

ES 1

Un campione di 70 uomini è stato suddiviso in due gruppi, definiti “Sportivi” e “Sedentari” a seconda delle ore di attività fisica settimanale. E’ stata quindi misurata in ciascuno di loro la massa grassa. I risultati sono riportati nella seguente tabella:

Massa grassa (%)	Sportivi	Sedentari	x (valore centrale)	x·n1	x·n2			
5 - 10	19	8	7.5	142.5	60.0			
10 - 20	6	28	15.0	90.0	420.0			
20 - 30	2	7	25.0	50.0	175.0			
				282.5	655.0	(somma)		
			media	10.5	15.2	(somma / n)		

a) Indicare per la massa grassa la classe modale per ciascuno dei due gruppi.

Sportivi: “5-|10”; Sedentari: “10-|20”

b) Calcolare la massa grassa media in ciascuno dei due gruppi (riportando i passaggi).

Calcoli: vedere la tabella. Risultato: Sportivi: 10.5; Sedentari: 15.2

c) Si vuole verificare se l’attività sportiva riduce la massa grassa in maniera statisticamente significativa. Indicando con μ_1 e μ_2 le medie delle due popolazioni da cui sono stati estratti i due campioni (1=Sportivi, 2=Sedentari), scrivere l’ipotesi di base H_0 e l’ipotesi alternativa H_1 .

$H_0: \mu_1 = \mu_2$, $H_1: \mu_1 < \mu_2$

d) Dal test risulta $p\text{-value}=0.024$. E’ corretto concludere che fare attività sportiva riduce la massa grassa? (Sì / No) (ossia, la differenza è statisticamente significativa e induce a rigettare l’ipotesi nulla in favore dell’ipotesi alternativa)

ES 2

Lo Skin-prick-test è utilizzato frequentemente per lo screening delle allergie agli alimenti; si tratta di un test cutaneo che fornisce il risultato in 15 minuti, ha sensibilità pari ad almeno 90%, ma ha una scarsa specificità, in media pari a 60%.

Qual’è il problema principale di questo test? Dire se ciascuna delle seguenti affermazioni è Vera o Falsa.

a) Indica troppi falsi negativi Falso: i falsi negativi sono il 10% (sensitività)

b) Indica troppi falsi positivi Vero: i falsi positivi sono il 40% (1-specificità)

c) Conduce spesso ad una diagnosi errata di allergia alimentare, mentre il soggetto non è allergico Vero, è la stessa affermazione di b)

d) E’ molto probabile che un soggetto allergico risulti negativo al test Falso, è la stessa affermazione di a)

Secondo alcuni studi, le allergie alimentari si osservano nel 6% circa dei bambini e nell’1.5% degli adulti. Dire se ciascuna delle seguenti affermazioni è Vera o Falsa e, se Falsa, suggerire una correzione alle parti sottolineate.

e) Un bambino sottoposto allo Skin-prick-test ha test positivo con probabilità 6%.

Falso. La probabilità di Test Positivo va calcolata nel seguente modo:

Sottintendiamo che parliamo di bambini. TP = “Test Positivo”. AL = “Allergico”.

$$\begin{aligned}
\Pr(\text{TP}) &= \Pr(\text{TP} \& \text{AL}) \text{ oppure } (\text{TP} \& \text{non AL}) = \\
&= \Pr(\text{TP} \& \text{AL}) + \Pr(\text{TP} \& \text{non AL}) = \\
&= \Pr(\text{TP} \mid \text{AL}) \cdot \Pr(\text{AL}) + \Pr(\text{TP} \mid \text{non AL}) \cdot \Pr(\text{non AL}) = \\
&= \text{sens.} \cdot 0.06 + (1 - \text{spec}) \cdot (1 - 0.06) = \\
&= 0.9 \cdot 0.06 + 0.4 \cdot 0.94 = 0.43
\end{aligned}$$

Quindi 43% corregge 6%.

f) Un bambino sottoposto allo Skin-prick-test ha test positivo con probabilità 90%.

Falso: la correzione è “Un bambino allergico” (come suggerisce la seguente affermazione)

g) Un adulto allergico sottoposto allo Skin-prick-test ha test positivo con probabilità 90%. **Vero**

h) Un bambino con Skin-prick-test positivo ha probabilità di essere allergico pari a 13%.

Vero: risulta calcolando il valore predittivo del test positivo:

Sottintendiamo che parliamo di bambini. TP = “Test Positivo”. AL = “Allergico”.

$$\begin{aligned}
\Pr(\text{AL} \mid \text{TP}) &= \text{sens.} \cdot \text{prev.} / [\text{sens.} \cdot \text{prev.} + (1 - \text{spec}) \cdot (1 - \text{prev})] = \\
&= 0.9 \cdot 0.06 / 0.9 \cdot 0.06 + 0.4 \cdot 0.94 = 0.126
\end{aligned}$$

i) La probabilità di essere allergico quando lo Skin-prick-test è positivo è la stessa per adulti e bambini

Falso, poiché per gli adulti la prevalenza è più bassa, ossia è minore la probabilità a priori di essere allergico, e quindi lo sarà anche la probabilità a posteriori. Verifichiamo facendo il calcolo, in maniera analoga al punto precedente:

Stavolta parliamo di adulti. TP = “Test Positivo”. AL = “Allergico”.

$$\begin{aligned}
\Pr(\text{AL} \mid \text{TP}) &= \text{sens.} \cdot \text{prev.} / [\text{sens.} \cdot \text{prev.} + (1 - \text{spec}) \cdot (1 - \text{prev})] = \\
&= 0.9 \cdot 0.015 / 0.9 \cdot 0.015 + 0.4 \cdot 0.985 = 0.033
\end{aligned}$$

Per gli adulti, la prob. di essere allergici avendo avuto un test positivo è solo del 3.3%.

Quindi, la frase si corregge con: è diversa per adulti e bambini