar{q} = \\ &= (1 - m)^2 q - \bar{q} (m^2 - 2m + 1) = \\ &= (1 - m)^2 q - \bar{q} (1 - m)^2 = \\ &= (1 - m)^2 (q - \bar{q}) \end{aligned}$$

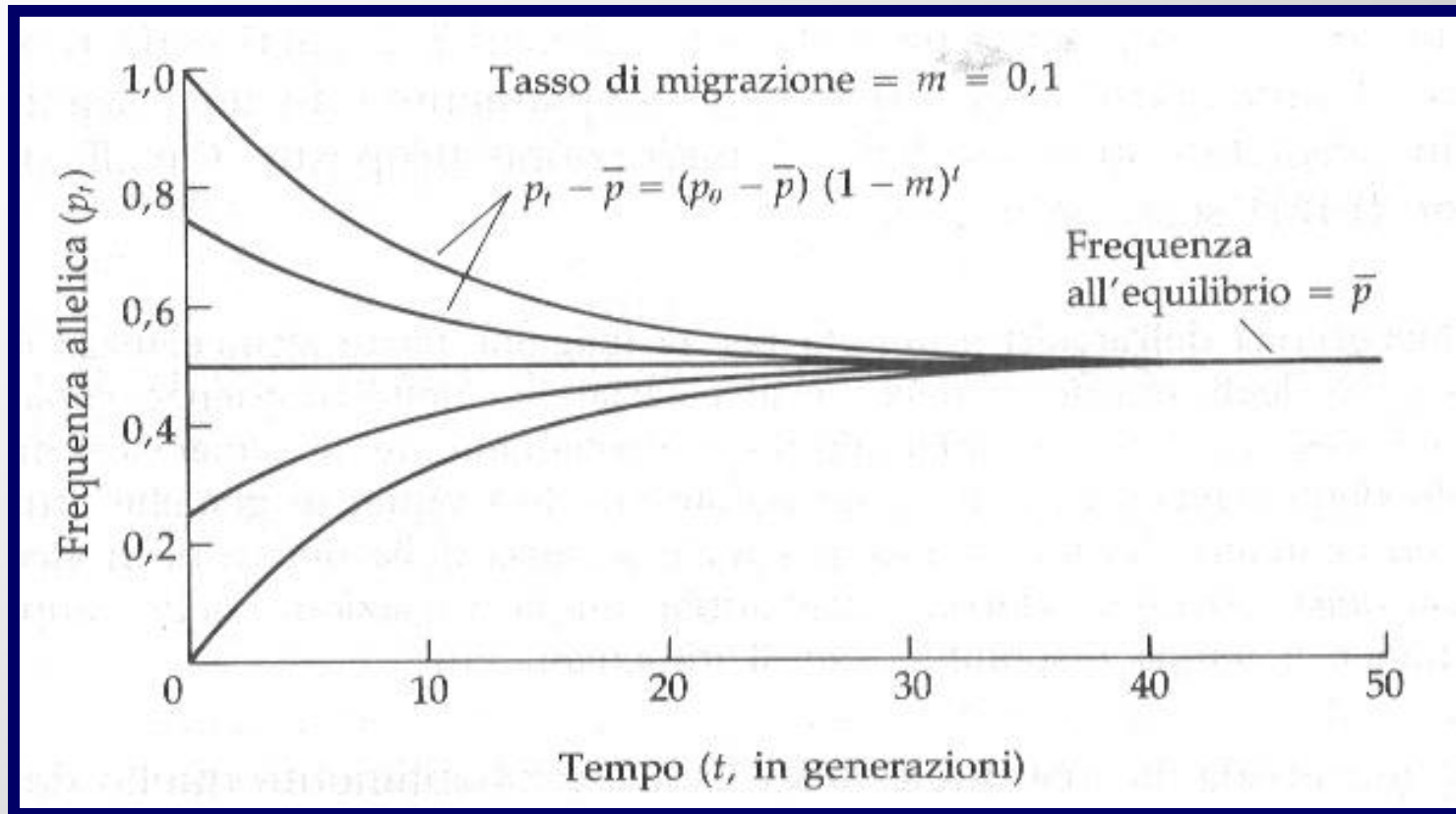
MIGRAZIONE: modello dell'isola

Analogamente, dopo n generazioni la deviazione tra la frequenza dell'isola e quella del continente sarà:

$$q_n - \bar{q} = (1 - m)^n (q - \bar{q})$$

La deviazione tra la frequenza dell'isola e quella del continente diminuisce a ogni generazione di un fattore $(1 - m)$, quindi è chiaro che l'avvicinamento all'equilibrio (stesse frequenze tra isola e continente, cioè quelle del continente) è tanto più rapido quanto maggiore è il tasso di migrazione m .

MIGRAZIONE: modello dell'isola



MIGRAZIONE: modello dell'isola

Esempio:

l'aplotipo R^0 del sistema Rh ha una frequenza del 63% negli africani e del 3% negli europei.

Qual è il tasso di migrazione genica dagli europei agli africani nell'attuale popolazione afroamericana degli USA?

$q = 0.63$ (frequenza di R^0 negli africani occidentali attuali)

$\bar{q} = 0.03$ (frequenza di R^0 negli europei attuali)

$n = 10$ (africani occidentali sono stati deportati in USA circa 250-300 anni fa come schiavi)

$q_{10} = 0,45$ (frequenza di R^0 negli afroamericani attuali)

$$q_n - \bar{q} = (1 - m)^n (q - \bar{q})$$

diventa

$$0.45 - 0.03 = (1 - m)^{10} (0.63 - 0.03)$$

$$\frac{0.42}{0.60} = (1 - m)^{10}$$

$$0.7 = (1 - m)^{10}$$

$$10 \ln (1 - m) = -0.3567 \rightarrow \ln (1 - m) = -0.0357$$

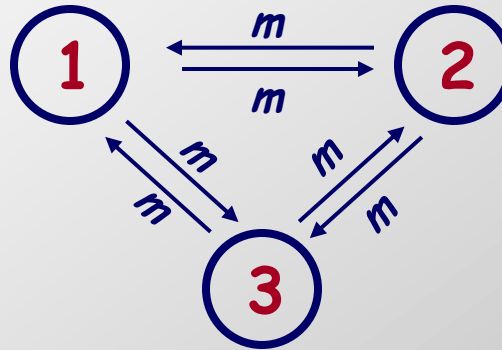
$$1 - m = 0.9650 \rightarrow m = 0.035$$

Il tasso di migrazione genica dagli europei agli africani nell'attuale popolazione afroamericana degli USA è

$$m = 0.035$$

cioè a ogni generazione il 3,5% di geni europei entra a far parte del pool di geni della popolazione afroamericana degli USA.

Arcipelago a tre isole



Limitazioni del modello:

- I tassi di emigrazione e immigrazione devono essere costanti e uguali tra le isole
- Le isole dell'arcipelago hanno tutte la stessa consistenza.

Arcipelago a tre isole

Riprendiamo la frequenza dell'allele A_2 all'equilibrio. In caso di migrazione uguale tra le due isole sarà

$$\hat{q} = \frac{mq_1 + mq_2}{2m} = \frac{q_1 + q_2}{2}$$

Quindi per tre isole sarà

$$\hat{q}_{12} = \frac{q_1 + q_2}{2}$$

$$\hat{q}_{13} = \frac{q_1 + q_3}{2}$$

$$\hat{q}_{23} = \frac{q_2 + q_3}{2}$$

Arcipelago a tre isole

Dove q all'equilibrio sarà

$$\hat{q} = q_{12} = q_{13} = q_{23}$$

e quindi sommando membro a membro

$$3\hat{q} = q_{12} + q_{13} + q_{23}$$

$$3\hat{q} = \frac{q_1 + q_2}{2} + \frac{q_1 + q_3}{2} + \frac{q_2 + q_3}{2}$$

$$3\hat{q} = \frac{2q_1 + 2q_2 + 2q_3}{2}$$

$$\hat{q} = \frac{q_1 + q_2 + q_3}{3}$$

Arcipelago a n isole

Estrapolando per n isole

$$\hat{q} = \frac{\sum q_i}{n}$$