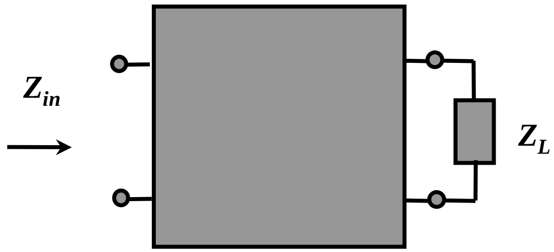
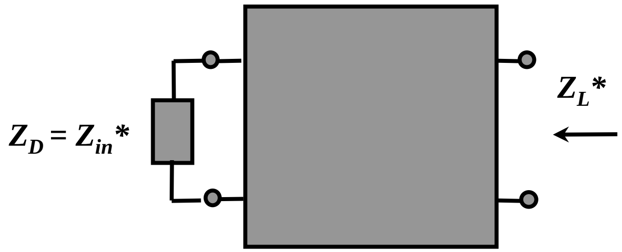
Adattamento di un carico ad alta frequenza

Con il termine '***adattamento di un carico***' si intende la sintesi di una rete due porte che, chiusa sulla seconda porta con un carico di valore $\boldsymbol{Z_L}$, presenti alla prima porta un valore di impedenza $\boldsymbol{Z_{in}}$ desiderato, tipicamente ma non necessariamente pari all'impedenza caratteristica $\boldsymbol{Z_0}$, e più in generale uguale al coniugato di un valore di impedenza dato $\boldsymbol{Z_D}$ ($\boldsymbol{Z_{in} = Z_D^*}$, adattamento coniugato).





Se la rete sintetizzata è composta unicamente di elementi ***passivi, reciproci*** e ***senza perdite***, allora se la prima porta viene chiusa sul carico $\boldsymbol{Z_0}$, o più in generale sul carico $\boldsymbol{Z_D}$, cioè sulla $\boldsymbol{Z_{in}^*}$, alla seconda porta la rete presenta l'impedenza $\boldsymbol{Z_L^*}$.

In generale, considerando la rete caricata all'ingresso dall'impedenza $\boldsymbol{Z_0}$ e all'uscita dall'impedenza $\boldsymbol{Z_L}$, in ogni sua sezione l'impedenza presentata guardando verso sinistra sarà pari al complesso coniugato dell'impedenza presentata guardando verso destra (sempre in condizioni di passività, reciprocità ed assenza di perdite).
Si ricorda che elementi non reciproci sono per esempio le ferriti, utilizzate nella fabbricazione di isolatori e circolatori (il cui scopo è per l'appunto di rendere non reciproco il circuito, e di rendere possibile un adattamento unilaterale), ma anche i generatori controllati, che ben rappresentano il comportamento di componenti attivi quali i transistor normalmente utilizzati a microonde. Conseguenza di ciò sarà la necessità di adattare con reti di adattamento separate sia l'ingresso che l'uscita di un circuito che includa un transistor come elemento centrale, circuito quale per esempio un amplificatore a microonde.

Rete di adattamento formata da :

- ✓ ***Elementi concentrati*** (resistenze, condensatori, induttori, etc.) fino a qualche GHz
- ✓ ***Elementi distribuiti*** (linee di trasmissione, risonatori, etc.), nel campo millimetrico
- ✓ ***Combinazione*** di entrambi, nella gamma di frequenze intermedia

La sintesi di una rete di adattamento può essere effettuata esattamente ad una sola frequenza; in questo caso è sufficiente utilizzare una rete con due soli gradi di libertà, che vengono utilizzati per determinare i due parametri reali dell'impedenza da sintetizzare (cioè parte reale e parte immaginaria dell'impedenza, oppure modulo e fase, etc.). A questo scopo si può utilizzare p.es. una rete '*ad L*' con due soli elementi concentrati di valore da definire, o due linee di trasmissione di lunghezza da definire ed impedenza caratteristica fissata, etc. Questa affermazione non è banale, in quanto i circuiti lineari, nel cui ambito ci troviamo, sono lineari per quel che riguarda le relazioni tra tensioni e correnti (o parametri equivalenti); non sono invece lineari le relazioni tra valore degli elementi del circuito e parametri di impedenza o equivalenti, quali la funzione di trasferimento, il coefficiente di riflessione, etc. Tali relazioni hanno la forma di funzioni razionali nel caso di elementi concentrati, e funzioni composte di funzioni razionali e funzioni trascendenti nel caso di circuiti distribuiti.
Quando le incognite non sono le tensioni o le correnti, come nel caso dell'analisi di un circuito, ma i valori degli elementi del circuito, come nel caso della sintesi, ***il problema non è più lineare***. In particolare si vedrà che la rete è sempre realizzabile per esempio con una cella ad L composta da un condensatore e da una induttanza, ma non sempre con la stessa topologia, cioè p. es. L serie e C parallelo, ma bisognerà cambiare topologia a seconda del valore del carico.

Nel caso in cui la stessa rete fisica debba adattare lo stesso carico fisico a più frequenze contemporaneamente, non si può in generale risolvere esattamente il problema nemmeno utilizzando un numero di parametri più grande, ma ci si deve limitare a risolverlo in forma approssimata. Nel nostro caso ci limiteremo ad occuparci del problema ad una frequenza, e ad accennare possibili soluzioni per il caso a più frequenze (banda larga).

Rete ad elementi concentrati

A.- Connessioni in serie ed in parallelo

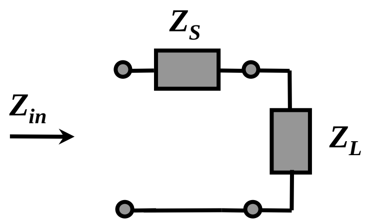
In genere tale rete è del tipo a scala, che per una sola frequenza consiste di una sola ***cella ad L***, ossia con un elemento in serie ed uno in parallelo. Tale rete viene normalmente sintetizzata un elemento alla volta, che viene aggiunto al carico in serie od in parallelo per modificare la $\boldsymbol{Z_{in}}$ in modo opportuno, fino ad ottenere, alla fine della sintesi, $\boldsymbol{Z_{in} = Z_D^*}$. Per poter scegliere il tipo di connessione ed il tipo di elemento è necessario innanzitutto conoscere gli effetti dell'inserimento di un elemento in serie od in parallelo sull'impedenza $\boldsymbol{Z_{in}}$ vista dall'ingresso della rete; a questo proposito è utilissima, e normalmente utilizzata, la ***Carta di Smith***, sia per l'uso prevalente a microonde dei parametri di diffusione e simili (coefficiente di riflessione, etc.), sia per la sua praticità appunto per la sintesi di reti di adattamento.

Consideriamo la connessione in serie. Il carico $\boldsymbol{Z_L}$ è un numero complesso, che si può quindi esprimere come parte reale e parte immaginaria:

$$Z_L = R_L + jX_L$$

corrispondenti alla resistenza ed alla reattanza del carico.
Se si aggiunge un elemento in serie con impedenza pari a $\boldsymbol{Z_S = R_S + jX_S}$ l'impedenza $\boldsymbol{Z_{in}}$ diventa:

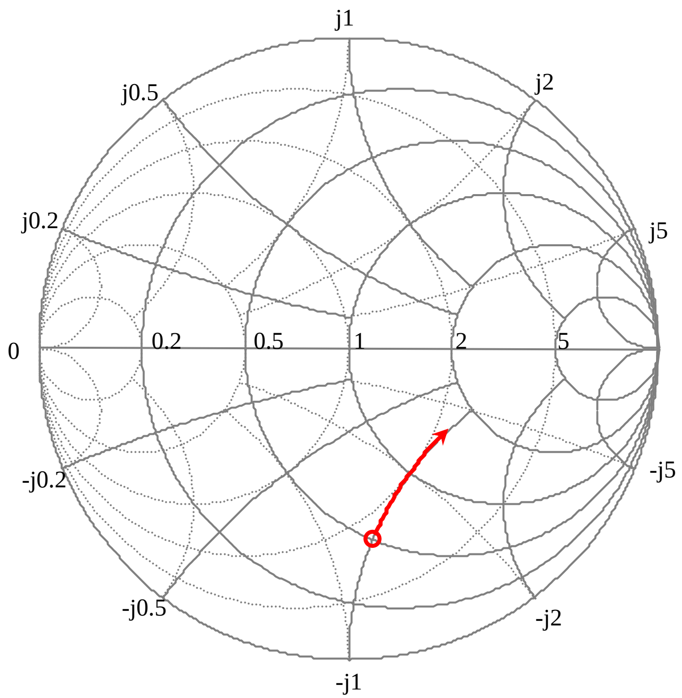
$$Z_{in} = \left(R_L + R_S\right) + j\left(X_L + X_S\right)$$



Se si connette in serie un elemento puramente resistivo ($\boldsymbol{Z_S = R_S}$) la $\boldsymbol{Z_{in}}$ avrà la stessa parte immaginaria dell'impedenza di carico $\boldsymbol{Z_L}$, ma differente parte reale (maggiore, visto che la rete di adattamento è passiva):

$$Z_{in} = (R_L + R_S) + jX_L$$

Sulla Carta di Smith il punto corrispondente all'impedenza $\boldsymbol{Z_{in}}$ si troverà sulla stessa circonferenza a parte immaginaria (reattanza) costante ($\boldsymbol{X = X_L}$) rispetto all'impedenza di carico $\boldsymbol{Z_L}$, ma spostato all'intersezione con la circonferenza a parte reale (resistenza) costante $\boldsymbol{R = R_L + R_S}$:



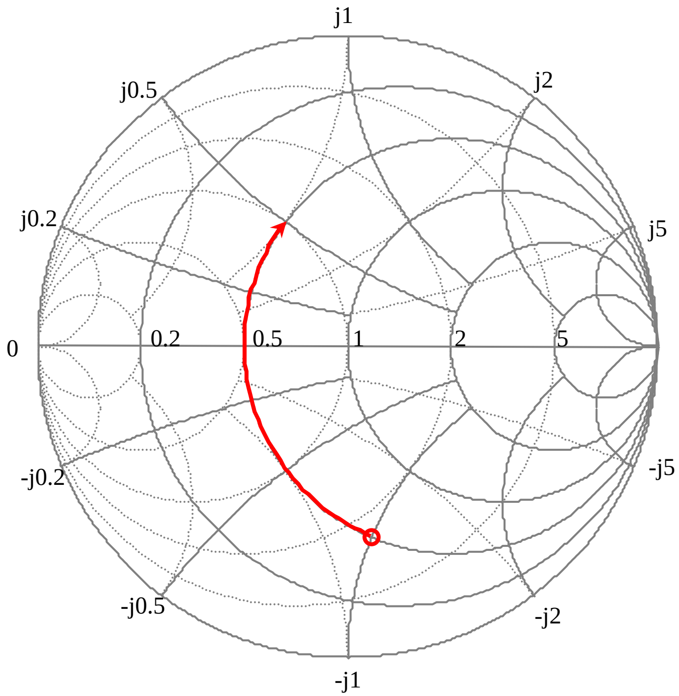
Analogamente se si connette in serie una reattanza ($\boldsymbol{Z_S = jX_S}$), la $\boldsymbol{Z_{in}}$ avrà la stessa parte reale dell'impedenza di carico $\boldsymbol{Z_L}$, ma differente parte immaginaria:

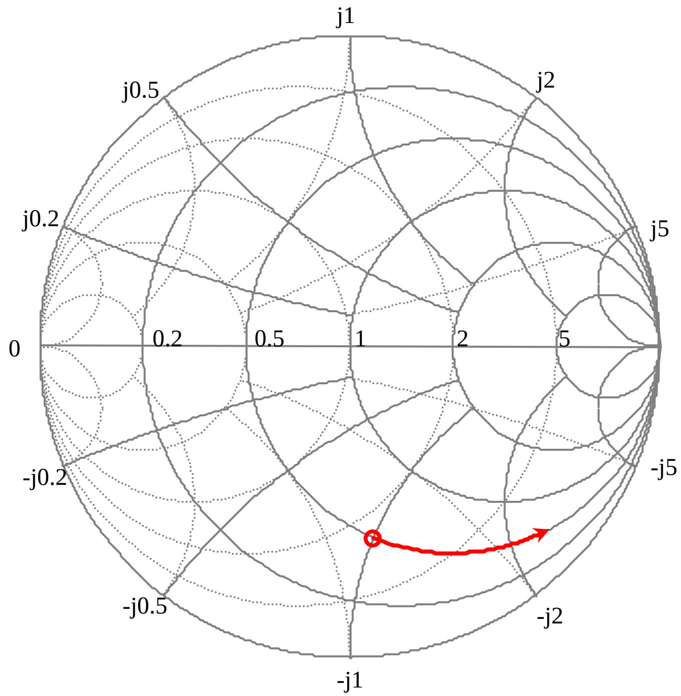
$$Z_{in} = R_L + j(X_L + X_S)$$

In questo caso sulla Carta di Smith il punto corrispondente all'impedenza $\boldsymbol{Z_{in}}$ si troverà sulla stessa circonferenza a resistenza costante ($\boldsymbol{R = R_L}$) rispetto all'impedenza di carico $\boldsymbol{Z_L}$, ma spostato all'intersezione con la circonferenza a reattanza costante $\boldsymbol{X = X_L + X_S}$. La reattanza aggiunta in serie sarà positiva o negativa a seconda che sia del tipo induttivo o capacitivo :

$$X_S = Im\left[j\omega \cdot L \right] = \omega \cdot L \qquad\qquad X_S = Im\left[\frac{1}{j\omega \cdot C} \right] = -\frac{1}{\omega \cdot C}$$

La reattanza della $\boldsymbol{Z_{in}}$ sarà maggiore o minore di quella del carico a seconda del tipo di componente connesso in serie:





In tutti questi casi l'entità dello spostamento, ovvero la differenza tra la resistenza o la reattanza iniziali e quelle finali, dipende dal valore dell'elemento connesso in serie. In particolare, la differenza delle resistenze è proprio pari alla resistenza $\boldsymbol{R_S}$, mentre per quel che riguarda la reattanza aggiuntiva la differenza è pari al valore dell'induttanza moltiplicato la pulsazione ω, oppure all'inverso della capacità moltiplicata per la pulsazione ω.

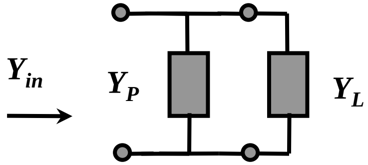
Si deduce quindi che una induttanza in serie ha tanto meno effetto quanto più è piccola (e quanto più è bassa la frequenza), mentre una capacità in serie ha tanto meno effetto quanto più è grande (e quanto più è alta la frequenza).

Consideriamo ora la connessione in parallelo. Conviene considerare il carico $\boldsymbol{Z_L}$ come ammettenza, e rappresentarlo tramite la $\boldsymbol{Y_L = 1/ Z_L}$. Anche l'ammettenza è un numero complesso, che si può quindi scrivere come parte reale e parte immaginaria:

$$Y_L = G_L + jB_L$$

in cui si evidenziano conduttanza (parte reale) e suscettanza (parte immaginaria) del carico.
Se si aggiunge un elemento in parallelo con ammettenza pari a $\boldsymbol{Y_P = G_P + jB_P}$ l'ammettenza $\boldsymbol{Y_{in}}$ diventa :

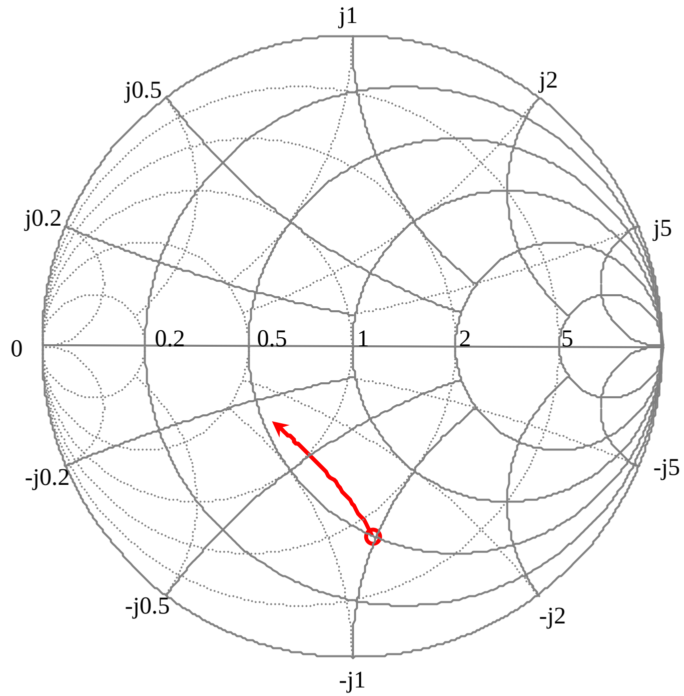
$$Y_{in} = (G_L + G_P) + j(B_L + B_P)$$



Se si connette in parallelo un elemento puramente conduttivo (ossia $\boldsymbol{Y_S = G_P}$) la $\boldsymbol{Y_{in}}$ avrà la stessa parte immaginaria dell'ammettenza di carico $\boldsymbol{Y_L}$, ma differente parte reale (maggiore, visto che la rete di adattamento è passiva):

$$Y_{in} = (G_L + G_P) + jB_L$$

Ciò vuol dire che sulla Carta di Smith il punto corrispondente all'ammettenza $\boldsymbol{Y_{in}}$ si troverà sulla stessa circonferenza a parte immaginaria (suscettanza) costante ($\boldsymbol{B = B_L}$) rispetto all'ammettenza di carico $\boldsymbol{Y_L}$, ma spostato all'intersezione con la circonferenza a parte reale (conduttanza) costante $\boldsymbol{G = G_L + G_P}$:



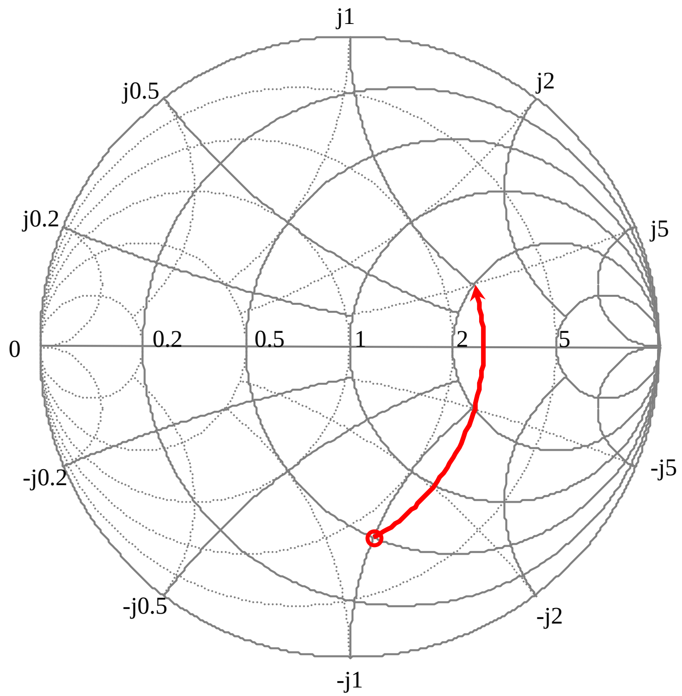
Analogamente se si connette in parallelo una suscettanza (***Y_P = jB_P***), la ***Y_{in}*** avrà la stessa parte reale dell'ammettenza di carico ***Y_L*** , ma differente parte immaginaria:

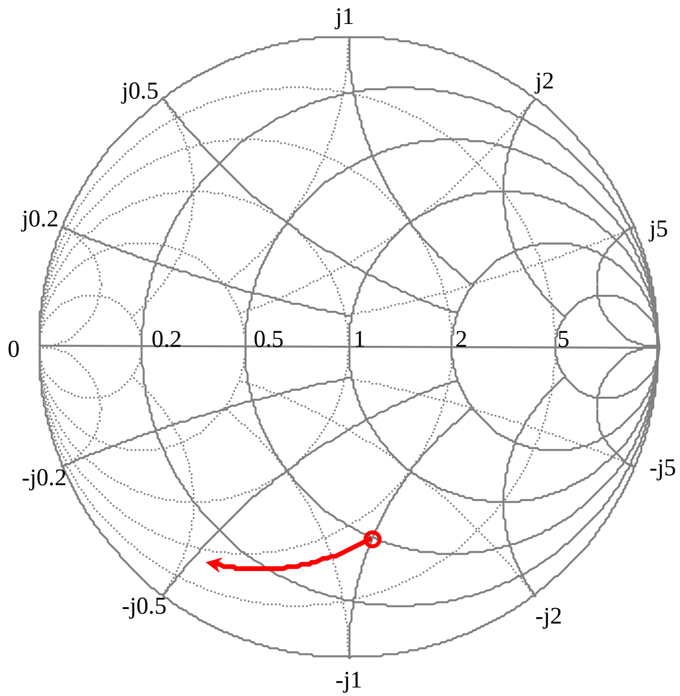
$$Y_{in} = G_L + j\left(B_L + B_P\right)$$

In questo caso sulla Carta di Smith il punto corrispondente all'ammettenza ***Y_{in}*** si troverà sulla stessa circonferenza a conduttanza costante (***$G = G_L$***) rispetto all'ammettenza di carico ***Y_L*** , ma spostato all'intersezione con la circonferenza a suscettanza costante ***$B = B_L + B_P$*** . La suscettanza aggiunta in parallelo sarà positiva o negativa a seconda che sia del tipo capacitivo o induttivo :

$$B_P = Im\left[j\omega \cdot C\right] = \omega \cdot C \qquad\qquad B_P = Im\left[\frac{1}{j\omega \cdot L}\right] = -\frac{1}{\omega \cdot L}$$

e quindi la suscettanza della ***Y_{in}*** sarà maggiore o minore di quella del carico a seconda del tipo di componente :



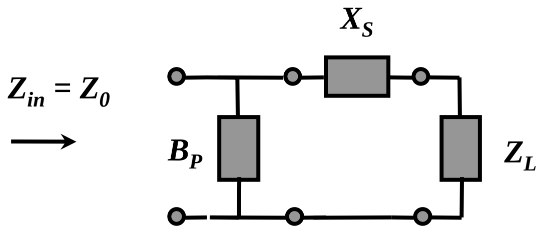


B.- Sintesi della rete di adattamento

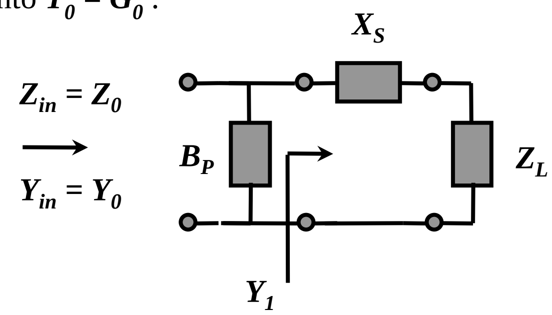
Illustriamo con un esempio il metodo di sintesi di una rete ad una cella, e supponiamo di dover sintetizzare una rete che adatti un carico $\boldsymbol{Z_L}$ a $\boldsymbol{Z_0}$, cioè che presenti all'ingresso della rete una $\boldsymbol{Z_{in}}$ pari a $\boldsymbol{Z_0}$; supponiamo inoltre che la frequenza di lavoro sia 10 GHz. Notiamo che l'impedenza di adattamento viene solitamente indicata come $\boldsymbol{Z_0}$ e non come $\boldsymbol{Z_0^*}$, come sarebbe più corretto in via di principio, perchè $\boldsymbol{Z_0}$ è nella totalità dei casi pratici reale, e normalmente pari a ***50 Ω***. Prendiamo il valore dell'impedenza del carico pari (per esempio) a:

$$\overline{Z_L} = 0.5 - j \quad \Leftrightarrow \quad Z_L = \left(25 - j50\right)\Omega$$

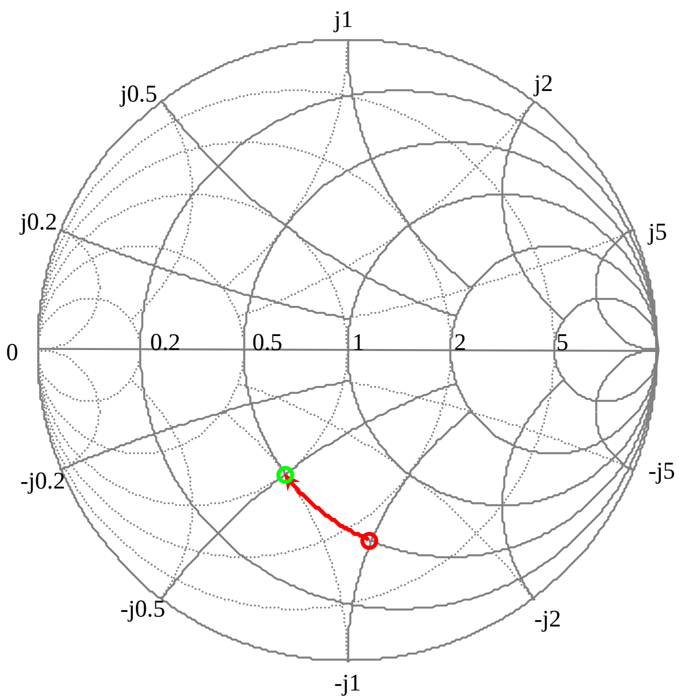
e vediamo se è possibile sintetizzare una cella con un elemento reattivo in serie ed uno suscettivo in parallelo, cioè con topologia :



Un possibile procedimento consiste nell''accordare' con il primo elemento la parte reale dell'ammettenza ($\boldsymbol{Y_1 = G_0 - jB_P}$, con $\boldsymbol{B_P}$ di valore non intenzionale risultante da questa prima operazione), riservandosi così con il secondo e ultimo passo di compensare la suscettanza risultante $\boldsymbol{-B_P}$ tramite una suscettanza in parallelo di valore uguale ed opposto $\boldsymbol{B_P}$; il carico finale a questo punto sarà appunto $\boldsymbol{Y_0 = G_0}$.



Sulla Carta di Smith si cerca di scegliere il primo elemento (in serie) in modo tale da portare la $\boldsymbol{Z_1 = 1/\ Y_1 = Z_L + jX_S}$ sulla circonferenza a parte reale della conduttanza pari a $\boldsymbol{G_0 = 1/Z_0 = 20\ mS}$, per poter con il passo successivo compensare la suscettanza residua. Ciò può essere fatto seguendo una circonferenza a parte reale costante della impedenza:



La reattanza in serie utilizzata per questo scopo in questo caso è una induttanza, di valore tale da portare il punto $\boldsymbol{Z_L}$ nel punto $\boldsymbol{Z_1}$. Visto che è:

$$\overline{Z_L} = 0.5 - j \qquad \overline{Z_1} = 0.5 - j0.5$$

$$Z_L = (25 - j50)\,\Omega \qquad Z_1 = (25 - j25)\,\Omega$$

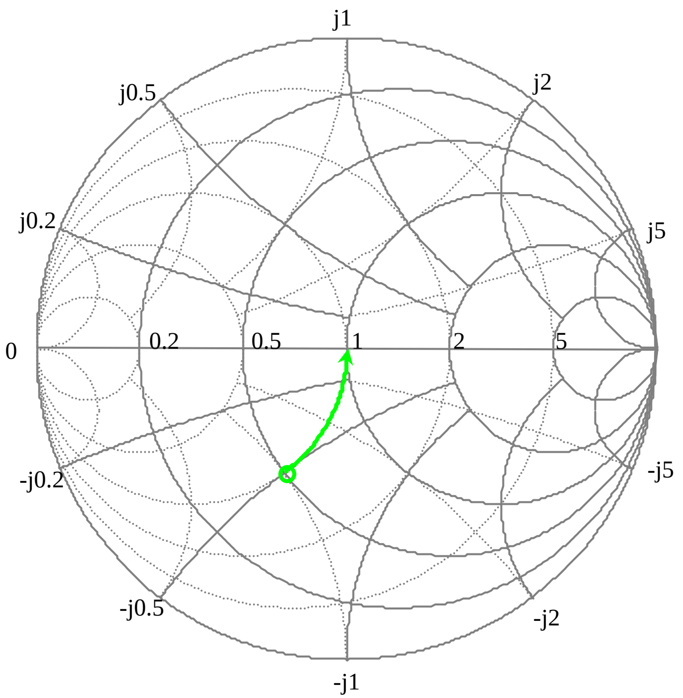
$$X_S = \omega \cdot L = \Delta X = X_1 - X_L = (-25 + 50)\Omega = 25\,\Omega \quad \Longrightarrow \quad L_S = \frac{\Delta X}{\omega} = \frac{25}{2\pi \cdot 10 \cdot 10^9} H = 398\ pH$$

Il punto in cui siamo arrivati è situato per costruzione sulla circonferenza che individua tutti i punti a parte reale della ammettenza pari a $\boldsymbol{G_0 = 1/Z_0 = 20\ mS}$. Il valore della sua ammettenza si legge sulle circonferenze a parte reale e parte immaginaria della ammettenza costanti, e vale:

$$\overline{Y_1} = \overline{G_1} + j\overline{B_1} = 1 + j$$

$$Y_1 = G_1 + jB_1 = (.02 + j.02)S = (20 + j20)mS$$

Si vuole ora, inserendo una suscettanza in parallelo, arrivare ad avere $\boldsymbol{Y_{in} = Y_0 = 20\ mS}$ reale e pari alla ammettenza caratteristica. Guardando la Carta di Smith ciò corrisponde a percorrere la circonferenza a parte reale costante (e pari a $\boldsymbol{G_0}$) fino a raggiungere il centro della Carta:



Ciò si ottiene facilmente scegliendo $\boldsymbol{B_P}$ in modo da compensare la parte immaginaria di $\boldsymbol{Y_1}$:

$$\overline{B_P} = -\overline{B_1} = -1 \quad \Leftrightarrow \quad B_P = -B_1 = -20\,mS$$

L'elemento che realizza una suscettanza negativa è un induttore, tale che sia:

$$B_P = -\frac{1}{\omega \cdot L_P} = -20\,mS \quad \Longrightarrow \quad L_P = \frac{1}{2\pi \cdot 10 \cdot 10^9 \cdot 20 \cdot 10^{-3}} = 796\ pH$$

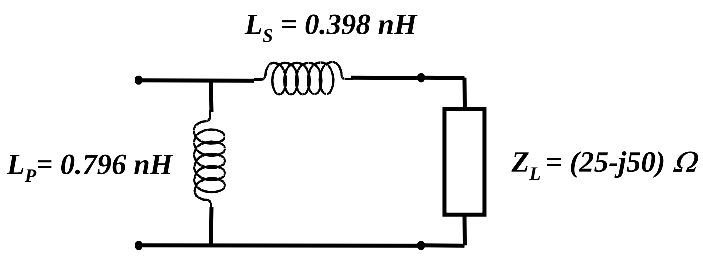
In questo modo si è ottenuta una ammettenza $\boldsymbol{Y_{in}}$ di valore:

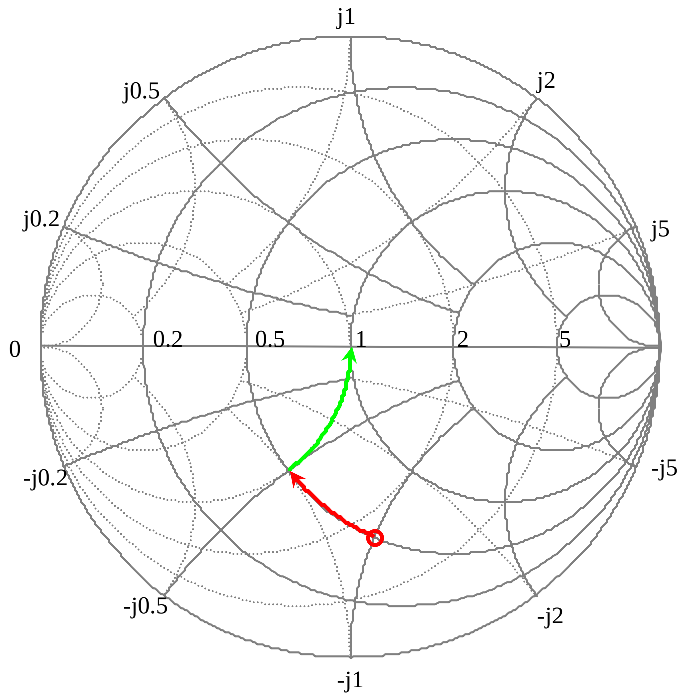
$$Y_{in} = Y_1 + jB_P = (G_1 + jB_1) + jB_P = 20\,mS = Y_0$$

cioè anche:

$$Z_{in} = \frac{1}{Y_{in}} = 50\,\Omega = Z_0$$

Abbiamo quindi realizzato l'adattamento del carico $\boldsymbol{Z_L}$ tramite una cella di tipo L serie / L parallelo:





Questa non è l'unica possibilità; guardando la Carta di Smith si vede che si può effettuare il percorso $\boldsymbol{Z_L}$ **-** $\boldsymbol{Z_2 / Y_2}$ **-** $\boldsymbol{Y_0}$, con $\boldsymbol{Z_2 / Y_2}$ ancora sulla circonferenza a parte reale dell'ammettenza pari a $\boldsymbol{G_0}$, e valore pari a:

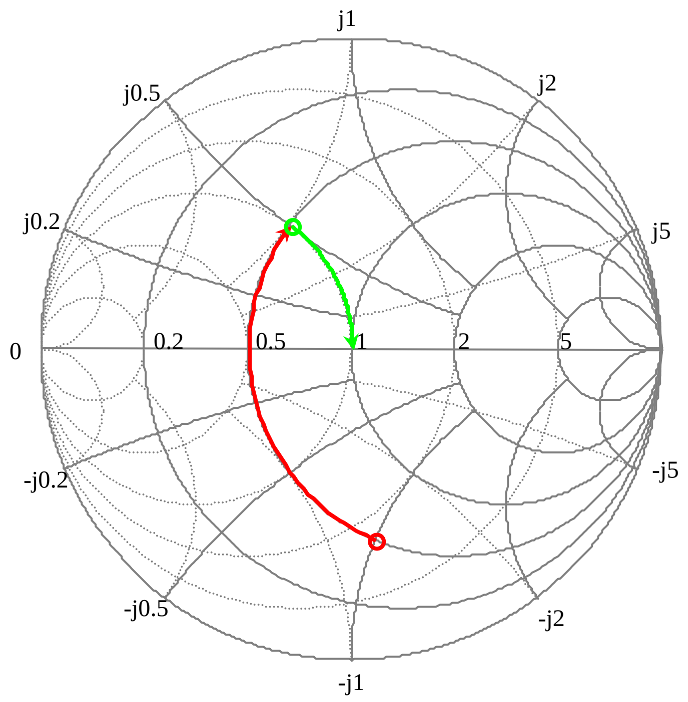
$$\overline{Z_2} = \overline{R_2} + j\overline{X_2} = 0.5 + j0.5 \quad \Leftrightarrow \quad Z_2 = R_2 + jX_2 = (25 + j25)\Omega$$

$$\overline{Y_2} = \overline{G_2} + j\overline{B_2} = 1 - j \quad \Leftrightarrow \quad Y_2 = G_2 + jB_2 = (20 - j20)mS$$

Il componente in serie necessario per passare da $\boldsymbol{Z_L}$ a $\boldsymbol{Z_2}$ è ancora una induttanza, di valore:

$$X_S = \omega \cdot L = \Delta X = X_2 - X_L = (25 + 50)\Omega = 75\,\Omega$$

$$L_S = \frac{\Delta X}{\omega} = \frac{75}{2\pi \cdot 10 \cdot 10^9} H = 1.19\,nH$$

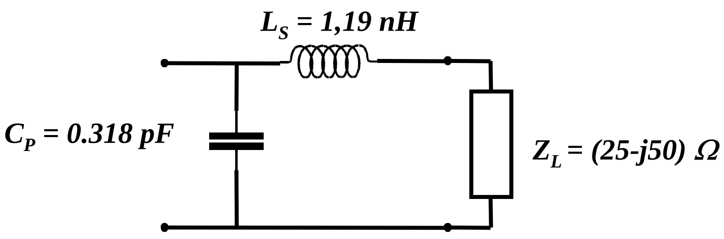


L'induttanza risultante ha un valore superiore a quella utilizzata in precedenza. Il passo successivo, necessario per passare da $\boldsymbol{Z_2}$ a $\boldsymbol{Z_0}$, si effettua ancora con un componente in parallelo, visto che ci si deve muovere su di una circonferenza a parte reale della ammettenza (conduttanza) costante; stavolta però, visto che si deve compensare una suscettanza negativa, si deve utilizzare una capacità in parallelo, che ha una suscettanza positiva:

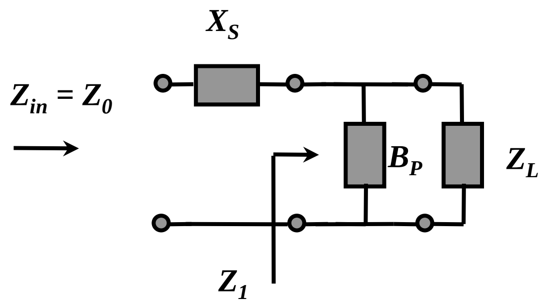
$$B_P = \omega \cdot C_P = -B_2 = 20\,mS$$

$$C_P = \frac{20 \cdot 10^{-3}}{2\pi \cdot 10 \cdot 10^9} = 318\ fF$$

In questo caso abbiamo quindi realizzato l'adattamento del carico $\boldsymbol{Z_L}$ tramite una cella di tipo L serie / C parallelo:

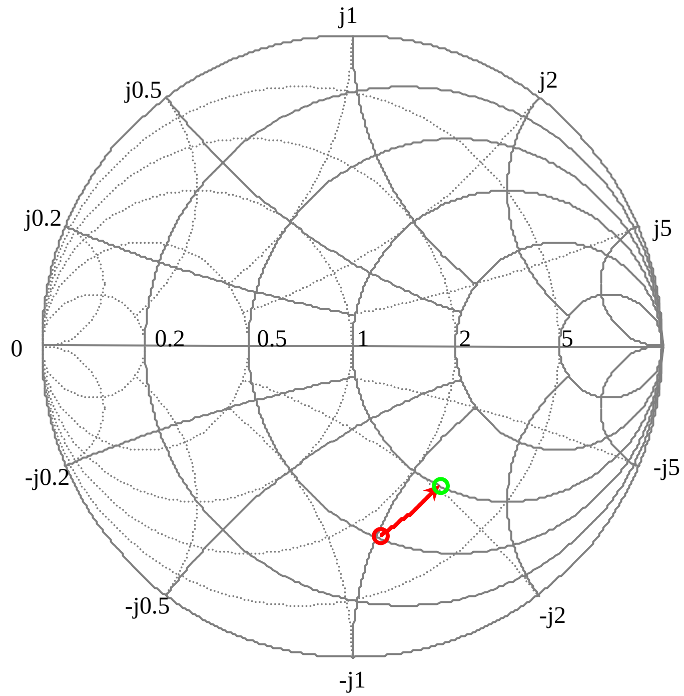


Esistono altre due possibili procedure, che conducono con il primo passo sulla circonferenza a parte reale della impedenza (resistenza) costante e pari a $\boldsymbol{Z_0}$, e con il secondo passo conducono al centro della Carta. Ciò corrisponde ad ‘accordare’ con il primo elemento la parte reale dell’impedenza ($\boldsymbol{Z_1 = Z_0 - jX_S}$, con $\boldsymbol{X_S}$ di valore non intenzionale risultante da questa prima operazione), riservandosi così con il secondo e ultimo passo di compensare la reattanza risultante $\boldsymbol{-X_S}$ tramite una reattanza in serie di valore uguale ed opposto $\boldsymbol{X_S}$; il carico finale sarà appunto $\boldsymbol{Z_0}$.



Cerchiamo di scegliere il primo elemento (in parallelo) in modo tale da portare la $\boldsymbol{Y_1 = Y_L + jB_P}$ sulla circonferenza a parte reale dell’impedenza pari a $\boldsymbol{Z_0 = 50\ \Omega}$, per poter con il passo successivo compensare la reattanza residua. Ciò può essere fatto seguendo una circonferenza a conduttanza costante.

La suscettanza in parallelo utilizzata per questo scopo in questo caso è una induttanza, di valore tale da portare il punto $\boldsymbol{Y_L}$ nel punto $\boldsymbol{Y_1}$. Visto che è:



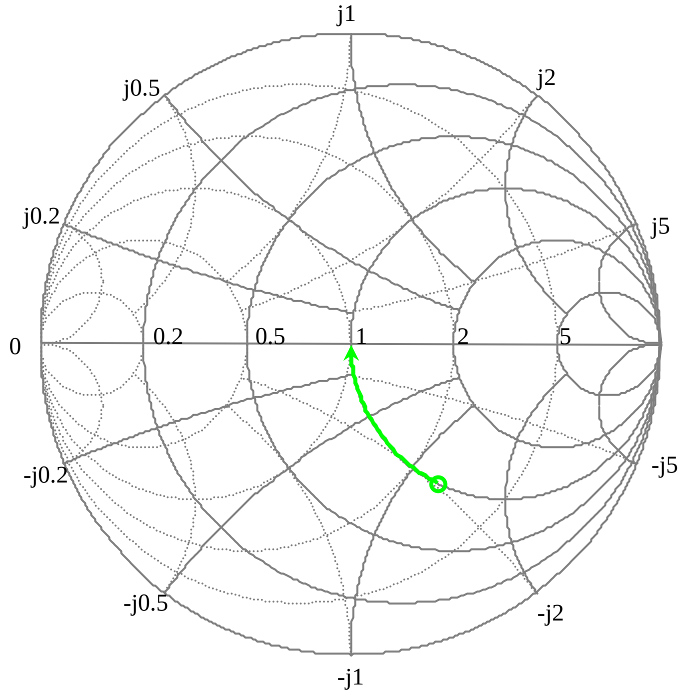
$$\overline{Z_L} = 0.5 - j \quad \Leftrightarrow \quad Z_L = (25 - j50)\Omega$$

$$\overline{Y_L} = \frac{1}{\overline{Z_L}} = \overline{G_L} + j\overline{B_L} = 0.4 + j0.8 \Leftrightarrow Y_L = \frac{1}{Z_L} = G_L + jB_L = (8 + j16)mS$$

$$\overline{Y_1} = \overline{G_1} + j\overline{B_1} = 0.4 + j0.5 \Leftrightarrow Y_1 = G_1 + jB_1 = (8 + j10)mS$$

$$B_P = -\frac{1}{\omega \cdot L_P} = \Delta B = B_1 - B_L = (10 - 16)\,mS = -6\,mS \quad \Longrightarrow \quad L_P = \frac{1}{\omega \cdot \Delta B} = \frac{1}{2\pi \cdot 10 \cdot 10^9 \cdot 6 \cdot 10^{-3}} H = 2.65\,nH$$

Il punto in cui siamo arrivati è situato per costruzione, come detto, sulla circonferenza che individua tutti i punti a parte reale della impedenza pari a $\boldsymbol{Z_0 = 50\ \Omega}$. Il valore della sua impedenza si legge sulle circonferenze a parte reale e parte immaginaria della impedenza costanti, e vale:



$$\overline{Z_1} = \overline{R_1} + j\overline{X_1} = 1 - j1.2 \quad \Leftrightarrow \quad Z_1 = R_1 + jX_1 = (50 - j60)\Omega$$

Si vuole ora, inserendo una reattanza in serie, arrivare ad avere $\boldsymbol{Z_{in} = Z_0 = 50\ \Omega}$ reale e pari alla impedenza caratteristica. Guardando la Carta ciò corrisponde a percorrere la circonferenza a parte reale della impedenza costante (e pari a $\boldsymbol{Z_0}$) fino a raggiungerne il centro :

Ciò si ottiene facilmente scegliendo $\boldsymbol{X_S}$ in modo da compensare la parte immaginaria di $\boldsymbol{Z_1}$:

$$\overline{X_S} = -\overline{X_1} = 1.2 \quad \Leftrightarrow \quad X_S = -X_1 = 60\,\Omega$$

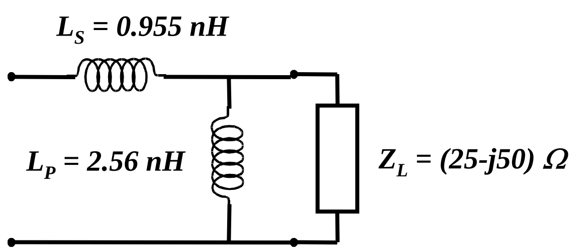
L’elemento che realizza una reattanza positiva è un induttore, tale che sia:

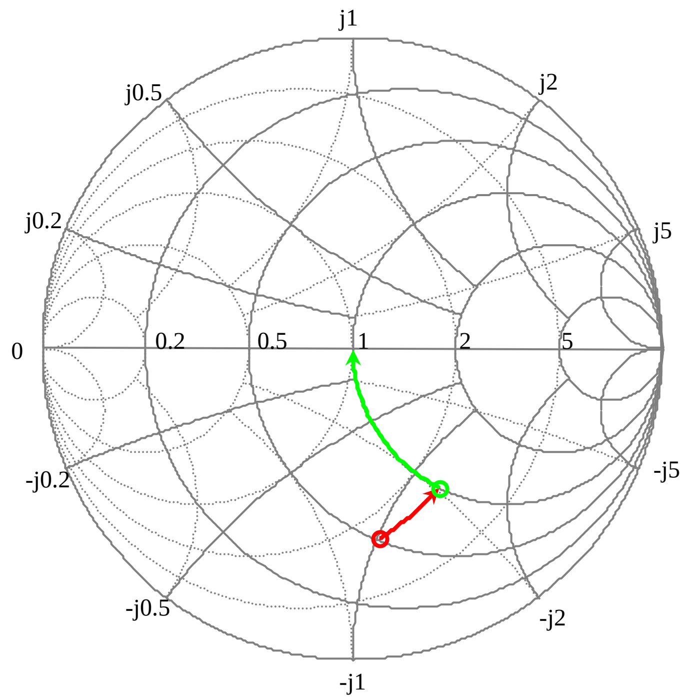
$$X_S = \omega \cdot L_S = 60\ \Omega \quad \Longrightarrow \quad L_S = \frac{60}{2\pi \cdot 10 \cdot 10^9} = 955\ pH$$

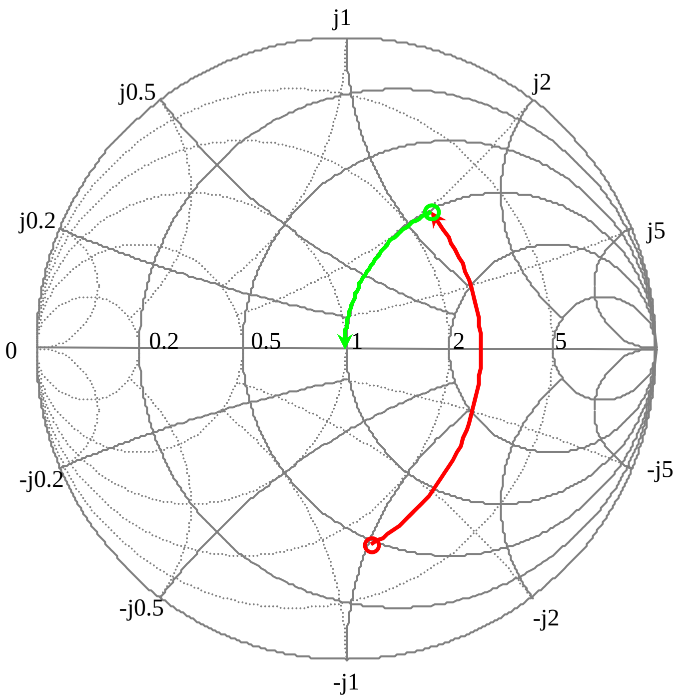
In questo modo si è ottenuta una impedenza $\boldsymbol{Z_{in}}$ di valore:

$$Z_{in} = Z_1 + jX_S = (R_1 + jX_1) + jX_S = 50\,\Omega = Z_0$$

Abbiamo quindi realizzato l'adattamento del carico $\boldsymbol{Z_L}$ tramite una cella di tipo L parallelo / L serie:







Vediamo ora l'altra possibilità; guardando la Carta si vede che si può effettuare il percorso $\boldsymbol{Y_L}$ **-** $\boldsymbol{Y_2 / Z_2}$ **-** $\boldsymbol{Z_0}$, con $\boldsymbol{Y_2 / Z_2}$ ancora sulla circonferenza a parte reale dell'impedenza pari a $\boldsymbol{Z_0}$, e valore pari a:

$$\overline{Y_2} = \overline{G_2} + j\overline{B_2} = 0.4 - j0.5 \quad \Leftrightarrow \quad Y_2 = G_2 + jB_2 = (8 - j10)mS$$

$$\overline{Z_2} = \overline{R_2} + j\overline{X_2} = 1 + j1.2 \quad \Leftrightarrow \quad Z_2 = R_2 + jX_2 = (50 + j60)\Omega$$

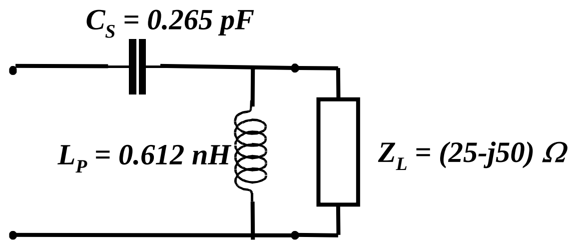
Il componente in parallelo necessario per passare da $\boldsymbol{Y_L}$ a $\boldsymbol{Y_2}$ è ancora una induttanza, di valore:

$$B_P = -\frac{1}{\omega \cdot L_P} = \Delta B = B_2 - B_L = (-10-16)mS = -26\ mS \quad \Rightarrow \quad L_P = \frac{1}{\omega \cdot \Delta B} = \frac{1}{2\pi \cdot 10 \cdot 10^9 \cdot 26 \cdot 10^{-3}} H = 612\ pH$$

L'induttanza ottenuta ha un valore inferiore a quella utilizzata precedentemente. Il passo successivo, necessario per passare da $\boldsymbol{Z_2}$ a $\boldsymbol{Z_0}$, si effettua ancora con un componente in serie, visto che ci si deve muovere su di una circonferenza a parte reale della impedenza (resistenza) costante; stavolta però, visto che si deve compensare una reattanza positiva, si deve utilizzare una capacità in serie, che ha una reattanza negativa:

$$X_S = -\frac{1}{\omega \cdot C_S} = -X_2 = -60\,\Omega \quad \Rightarrow \quad C_S = \frac{1}{2\pi \cdot 10 \cdot 10^9 \cdot 60} F = 265\ fF$$

In questo caso abbiamo quindi realizzato l'adattamento del carico $\boldsymbol{Z_L}$ tramite una cella di tipo L parallelo / C serie:

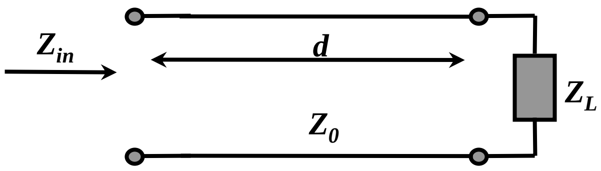


Si può facilmente vedere che ***non sempre è possibile utilizzare entrambe le topologie***: per esempio, se la $\boldsymbol{Z_L}$ è situata all'interno della circonferenza a conduttanza costante $\boldsymbol{Y_0}$ non può essere utilizzata la connessione del tipo parallelo / serie, ma solo quella del tipo serie / parallelo; analogamente se la $\boldsymbol{Z_L}$ è situata all'interno della circonferenza a resistenza costante $\boldsymbol{Z_0}$ non può essere utilizzata la connessione del tipo serie / parallelo, ma solo quella del tipo parallelo / serie. Inoltre per ogni topologia non possono essere utilizzate tutte le combinazioni di induttanza e capacità: il primo elemento deve essere di tipo opposto alla parte immaginaria del carico. Più esplicitamente, se la $\boldsymbol{Z_L}$ è di tipo capacitivo il primo elemento (sia in serie che in parallelo) deve essere una induttanza, se invece la $\boldsymbol{Z_L}$ è di tipo induttivo allora il primo elemento deve essere una capacità.

Rete ad elementi distribuiti

A.- Connessioni in serie ed in parallelo

Consideriamo l'effetto della connessione di elementi distribuiti, cioè per quel che ci riguarda essenzialmente linee di trasmissione, in serie e in parallelo, e limitiamoci per il momento a linee di trasmissione con impedenza caratteristica pari a quella di normalizzazione, cioè $\boldsymbol{Z_0}$. Ricordiamo che una linea di trasmissione di lunghezza $\boldsymbol{d}$ e con costante di propagazione $\gamma = \alpha + j\beta$ caricata da una impedenza $\boldsymbol{Z_L}$ presenta una impedenza di ingresso pari a :



$$Z_{in} = Z_0 \frac{Z_L \cdot cosh(\gamma \cdot d) + Z_0 \cdot sinh(\gamma \cdot d)}{Z_0 \cdot cosh(\gamma \cdot d) + Z_L \cdot sinh(\gamma \cdot d)}$$

Nel caso di linea senza perdite, che normalmente si considera, $\gamma = j\beta$, e quindi:

$$Z_{in} = Z_0 \frac{Z_L \cdot cos(\beta \cdot d) + jZ_0 \cdot sin(\beta \cdot d)}{Z_0 \cdot cos(\beta \cdot d) + jZ_L \cdot sin(\beta \cdot d)}$$

Se si introduce il coefficiente di riflessione del carico ($b_L = \Gamma_L \cdot a_L$), lungo la linea si ha :

$$a(x) = a(0) \cdot e^{-\gamma \cdot d} \qquad\qquad b(x) = b(0) \cdot e^{\gamma \cdot d}$$

All'ingresso della linea si ha quindi:

$$\Gamma_{in} = \Gamma(-d) = \frac{b(-d)}{a(-d)} = \frac{b(0) \cdot e^{-\gamma \cdot d}}{a(0) \cdot e^{\gamma \cdot d}} = \Gamma_L \cdot e^{-2\gamma \cdot d} = \Gamma_L \cdot e^{-2\alpha \cdot d} \cdot e^{-j2\beta \cdot d}$$

Nel caso di linea senza perdite

$$\Gamma_{in} = \Gamma_L \cdot e^{-j2\beta \cdot d}$$

Ciò significa che il punto che rappresenta la $\boldsymbol{Z_{in}}$, o meglio il Γ_{in} , si muove lungo una circonferenza di raggio pari al modulo di Γ_L ***in verso orario***, con angoli proporzionali alla lunghezza ***d*** della linea; in particolare avrà percorso tutta la circonferenza quando:

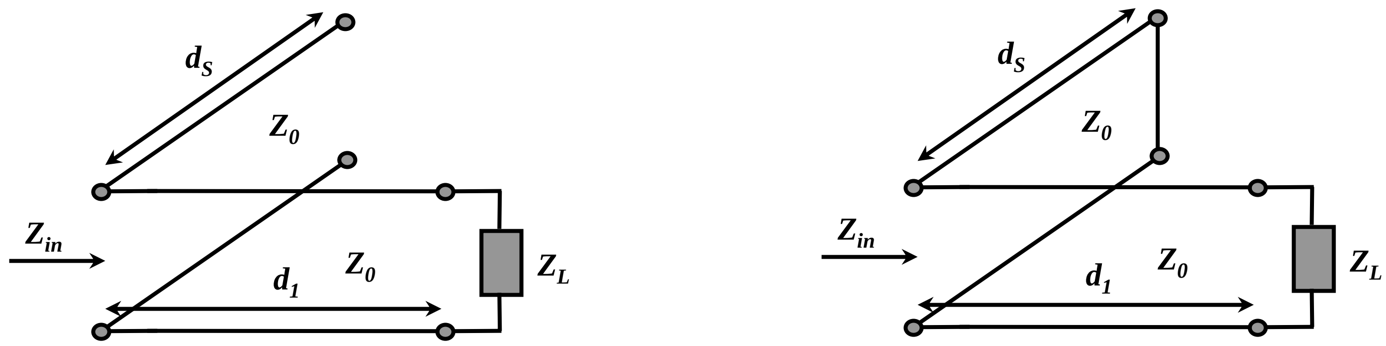
$$2\beta \cdot d = 2\pi \quad \Longrightarrow \quad d = \frac{2\pi}{2\beta} = \frac{2\pi}{2 \cdot \frac{2\pi}{\lambda}} = \frac{\lambda}{2}$$

Una linea lunga mezza lunghezza d'onda farà quindi percorrere al coefficiente di riflesione un giro completo sulla Carta, fino a tornare al valore di partenza. Lunghezze minori faranno compiere percorsi proporzionalmente più brevi; l'angolo da percorrere è facilmente leggibile sul bordo esterno della Carta, che è graduata in frazioni di lunghezza d'onda. La graduazione varia da ***0*** a ***0.5*** λ partendo dal corto circuito (***Z = -1 + j0***) e percorrendo il bordo della Carta; dopo un quarto di lunghezza d'onda (***0.25*** λ) avrà percorso mezzo giro, corrispondente al circuito aperto (***Z = +1 + j0***). Dopo un giro completo tornerà come detto al punto di partenza (corto circuito).

Per quel che riguarda una linea di trasmissione in parallelo, si può considerare il suo effetto semplicemente come quello di una ammettenza in parallelo, di valore $\boldsymbol{Y_{in} = 1 / Z_{in}}$, con quest'ultima data dalla formula precedente.

B.- Sintesi della rete di adattamento

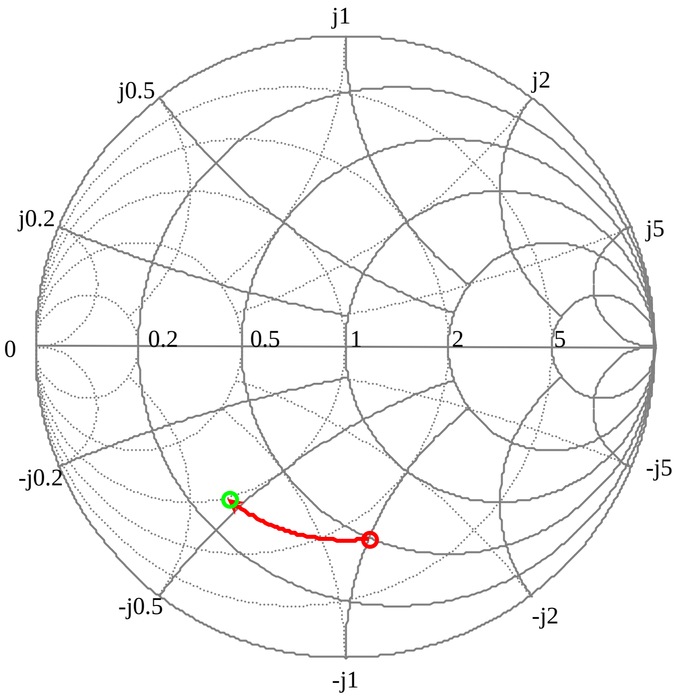
La tipica cella ad elementi distribuiti è costituita dall'equivalente della rete a scala per la rete ad elementi concentrati, e cioè dalla successione di linee in serie ed in parallelo. Affinchè la rete sia di tipo reattivo le linee devono essere senza perdite, e gli elementi in parallelo devono essere caricati da elementi reattivi; tipicamente vengono utilizzate linee in parallelo caricate da un circuito aperto o da un corto circuito:



Le linee in parallelo assumono il nome di '***stub***', in corto o aperto a seconda del caso. L'impedenza caratteristica delle due linee è pari a Z_0 , cosicchè si hanno due soli elementi liberi per la sintesi, e cioè le due lunghezze d_l e d_s ; anche in questo caso è rispettata l'analogia con la cella ad elementi concentrati. Naturalmente la generica cella può avere linee di impedenza caratteristica differente da Z_0 , ma si tende ad utilizzare questi ulteriori due parametri liberi per ampliare la banda di frequenze di adattamento o per compensare effetti parassiti, piuttosto che per ridurre il numero di elementi della rete di adattamento, dato il loro non grande effetto sull'adattamento stesso.

Illustriamo con un esempio il metodo di sintesi di una rete ad elementi distribuiti, e supponiamo di dover sintetizzare una rete che adatti il carico $\boldsymbol{Z_L}$ a $\boldsymbol{Z_0}$; supponiamo inoltre di lavorare a 10 GHz. Scegliamo il valore dell'impedenza del carico pari ancora una volta a:

$$\overline{Z_L} = 0.5 - j \quad \Leftrightarrow \quad Z_L = (25 - j50)\Omega$$



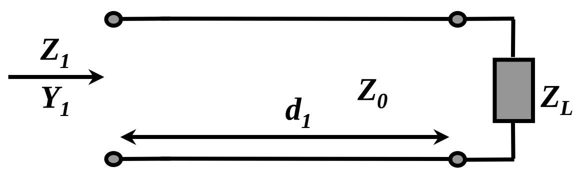
Sintetizziamo una cella con un tratto di linea in serie ed uno in parallelo, come nella figura precedente, cioè determiniamo le lunghezze dei due tratti di linea. Iniziando con il tratto di linea in serie, scegliamolo di lunghezza tale da portare la $\boldsymbol{Z_{in}}$ sul cerchio a conduttanza (normalizzata) pari a ***1***:

La lunghezza di questo tratto di linea si legge sul bordo della Carta, e vale:

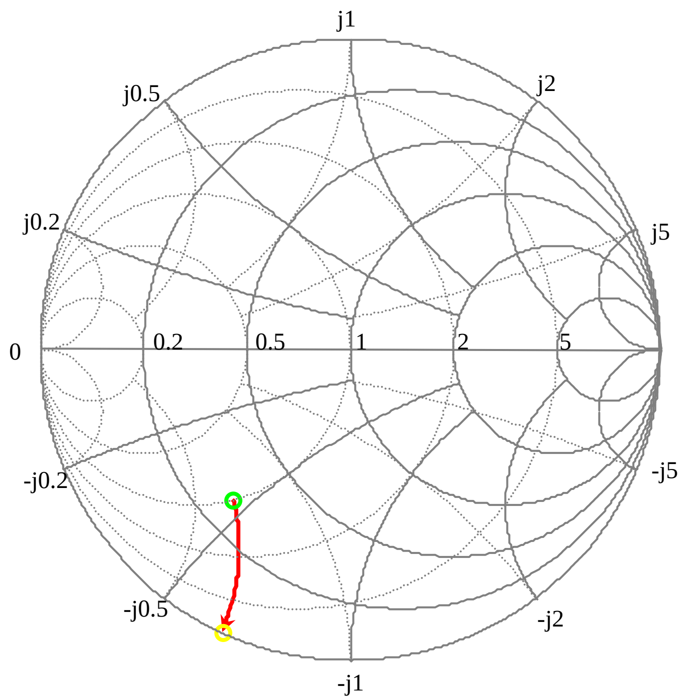
$$d_l = d_1 - d_L = (0.428 - 0.365)\lambda = 0.063\,\lambda$$

I valori dell'impedenza e dell'ammettenza d'ingresso sono ora:

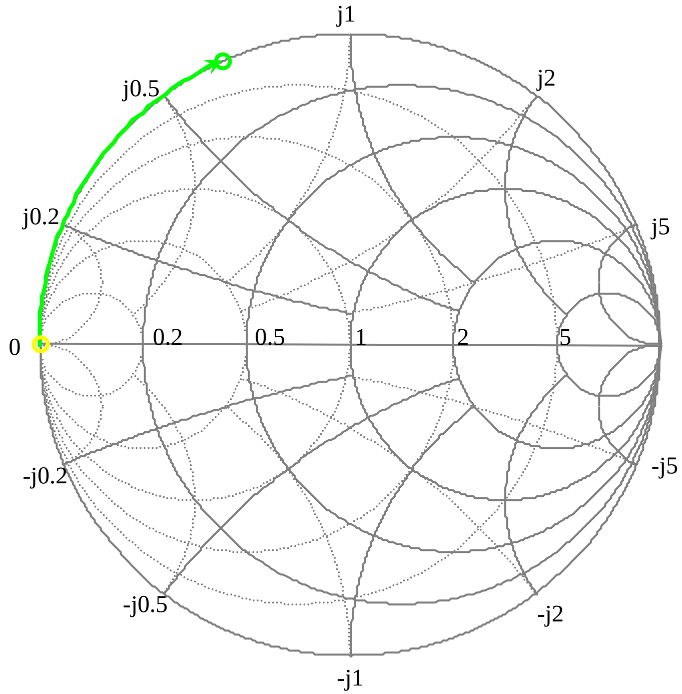
$$\overline{Z_1} = 0.3 - j0.45 \quad \Leftrightarrow \quad Z_1 = (15 - j22)\Omega$$
$$\overline{Y_1} = 1 + j1.55 \quad \Leftrightarrow \quad Y_1 = (0.02 + j0.031)S$$



Analogamente al caso di rete ad elementi concentrati, abbiamo così 'accordato' la parte reale dell'ammettenza ($\boldsymbol{Y_1 = G_0 + jB_1}$, con $\boldsymbol{B_1}$ di valore non intenzionale risultante da questa prima operazione), riservandoci così con il secondo e ultimo passo di compensare la suscettanza risultante $\mathbf{B_1}$ tramite una suscettanza in parallelo di valore uguale ed opposto $\boldsymbol{-B_1}$; la suscettanza in parallelo in questo caso è realizzata per l'appunto tramite uno '***stub***', di lunghezza opportuna. La lunghezza dello '***stub***' deve essere tale da presentare dunque in ingresso un valore reattivo pari a $\boldsymbol{-jB_1}$; nel nostro caso, essendo $\boldsymbol{Y_1}$ di tipo capacitivo, dovremo utilizzare uno '***stub***' di tipo induttivo, che presenti cioè una ammettenza $\boldsymbol{Y_3}$ situata nella parte superiore della Carta. Per avere una lunghezza non eccessivamente grande è opportuno che lo '***stub***' sia chiuso in corto circuito; partendo dal corto circuito quindi, ed aggiungendo un tratto di linea opportuno, bisogna raggiungere il punto che rappresenta la ammettenza $\boldsymbol{Y_3 = 0 - jB_1}$. Per far ciò si deve anzitutto partire dal punto $\boldsymbol{Y_1}$, e seguire la circonferenza a suscettanza costante e pari a $\boldsymbol{B_1}$, fino a raggiungere il bordo della Carta :

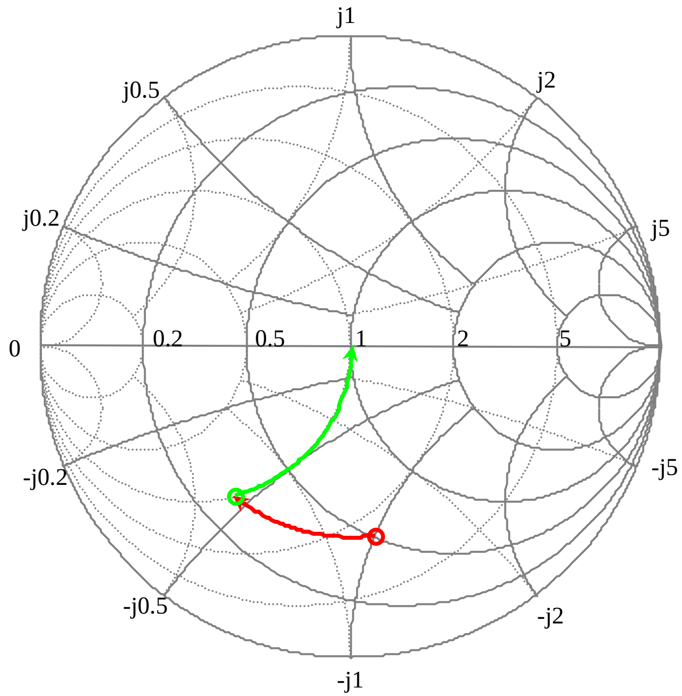


Siamo così arrivati al punto di valore $\boldsymbol{Y_2 = 0 + jB_1}$, cioè al punto che ha una suscettanza pari a quella della $\boldsymbol{Y_1}$, e parte reale pari a zero. Per ottenere il punto $\boldsymbol{Y_3 = 0\ -jB_1}$ è sufficiente prendere il punto simmetrico rispetto all'asse delle ascisse, situato cioè all'intersezione del bordo della Carta di Smith con la circonferenza a suscettanza costante $\boldsymbol{-B_1}$.



A questo punto, come detto, dobbiamo calcolare la lunghezza dello '***stub***' in corto circuito che presenti una ammettenza di ingresso pari a $\boldsymbol{Y_S = -jB_1}$. Ricordando quanto detto a proposito delle linee di trasmissione in serie, dobbiamo partire dunque dal corto circuito ($\boldsymbol{Z = -1 + j0}$), e percorrere in senso orario una circonferenza centrata nell'origine, cioè in questo caso il bordo della Carta di Smith, fino a raggiungere il punto desiderato $\boldsymbol{Y_3}$. La lunghezza da percorrere si leggerà (in lunghezze d'onda) sulla scala graduata all'esterno della Carta :

$$d_S = d_3 - d_{CC} = (0.092 - 0)\lambda = 0.092\,\lambda$$



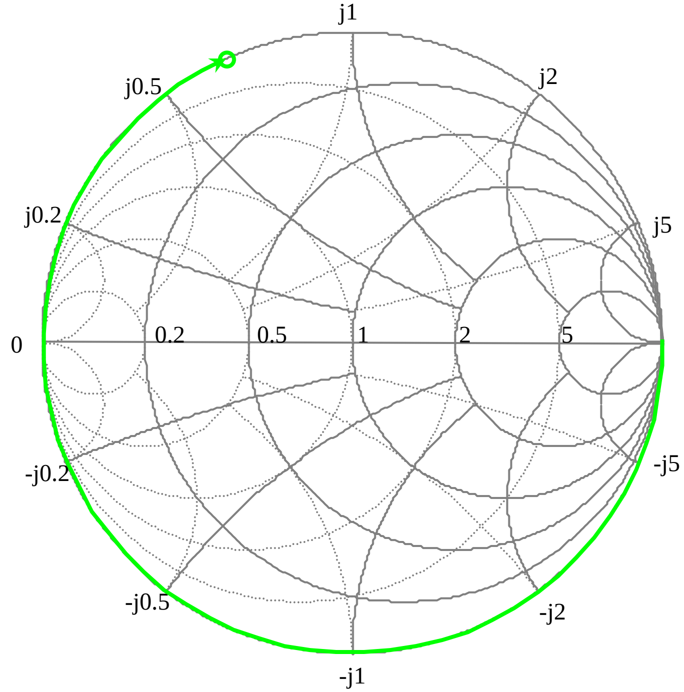
L'ammettenza di ingresso che si vedrà ora sarà proprio pari a quella caratteristica, in quanto la suscettanza dello '***stub***' avrà compensato la suscettanza residua del carico con in serie la linea di trasmissione; abbiamo così risolto il problema. Il percorso effettuato sarà:

Per determinare la lunghezza fisica delle linee, è necessario conoscere la lunghezza d'onda del segnale, che dipende dalla frequenza del segnale stesso e dalle caratteristiche della linea di trasmissione; nel caso di linea in aria si ha:

$$\lambda_0 = \frac{\lambda_0}{T} \cdot T = \frac{c_0}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{10 \cdot 10^9} = 0.03\,m = 3\,cm$$

Analogamente al caso delle reti a costanti concentrate, vi sono delle alternative. Si può per esempio sintetizzare l'ammettenza $\boldsymbol{Y_3}$ con uno '***stub***' in circuito aperto invece che in corto circuito. In questo caso la sua lunghezza sarà pari a quella trovata precedentemente più un tratto pari ad un quarto di lunghezza d'onda, necessario per portarci dal circuito aperto al corto circuito:

$$d_S = d_3 - d_{CA} = (0.092 + 0.25)\lambda = 0.342\,\lambda$$



Un'altra alternativa consiste nello scegliere la lunghezza del tratto di linea di trasmissione in serie $\boldsymbol{d_l}$ di valore tale da portare ancora la $\boldsymbol{Z_1}$ sul cerchio a conduttanza (normalizzata) pari a ***1***, ma utilizzando l'altra intersezione:

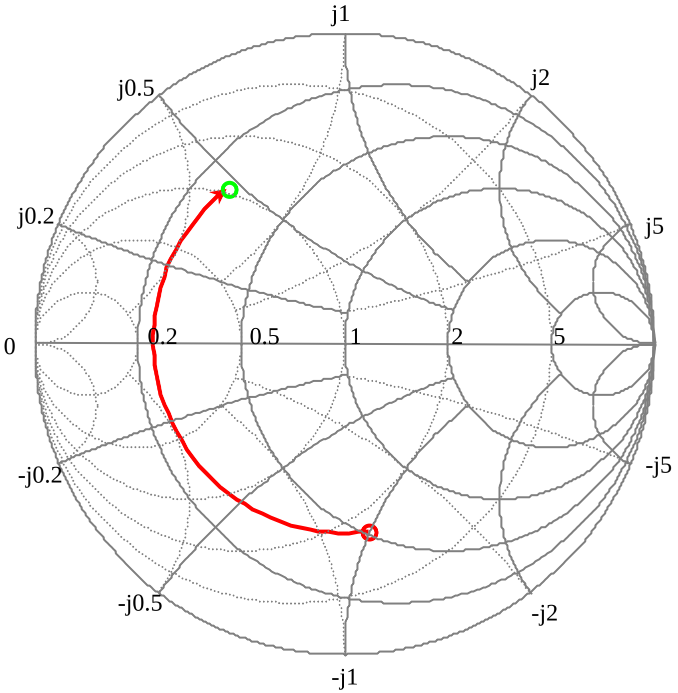
La lunghezza sarà:

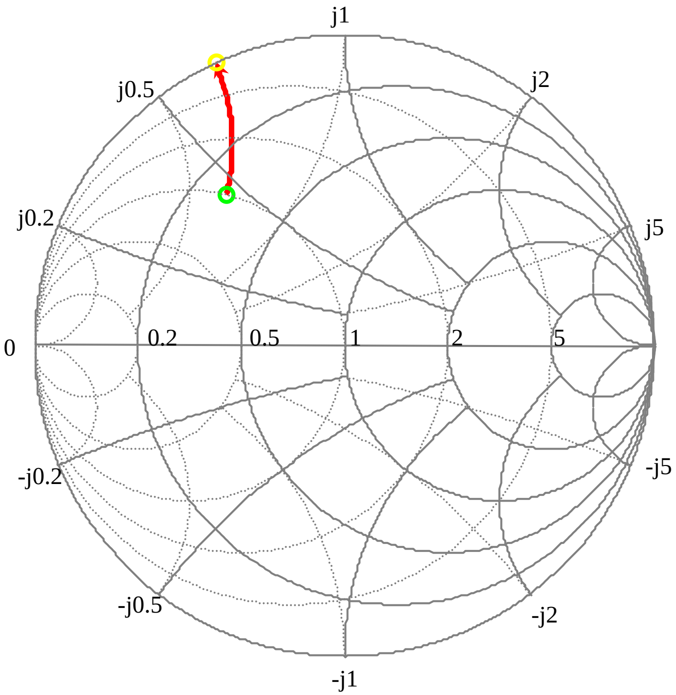
$$d_l = d_1 - d_L = [0.072 + (0.5 - 0.365)]\lambda = 0.207\,\lambda$$

e viene letta come somma del tratto da $\boldsymbol{Z_L}$ al corto circuito, dove la scala si azzera (passa da ***0.5***, cioè mezza lunghezza d'onda, a zero), più il tratto dal corto circuito a $\boldsymbol{Z_1}$. Il valore dell'impedenza $\boldsymbol{Z_1}$ è il complesso coniugato del valore ottenuto con il primo procedimento:

$$\overline{Z_1} = 0.3 + j0.45 \quad \Leftrightarrow \quad Z_1 = (15 + j22)\Omega$$

$$\overline{Y_1} = 1 - 1.55 \quad \Leftrightarrow \quad Y_1 = (0.02 - 0.031)S$$

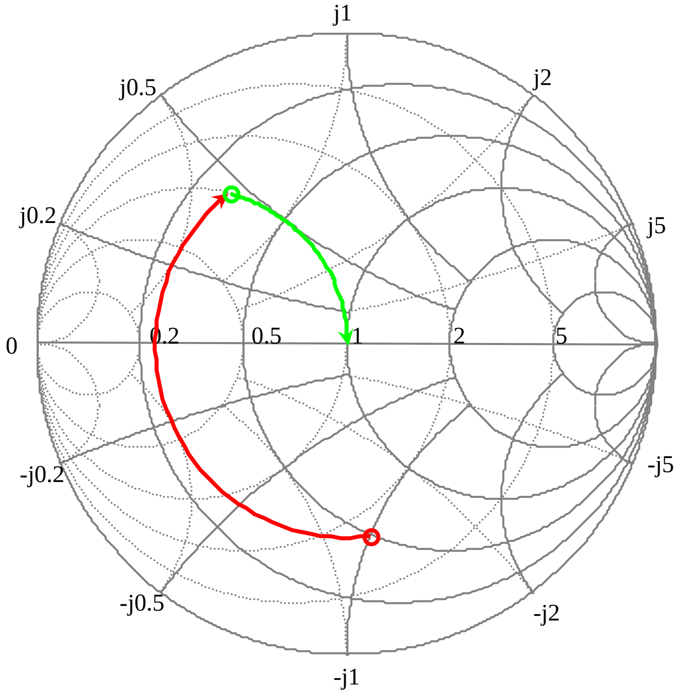


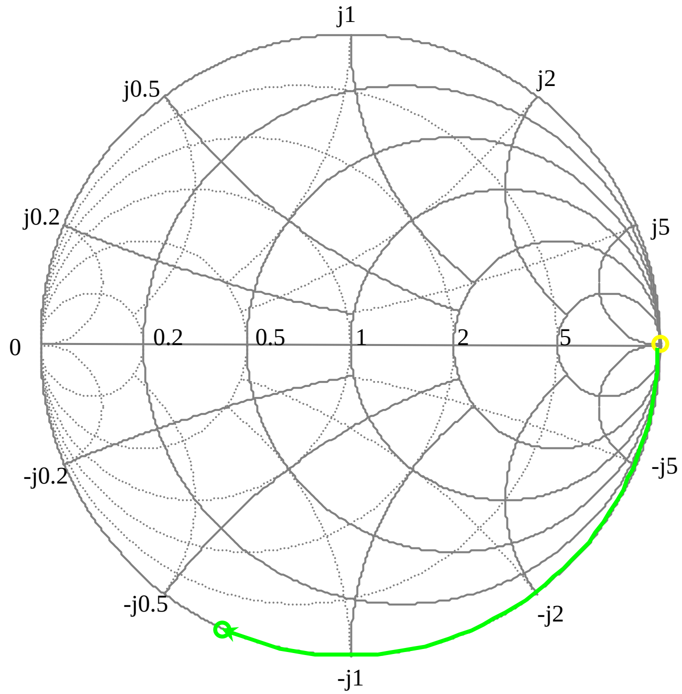


A questo punto bisogna ancora compensare la suscettanza $\boldsymbol{B_1}$ con uno '***stub***', in corto circuito o in circuito aperto. Il valore di ammettenza che deve presentare lo '***stub***' è ancora pari a $\boldsymbol{Y_S = -jB_1}$, che è il complesso coniugato di quello calcolato in precedenza, e che si trova quindi nel punto simmetrico rispetto all'asse reale della Carta.

Lo '***stub***' di lunghezza minima che lo sintetizza parte dal circuito aperto, ed è lungo:

$$d_S = d_3 - d_{CA} = (0.408 - 0.25)\lambda = 0.158\,\lambda$$



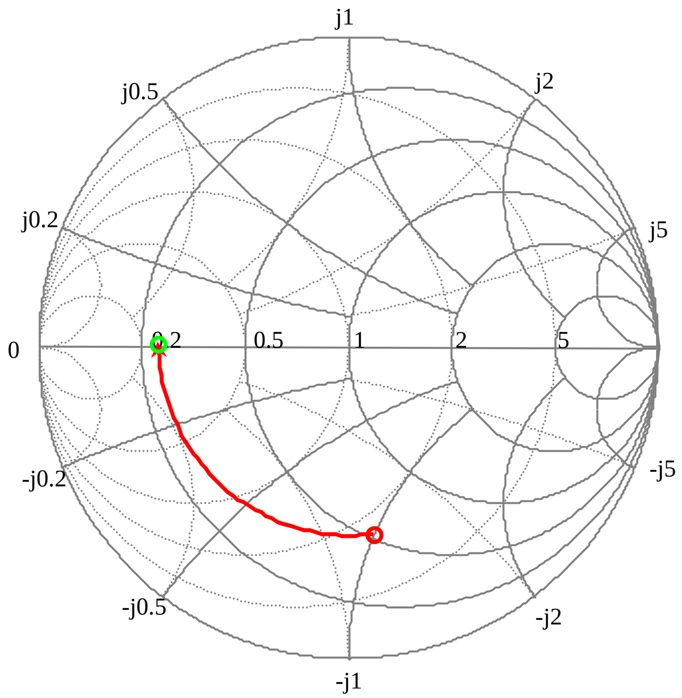


Percorso effettuato sulla Carta di Smith

Vi è un altro tipo di cella che può essere utilizzato per l'adattamento, ed è costituita da un primo tratto di linea di trasmissione in serie, con impedenza caratteristica $\boldsymbol{Z_0}$ e lunghezza da determinare, seguito da un secondo tratto di lunghezza pari ad un quarto di lunghezza d'onda ed impedenza caratteristica da determinare. I parametri liberi sono ancora due, per 'accordare' la parte reale e quella immaginaria del carico. La lunghezza del primo tratto di linea si sceglie in modo tale da avere una $\boldsymbol{Z_1}$ reale; si percorre cioè ancora una volta in senso orario una circonferenza con centro nell'origine a partire da $\boldsymbol{Z_L}$, e ci si ferma sull'asse reale. Nel caso del nostro esempio:

$$d_l = d_1 - d_L = (0.5 - 0.365)\lambda = 0.135\,\lambda$$

$$\overline{Z_1} = 0.25 + j0 \quad \Leftrightarrow \quad Z_1 = (12.5 + j0)\Omega$$



A differenza delle procedure viste in precedenza, in cui si sistemava per prima cosa la parte reale, e poi si compensava la residua parte immaginaria, in questo modo abbiamo prima eliminato la parte immaginaria, e resta da sistemare la parte reale. Per farlo si inserisce in serie un tratto di linea lungo un quarto di lunghezza d'onda, e di impedenza caratteristica $\boldsymbol{Z_{0T}}$ da determinare, che si comporta come un trasformatore di impedenza. Utilizzando la formula vista in precedenza si ha infatti per un tale tratto di linea, ***nel caso sia priva di perdite***:

$$Z_{in} = Z_{0T}\,\frac{Z_L \cdot cos(\beta \cdot d) + jZ_{0T} \cdot sin(\beta \cdot d)}{Z_{0T} \cdot cos(\beta \cdot d) + jZ_L \cdot sin(\beta \cdot d)} = \frac{Z_{0T}^2}{Z_L}$$

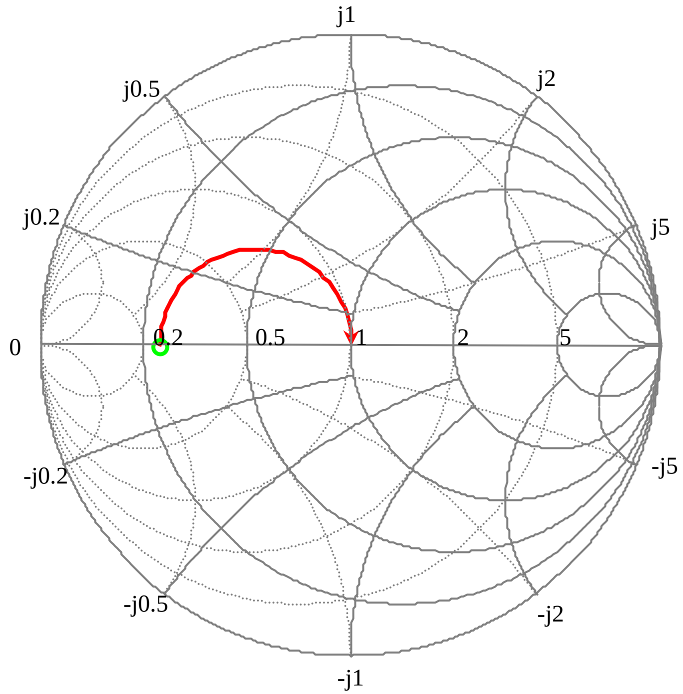
Nel nostro caso vogliamo trasformare una impedenza dal valore $\boldsymbol{Z_L = Z_1}$ al valore $\boldsymbol{Z_{in} = Z_0}$, e dovremo per far ciò scegliere il valore adatto per $\boldsymbol{Z_{0T}}$. Dalla formula precedente si ha:

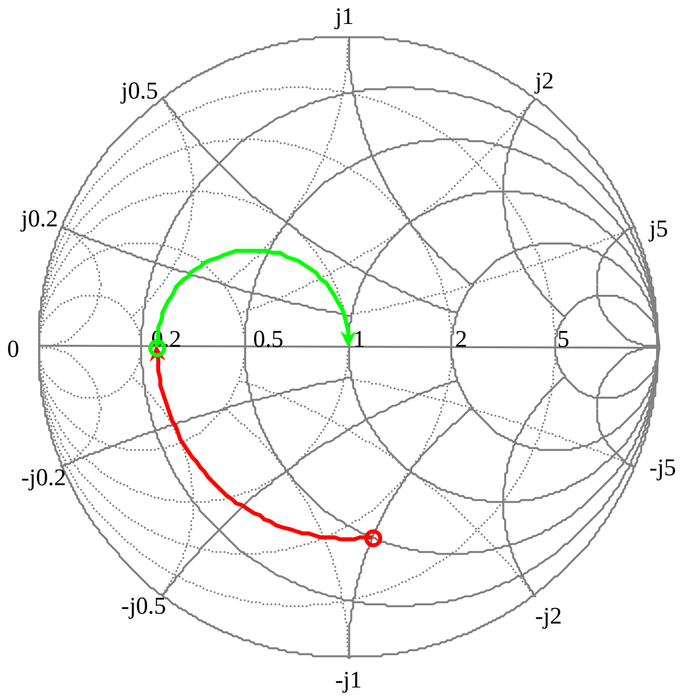
$$Z_{0T} = \sqrt{Z_1 \cdot Z_0} \quad \Leftrightarrow \quad \overline{Z_{0T}} = \sqrt{\overline{Z_1}}$$

Nel caso dell'esempio :

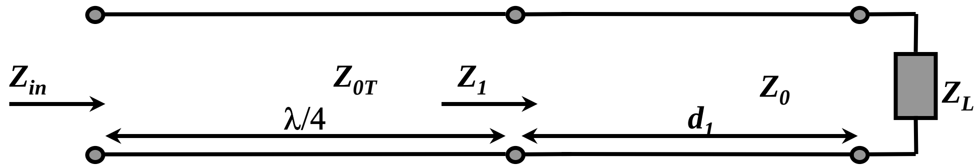
$$Z_{0T} = \sqrt{12.5 \cdot 50} = 25\Omega \quad \Leftrightarrow \quad \overline{Z_{0T}} = \sqrt{0.25} = 0.5$$

dovremo quindi inserire un tratto di linea lungo un quarto di lunghezza d'onda e di impedenza caratteristica pari alla metà di $\boldsymbol{Z_0}$, cioè ***25 Ω***, che trasforma l'impedenza $\boldsymbol{Z_1}$ in $\boldsymbol{Z_0}$:





Il problema è dunque risolto con una rete del tipo:

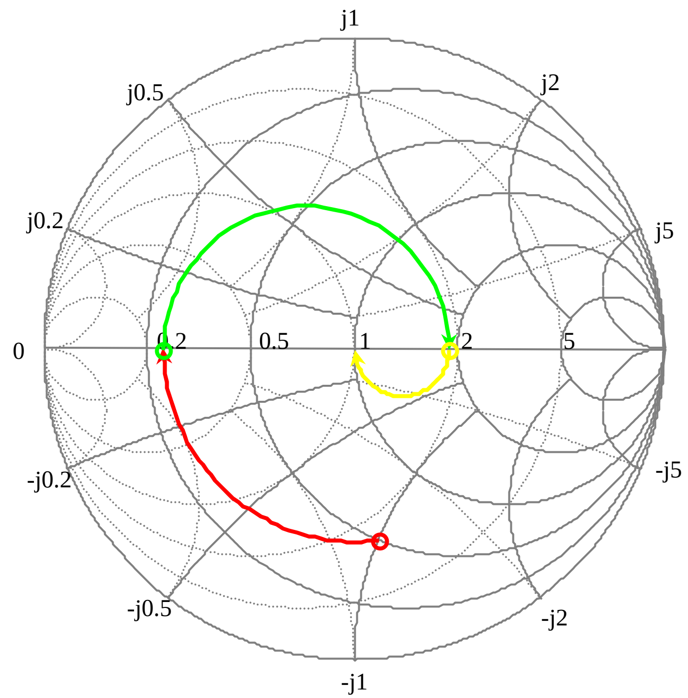


Se però per motivi pratici non fosse disponibile una linea con impedenza caratteristica così bassa, si possono utilizzare due trasformatori in quarto d'onda in cascata, aventi impedenze caratteristiche più vicine alla $\boldsymbol{Z_0}$, e quindi di più facile realizzazione pratica. Per esempio, nel nostro caso si può tentare una prima trasformazione di impedenza con una linea di impedenza caratteristica $\boldsymbol{Z_{0T1} = 33\ \Omega}$, che dà una impedenza risultante pari a:

$$Z_2 = \frac{Z_{0T1}^2}{Z_L} = \frac{33^2}{12.5} = 87\ \Omega$$

Una seconda trasformazione da $\boldsymbol{Z_2}$ a $\boldsymbol{Z_0}$ richiede ora una linea con impedenza caratteristica pari a:

$$Z_{0T2} = \sqrt{87 \cdot 50} = 66\ \Omega$$



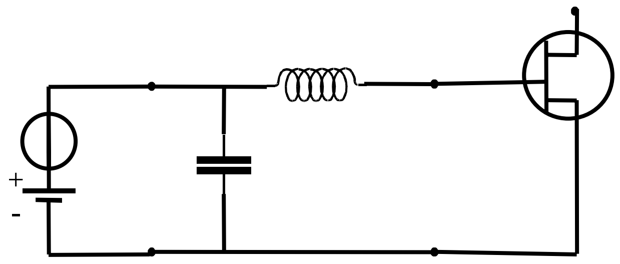
Le due linee hanno impedenze caratteristiche sicuramente più adatte ad essere realizzate nella pratica.

Commenti finali

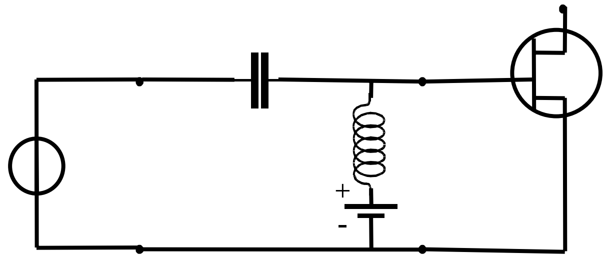
La scelta tra le varie alternative possibili dipende in genere da fattori esterni alla procedura di adattamento pura e semplice. Abbiamo già parlato della scelta tra elementi concentrati e distribuiti; aggiungiamo ora qualcosa a proposito delle scelte all'interno delle due categorie. Per quel che riguarda le reti ad elementi concentrati la scelta della topologia può dipendere nel caso di circuiti attivi per esempio dalla necessità di polarizzare il transistor. Se la tensione (o corrente) di polarizzazione è inclusa nel segnale di ingresso, che è quindi del tipo:

$$V_{in} = V_0 + V_s \cdot sin(\omega t)$$

allora è opportuna, se possibile, una scelta del tipo induttanza serie / capacità parallelo, che lascia passare la continua dall'ingresso del circuito al morsetto di ingresso del transistor ('gate' o base), isolandola dalla massa, a cui è in genere collegato il morsetto comune del transistor ('source' o emettitore):



Se invece l'ingresso deve essere disaccoppiato in continua, e la polarizzazione deve essere fornita separatamente al transistor, allora può essere opportuna una configurazione del tipo capacità serie / induttanza parallelo, che isola in continua l'ingresso dal morsetto di ingresso del transistor, e permette di collegare quest'ultimo ad una batteria senza utilizzare altri elementi circuitali. Si può infatti collegare la batteria all'induttanza in parallelo, comportandosi la batteria dinamicamente come un corto circuito, e quindi come una massa ad RF:



Analoghe considerazioni si possono fare per quel che riguarda i circuiti a costanti distribuite.

Da un altro punto di vista la scelta di certi elementi può essere obbligata per motivi tecnologici. Ad esempio nel caso di circuiti in tecnologia ibrida il transistor è costituito da un 'chip' che viene saldato su di un supporto, e quindi collegato al resto del circuito tramite dei sottili fili metallici di connessione ('bonding wires'), che circuitalmente si comportano come delle induttanze. E' chiaro che la rete di adattamento dovrà avere come elemento vicino al transistor una induttanza serie, cosa in genere non inadatta, visto che il transistor si comporta in modo capacitivo fino a frequenze relativamente alte, e quindi necessita di una rete di adattamento di tipo essenzialmente induttivo. Analogamente nel caso di tecnologia monolitica, il transistor è fabbricato all'interno dello stesso substrato in cui è realizzato il circuito, ma richiede per motivi di spazio un piccolo tratto di linea prima di essere connesso ad altri elementi: una topologia che inizi con una linea in serie (o con una induttanza in serie se la lina è molto stretta) si adatta benissimo sia alle necessità fisiche che a quelle elettriche di adattamento.