

Esercizi Statistica proposti dagli Studenti

Esercizio numero 1:

Su un gruppo di 19 pazienti diabetici, trattati con farmaci ipoglicemizzanti, sono stati rilevati i seguenti valori (mg/100ml) della glicemia a digiuno:

1	138
2	164
3	150
4	132
5	144
6	125
7	149
8	157
9	146
10	158
11	176
12	163
13	119
14	154
15	165
16	146
17	173
18	142
19	141

Calcolare media, mediana e deviazione standard.

Svolgimento

Il carattere osservato è la glicemia, si tratta di un carattere quantitativo continuo. Per il calcolo della media eseguo la somma delle osservazioni e la divido per il numero delle osservazioni.

Media: $(138+164+150+132+144+125+149+157+146+158+176+163+119+154+165+146+173+142+141)/19 = 149.6 \text{ mg/100ml}$

La mediana è la modalità che divide la distribuzione in due parti uguali.

Per il calcolo della mediana ordino le osservazioni in senso crescente e assegno un rango:

1	119
2	125
3	132
4	138
5	141
6	142
7	144
8	146
9	146
10	149
11	150
12	154
13	157
14	158
15	163
16	164
17	165
18	173
19	176

N è dispari, per il calcolo della mediana applico la seguente formula:
 $(N+1)/2 = (19+1)/2 = 20/2 = 10$

La mediana corrisponde alla modalità che occupa la posizione n. 10, cioè 149 mg/100ml.

Per il calcolo della deviazione standard applico la formula rapida.

Glicemia (mg/100ml)	x_i^2
119	14161
125	15625
132	17424
138	19044
141	19881
142	20164
144	20736

146	21316
146	21316
149	22201
150	22500
154	23716
157	24649
158	24964
163	26569
164	26869
165	27225
173	29929
176	30976
	42926
	5

Per il calcolo della varianza:

$$429265/19 = 22592.9$$

$$22592.9 - (149.6)^2 = 22592.9 - 22380.2 = 212.7$$

$$212.7 * (19/19-1) = 224.5$$

$$\text{std} = \sqrt{224.5} = 14.9 \text{ mg/100ml}$$

Esercizio numero 2:

Si consideri la seguente distribuzione di 100 individui secondo il numero di farmaci (X) acquistati in un anno:

X	Frequenza assoluta (n_i)	$x * n_i$
5	3	15
6	7	42
7	31	217
8	27	216
9	14	126
10	8	80
11	6	66
12	4	48
	100	810

Calcolare la media aritmetica.

Svolgimento

Il carattere osservato è il numero di farmaci acquistati in un anno, si tratta di un carattere quantitativo discreto. Per il calcolo della media eseguo la somma dei prodotti di ciascuna modalità per la relativa frequenza e la divido per la frequenza totale:

$$\text{media} = 810/100 = 8.1$$

Esercizio numero 3:

A 50 pazienti maschi di età 25-34 anni, ricoverati per incidente stradale non grave, viene misurata alla dimissione la pressione sistolica (PAS), ottenendo la distribuzione di frequenza di tabella:

PAS (mmHg)	Frequenza (n_i)
70– 80	2
80– 90	3
90– 100	10
100– 110	15
110– 120	5
120– 130	9
130– 140	2
140– 150	4
	50

Si calcoli la media.

Svolgimento

Il carattere oggetto di studio è la pressione sistolica, si tratta di un carattere quantitativo continuo distribuito in classi. Le modalità sono intervalli di valori del carattere. Per il calcolo della media occorre assegnare a ciascuna classe un valore rappresentativo, solitamente il valore centrale. Ad esempio, per la prima classe il valore centrale è 75, calcolato nel seguente modo: $(70+80)/2$. Applico la stessa formula per il calcolo del valore centrale di tutte le altre classi. Per il calcolo della media eseguo la somma dei prodotti del valore centrale e delle rispettive frequenze e la divido per la frequenza totale.

PAS (mmHg)	Frequenza (n_i)	x_i	$x_i * n_i$
70– 80	2	75	$75*2 = 150$
80– 90	3	85	$85*3 = 255$
90– 100	10	95	$95*10 = 950$
100– 110	15	105	$105*15 = 1575$
110– 120	5	115	$115*5 = 575$
120– 130	9	125	$125*9 = 1125$
130– 140	2	135	$135*2 = 270$
140– 150	4	145	$145*4 = 580$
	50		5480

$$\text{Media} = 5480/50 = 109.5 \text{ mmHg}$$

Esercizio numero 4:

Si considerino due gruppi di pazienti: M = maschi e F = femmine, con i seguenti valori di sintesi della pressione diastolica (PAD):

Gruppo	M	F
numerosità	45	15
media aritmetica (mmHg)	80.5	76

Calcolare la media aritmetica complessiva dei due gruppi.

Svolgimento

Gruppo	M	F	TOT
Numerosità n	45	15	60
Media aritmetica x	80.5	76	
	$80.5 \cdot 45 = 3622.5$	$15 \cdot 76 = 1140$	4762.5

Media ponderata = $(n_1 \cdot x_1 + n_2 \cdot x_2) / (n_1 + n_2) = 4762.5 / 60 = 79.4$ mmHg

Esercizio numero 5:

Per il peso di un gruppo di 80 persone sappiamo che: $Q_1 = 54$, $Q_2 = 62$, $Q_3 = 72$, P_{10} (primo decile) = 50, P_{66} (secondo terzile) = 69

- Vuol dire che:
 - 1 su 4 pesa meno di
 - 1 su 4 pesa più di
 - 2 su 4 pesano fra e
 - La metà pesa più di
 - 1 su 10 pesa meno di
 - 1 su 3 pesa più di
 - Il 15% ha un peso compreso fra e
- Si sa inoltre che media e deviazione standard sono rispettivamente di 63.4 e 11.5. Secondo questi dati si può capire se la distribuzione di dati è simmetrica o asimmetrica?
- Si può capire, inoltre, se la distribuzione è Normale o no?
- Se sì, qual è il range del peso?

Svolgimento

- 1 su 4 pesa meno di 54Kg.
1 su 4 pesa più di 72 Kg.
2 su 4 pesano fra 54 e 72 Kg, oppure 2 su 4 pesano tra 0 e 62 Kg, oppure 2 su 4 pesano tra 62 e il massimo che però non conosciamo.
La metà pesa più di 62 Kg.
1 su 10 pesa meno di 50 Kg.
1 su 3 pesa più di 69 Kg.
Il 15% ha un peso compreso tra 50 e 54 Kg.
- La media pari a 63.4 è piuttosto vicina alla mediana la quale corrisponde al secondo quartile ed è pari a 62. Pertanto, la distribuzione osservata potrebbe essere simmetrica.
- Per capire se la distribuzione è normale occorre osservare la posizione dei quartili rispetto alla media. In una curva normale per il calcolo dei quartili applico le seguenti

formule:

$$Q_1 = \mu - 0.67 \cdot \sigma = 63.4 - 0.67 \cdot 11.5 = 63.4 - 7.7 = 55.7$$

$$Q_3 = \mu + 0.67 \cdot \sigma = 63.4 + 7.7 = 71.1$$

In una curva normale il primo quartile è pari a 55.7, il terzo è pari a 71.1. I quartili osservati sono molto vicini, il primo è 54 e il terzo è 72, quindi posso affermare che la distribuzione osservata è di tipo Normale, cioè ha una forma a campana.

d) Nell'esempio la distribuzione è di tipo Normale, posso calcolare il range applicando la seguente formula:

$$(\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma) \approx 99.7\%$$

L'intervallo $\mu - 3\sigma$ e $\mu + 3\sigma$ contiene il 99.7% delle osservazioni e corrisponde al Range.

$$63.4 - 3 \cdot 11.5 = 63.4 - 34.5 = 28.9$$

$$63.4 + 3 \cdot 11.5 = 63.4 + 34.5 = 97.9$$

Il Range del peso è compreso nell'intervallo che va da 28.9 Kg a 97.9 Kg.

Esercizio numero 6:

In un gruppo di 10 studenti, l'età di conseguimento di un diploma di laurea triennale si distribuisce secondo una Normale con media 22 anni e varianza pari a 45.

Qual è la probabilità che uno studente consegua un diploma di laurea triennale ad una età inferiore a 21 anni? Qual è la probabilità che la consegua ad un'età compresa tra 23 e 24 anni consegua un diploma di laurea triennale? e oltre i 24 anni?

Svolgimento

$$\mu = 22$$

$$\sigma^2 = 45$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{45} = 6.7$$

Eseguo la standardizzazione di tutti i valori limite, e calcolo le aree sulla tavola; da queste calcolo le probabilità (frequenze) richieste:

$$z = (x - \mu) / \sigma = (21 - 22) / 6.7 = -0.15$$

$$\Phi(a) = 0.560$$

$$\Phi(-a) = 1 - \Phi(a) = 1 - 0.560 = 0.44$$

Il 44% degli studenti che consegue un diploma di laurea triennale ha meno di 21 anni.

$$z = (23 - 22) / 6.7 = 0.15$$

$$\Phi(a) = 0.560$$

$$z = (24 - 22) / 6.7 = 0.3$$

$$\Phi(b) = 0.618$$

$$\Phi(b) - \Phi(a) = 0.618 - 0.560 = 0.058 = 5.8\%$$

Il 5.8% degli studenti che consegue un diploma di laurea triennale ha fra 23 e 24 anni.

$$\Phi(a) = 0.618$$

$$\Phi(-a) = 1 - \Phi(a) = 1 - 0.618 = 0.382 = 38.2\%$$

Il 38.2% degli studenti che consegue un diploma di laurea triennale ha più di 24 anni.

Esercizio numero 7:

Si supponga di voler confrontare l'efficacia di due diversi farmaci, A e B. A tal fine vengono considerati 521 soggetti: 268 con il farmaco A e 253 con il farmaco B. L'effetto del trattamento viene misurato in termini di soggetti migliorati e non migliorati. I risultati sono espressi nella seguente tabella:

	Migliorati	Non	Totale
Farmaco A	52	216	268
Farmaco B	64	189	253
Totale	116	405	521

- 1) Qual è la probabilità complessiva di miglioramento? La frequenza dei soggetti non migliorati è la stessa nell'ambito dei due gruppi? Fra i soggetti migliorati, quanti hanno assunto il farmaco B?
- 2) Quale farmaco sembra migliore? Di quanto?
- 3) La differenza è statisticamente significativa al 5%?

Svolgimento

Ricaviamo alcune percentuali, quelle di riga sono le seguenti:

	Migliorati	Non migliorati	Totale
Farmaco A	$52/268 = 0.194 = 19.4\%$	$216/268 = 0.806 = 80.6\%$	100%
Farmaco B	$64/253 = 0.253 = 25.3\%$	$189/253 = 0.747 = 74.7\%$	100%
Totale	$116/521 = 0.223 = 22.3\%$	$405/521 = 0.777 = 77.7\%$	100%

- 1) La probabilità complessiva di miglioramento è pari a 22.3%. la frequenza dei soggetti non migliorati nel gruppo che ha assunto il farmaco A è pari a 80.6%, quella dei soggetti non migliorati che hanno assunto il farmaco B è pari a 74.7%. Quindi, la frequenza dei soggetti non migliorati non è la stessa nell'ambito dei due gruppi. Fra i soggetti migliorati, il 55.2% ($64/116 = 0.552 = 55.2\%$) ha assunto il farmaco B.
- 2) Sembra essere migliore il farmaco B: 25.3% prob. di miglioramento vs. 19.4%. Per capire di quanto il farmaco B è migliore del farmaco A confronto le percentuali di miglioramento facendone il rapporto, ovvero calcolando il Risk Ratio:

$$RR = \text{prob. miglioramento farmaco B} / \text{prob. miglioramento farmaco A} = 25.3\% / 19.4\% = 1.304$$

Dunque B ha una percentuale di miglioramento superiore del 30.4% rispetto a quella del farmaco A.

- 3) Per valutare se questa differenza è statisticamente significativa al livello del 5%, eseguiamo il test del Chi-Quadrato.

Tabella delle frequenze attese

	Migliorati	Non migliorati	Totale
Farmaco A	59.67	208.33	268
Farmaco B	56.33	196.67	253
Totale	116	405	521

Frequenza attesa = (tot. riga * tot. colonna)/tot

Addendi

$(52-59.67)^2/59.67 = 0.986$	$(216-208.33)^2/208.33 = 0.282$
$(64-56.33)^2/56.33 = 1.044$	$(189-196.67)^2/196.67 = 0.299$

$$\text{Chi}^2 = 0.986 + 1.044 + 0.282 + 0.299 = 2.611$$

Nella tabella ho due modalità per carattere, quindi gdl = 1.

Il valore soglia della regione di rifiuto al livello 5% per 1 gdl è 3.841. Per valori di Chi² maggiori di tale soglia rifiuto l'ipotesi nulla, in caso contrario non ci sono i presupposti per rifiutare l'ipotesi nulla.

Nell'esempio ho ottenuto un Chi² pari a 2.611 inferiore al valore soglia, pertanto non ci sono i presupposti per rifiutare l'ipotesi nulla, l'associazione non è statisticamente significativa, la differenza di miglioramento osservata tra i due gruppi è frutto del caso.

Esercizio numero 8:

Su un campione di 11 soggetti viene misurato il giro vita. Dai dati riportati in tabella calcolare il valore medio, la mediana la deviazione standard.

Giro vita (cm)
90
85
95
63
75
70
60
97
77
69
93

Svolgimento

Media = $\sum x_i / n = 90 + 85 + 95 + 63 + 75 + 70 + 60 + 97 + 77 + 69 + 93 / 11 = 79 \text{ cm}$

Mediana: 60 – 63- 69-70-75-77-85-90-93-95-97

posizione $(n + 1) / 2 = 11 + 1 / 2 = 6$ (la posizione 6 corrisponde a 77 cm).

Deviazione standard = $\sqrt{\text{varianza}} = \sqrt{[(60-79)^2 + (63-79)^2 + (69-79)^2 + (70-79)^2 + (75-79)^2 + (77-79)^2 + (85-79)^2 + (90-79)^2 + (93-79)^2 + (95-79)^2 + (97-79)^2] / [11-1]} = 13,22$

Esercizio numero 9:

Un gruppo di 9 bambini va alle giostre, si riporta in tabella il numero di giri sulle giostre fatto da ogni bambino. Dalla tabella calcolare il numero medio di giri.

n giri	n bamb
3	6
4	2
0	1
totale	9

Svolgimento

n giri	n bamb	totale
3	6	18
4	2	8
0	1	0
totale	9	26

$$\text{Media} = \sum x_i n_i / n = (6 \times 3) + (4 \times 2) + (1 \times 0) / 9 = 26/9 = 2,88$$

Esercizio numero 10:

Su un campione di 30 automezzi osservo la seguente distribuzione di frequenza rispetto al carico in tonnellate:

peso (Tn)	freq
1-5	5
5-10	7
10-15	2

Calcolare la media del carico.

Svolgimento

Questo svolgimento presenta un errore, quale? correggere

peso (Tn)	freq (ni)	xi	xi x ni
1-5	5	3	15
5-10	7	7,5	52,5
10-15	2	12,5	25
totale	14		92,5

$$\text{Media} = 92,5 / 14 = 6,6$$

Esercizio numero 11:

Una Review riporta che il valore medio dell'ormone Tiroxina in un gruppo di 20 uomini è pari a 65 nmoli/L mentre in un gruppo di donne è di 70 nmoli/L.

Quanto vale la media nella popolazione totale?

	media	n.casi
Uomini	65	20
Donne	70	15
Totale		35

Svolgimento

	media	n.casi	totale
Uomini	65	20	1300
Donne	70	15	1050
Totale		35	2350

$$\text{Media} = 2350 / 35 = 67.1$$

Esercizio numero 12:

Della distribuzione normale del peso su un campione di 90 statuette sappiamo che:

Media = 50 g

deviazione standard = 2

Q1 = 48,66

Q3 = 51,34

- il 25 % pesa meno di
- il 25 % pesa più di
- il 50 % ha un peso compreso trae ...

- **Svolgimento**

- il 25 % pesa meno di ...48,66
- il 25 % pesa più di ...51,34
- il 50 % ha un peso compreso tra 48,66 e 51,34

Esercizio numero 13:

Sulla base dei dati forniti nell'esercizio precedente (distribuzione con media = 50 g e deviazione standard = 2) **e assumendo che la distribuzione sia Normale** costruire i seguenti intervalli di modo che :

- 1) contengano il 95 % dei dati
- 2) contengano il 68% dei dati
- 3) contengano il 50 % dei dati
- 4) contengano il 99 % dei dati

Svolgimento

1) sapendo che : $\mu \pm 2\sigma$ contiene (CIRCA) il 95% dei dati calcoliamo:

$50 + 4 = 54$ e $50 - 4 = 46$ (intervallo 54-46)

2) sapendo che : $\mu \pm \sigma$ contiene il 68% dei dati calcoliamo:

$50 + 2 = 52$ e $50 - 2 = 48$; intervallo 52-48

3) l'intervallo tra Q1 e Q3 contiene il 50% dei dati pertanto l'intervallo è 48,66-51,34 Q1 e Q3 sulla Normale: sono qui coincidenti con quelli osservati

4) sapendo che : $\mu \pm 3\sigma$ contiene il 99% dei dati calcoliamo

$50 + 6 = 56$ e $50 - 6 = 44$; intervallo 56-44

Esercizio numero 14:

Ad un gruppo pari a 120 persone è stato somministrato un questionario. Il gruppo risultava composto da 67 uomini e 53 donne. Hanno risposto al questionario 24 uomini e 40 donne. Calcolare :

- 1) la probabilità complessiva di risposta
- 2) se c'è associazione statisticamente significativa al livello del 5% tra sesso e risposta al questionario.

Svolgimento

Costruiamo la tabella

	risposta	No risposta	tot riga
Uomini	24	43	67
Donne	40	13	53
tot. Colonna	64	56	120

1) Probabilità complessiva di risposta $64/120 = 0,53$

2) calcoliamo le frequenze attese (tot.riga x tot colonna / totale generale)

	risposta	No risposta	tot riga
Uomini	24	43	67
	35,7	31,3	
Donne	40	13	53
	28,3	24,7	
tot. Colonna	64	56	120

appliciamo la formula del chi quadro $\chi^2 = \sum (\text{osservate} - \text{attese})^2 / \text{attese}$

$$\chi^2 = (24 - 35,7)^2 / 35,7 + (40 - 28,3)^2 / 28,3 + (43 - 31,3)^2 / 31,3 + (13 - 24,7)^2 / 24,7 = 18,58$$

calcoliamo i gradi di libertà = $(r-1) \times (c-1) = (2-1) \times (2-1) = 1$

il valore di alfa = 0,05 tabulato è pari a 3,841

poiché il valore del chi quadro ottenuto è maggiore del valore tabulato affermiamo che la differenza è statisticamente significativa.

Esercizio numero 15:

In 7 pazienti sono stati rilevati i seguenti valori di colesterolo HDL (mg/dl). Calcolare media, mediana e deviazione standard.

HDL
41
35
46
60
39
53
32

Svolgimento

media = $41+35+46+60+39+53+32/7 = 43,7$

mediana = 41

Varianza = $(13976/7 - 1909,7) \times (7/6) = 101$

dev.st = $\sqrt{101} = 10.04$

Esercizio numero 16:

In un campione di 7 coppie di genitori viene osservato il carattere quantitativo discreto numero dei figli: le osservazioni sono: 0 2 3 1 5 0 2. Calcolare la media (facoltativo calcolo di mediana e dev. standard).

Svolgimento

modalità	frequenze	$x_i n_i$
0	2	0
1	1	1
2	2	4
3	1	3
5	1	5
Tot.	7	13

media = $13/7 = 1.8$

mediana = $7+1/2 = 4^\circ$ posizione, cioè 2.

Per il calcolo della dev. st. applico la formula più rapida: **verificare questa parte**

varianza = $(43/7 - 3.24) \times 7/6 = (6.14 - 3.24) \times 1.17 = 3.39$

Faccio la radice quadrata di $\sqrt{3.39} = 1.84$ (dev. standard)

Esercizio numero 17:

Distribuzione dei km percorsi (carattere quantitativo continuo) da un gruppo di 45 atleti:

km (classi)	Freq.	x_i	$x_i n_i$
5– 10.3	7	7.65	53.55
10.3– 20.5	25	15.4	385
20.5– 42	13	31.25	406.25
Tot.	45		844.8

Calcolare la media (facoltativo calcolo di mediana e dev. standard).

Svolgimento

media= $844.8/45 = 18.77$ (km)

la classe mediana è 10.3-20.5 (perché?)

calcolare la dev. st. attraverso la formula rapida; non dimenticare di moltiplicare ogni x_i^2 per la frequenza!!

Esercizio numero 18:

Considerare due gruppi di studenti: il primo di 30 studenti dell'università di Giurisprudenza di Milano ha una media dei voti di 25.7, il secondo gruppo di 23 studenti dell'università di Giurisprudenza di Bari ha media 26.9. Quanto vale la media in totale?

Svolgimento

Calcolo della media ponderata= $(25.7 \times 30) + (26.9 \times 23) / 30 + 23 = 26.2$

Esercizio numero 19:

Viene effettuato uno studio dell'indice glicemico su 27 donne totali divise in due gruppi per età. Un gruppo di 16 donne sopra i 60 anni presenta valore medio di glicemia pari a 120 mg/dl, il gruppo delle restanti 11 donne sotto i 60 anni di età ha un valore medio di glicemia pari a 106 mg/dl.

Quanto vale la media nel totale delle donne in esame?

Svolgimento

	n.casi	media	Tot.
+60	16	120	$16 \times 120 = 1920$
-60	11	106	$11 \times 106 = 1166$
	27		3086

Media= $3086/27 = 114$

Esercizio numero 20:

Considerare un gruppo di 35 donne a cui è stato valutato il peso in Kg con
 Media= 64.66 dev.st.= 4 Mediana= 63.15 Q1=61.98 Q3=67.34

a) La distribuzione è simmetrica?

- b) La metà delle donne pesa meno di ?
- c) 1 su 4 pesa meno di ?
- d) 1 su 4 pesa più di ?
- e) 2 su 4 pesano fra ?
- f) Il peso è fortemente variabile?

Svolgimento

- a) La distribuzione è simmetrica? **Si. Può esserlo: Media e mediana sono molto vicine.**
- b) La metà delle donne pesa meno di ? **63.15 Kg**
- c) 1 su 4 pesa meno di ? **61.98 Kg**
- d) 1 su 4 pesa più di ? **67.34 Kg**
- e) 2 su 4 pesano fra ? **61.98 e 67.34 Kg**
- f) Il peso è fortemente variabile? **Calcolo il coefficiente di variazione**
 $CV = \text{dev.st.} / \text{media} \times 100 = 6.2$. **Il peso non è fortemente variabile perché la dev.st. è il 6% della media.**

Esercizio numero 21

L'altezza di un gruppo di 10 ragazzi di una classe è distribuita come una Normale con media=163 e dev.st.=7

- a) Determinare l'intervallo centrato sulla media che contiene il 68% dei valori
- b) Determinare l'intervallo centrato sulla media che contiene il 95% dei valori
- c) Determinare l'intervallo centrato sulla media che contiene il 99.7 dei valori

Svolgimento

- a) $\mu \pm \sigma = (156; 170)$
- b) $\mu \pm 2\sigma = (149; 177)$
- c) $\mu \pm 3\sigma = (142; 184)$

Esercizio numero 22:

Per la diagnosi precoce di tumore al polmone in 123 pazienti a cui successivamente la diagnosi è stata confermata sono state eseguiti 2 esami diversi: Rx torace e TC torace HR. 62 pazienti sono stati sottoposti a rx torace e sono stati individuati 33 tumori; 61 pazienti hanno fatto la TC e sono stati individuati 37 tumori.

- a) Quale tecnica è migliore? di quanto?
- b) La differenza è statisticamente significativa al livello del 5%?

Svolgimento

Esami	Si tumore	No tumore	Tot.
Rx torace	33	29	62
TC torace	37	24	61
Tot.	70	53	123

- a) $33/62 = 53\%$ (tumori individuati con rx torace)
 $37/61 = 61\%$ (tumori individuati con tc torace)

L'esame migliore sembra la TC. Per calcolare di quanto è migliore calcolo il Risk Ratio:

$$RR = 0.61/0.53 = 1.15$$

La TC torace ha una capacità migliore di individuare il tumore al polmone della semplice radiografia del 15%.

- b) Calcolo il Chi-Quadrato per valutare se la differenza è statisticamente significativa:

frequenze attese

35.28	26.71
34.71	26.28

$$0.15 + 0.20 + 0.15 + 0.20 = 0.7$$

$$gdl = 1$$

$$\text{soglia al livello } 5\% = 3.841$$

Conclusione: l'associazione NON è statisticamente significativa.

Esercizio numero 23:

È stato eseguito uno studio sperimentale per valutare se il consumo di sale aumenta il rischio ipertensione. Sono stati presi in esame e seguiti nel tempo 236 soggetti divisi in 2 gruppi: il gruppo A composto da 128 individui ha eliminato il sale dalla dieta e 45 hanno sviluppato ipertensione; il gruppo B di 108 soggetti hanno mantenuto il sale nella dieta e 61 hanno sviluppato ipertensione.

- a) Calcolare le % di ipertensione nel gruppo A, nel gruppo B e fra tutti i soggetti
 b) Confrontare le prime due percentuali
 c) La differenza è statisticamente significativa al livello 5%?

Svolgimento

Gruppi	Si ipertensione	No ipertensione	Tot.
A no sale	45	83	128
B sale	61	47	108
Tot.	106	130	236

- a) $45/128 = 35\%$ (ipertensione gruppo A)
 $61/108 = 56\%$ (ipertensione gruppo B)
 $106/236 = 45\%$ (ipertensione fra tutti i soggetti)

- b) $RR = 0.56/0.35 = 1.6$

Cosa sta confrontando questo RR? Il rischio di ipertensione mantenendo il sale versus il rischio eliminando il sale.

- c) Chi-Quadrato

Frequenze attese

57.49	70.51
48.51	59.49

$$2.71+2.21+3.21+2.62= 10.75$$

$$gdl= 1$$

$$\text{soglia al livello } 5\% = 3.841$$

Conclusione: l'associazione è statisticamente significativa. **Quindi? Eliminiamo il sale!**

Esercizio numero 24:

In tabella sono riportate le lunghezze (in Km) di n.5 tratti autostradali.

Calcolare media, mediana e deviazione standard

AUTOSTRADA	Km
A 7	50,0
A 8	43,6
A 10	45,5
A 12	48,7
A 30	55,3

Svolgimento

Calcolo del valore medio

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$X = \frac{50,0 + 43,6 + 45,5 + 48,7 + 55,3}{5} = 48,6$$

5

Calcolo della mediana

n. dispari modalità di posto $(n + 1)/2$; (modalità di posto n. 3)

$$43,6 - 45,5 - 48,7 - 50,0 - 55,3$$

$$\text{Mediana} = 48,7$$

Calcolo della deviazione standard

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(43,6 - 48,6)^2 + (45,5 - 48,6)^2 + (48,7 - 48,6)^2 + (50 - 48,6)^2 + (55,3 - 48,6)^2}{4}} = 4,5$$

Esercizio numero 25:

In un campione costituito da 9 soggetti fumatori si osserva il numero di sigarette consumate giornalmente. n. 4 soggetti fumano 10 sigarette , 3 soggetti fumano 15 sigarette e 2 soggetti fumano 20 sigarette al giorno. Qual è il consumo medio giornaliero di sigarette tra tutti i fumatori ?

Attenzione: qui ha invertito modalità con frequenze. secondo il testo, le modalità sono: 10, 15 1 20, le rispettive frequenze sono 4, 3, 2, tot [denominatore della media] = 9

Svolgimento

Soluzione : si ricorre al concetto di media ponderata [non è la terminologia corretta, è una media semplice, tiene opportunamente conto delle freq di ciascuna modalità]

Soggetti (xi)	freq. (ni)	Xi ni
4	10	40
3	15	45
2	20	40
Tot	45	125

Media = 125 /45 = 2,78

la media corretta sarebbe = 125/9=13.8

Esercizio numero 26

La composizione per fasce di età di una classe formata da 40 studenti universitari risulta così composta :

Età	freq
24 - 30	28
30 - 36	9
36 - 40	3

- 1) Qual è l'età media ?
- 2) Rappresentare la distribuzione con un grafico

Svolgimento

1) Per il calcolo è necessario assegnare a ciascuna classe un valore rappresentativo, solitamente il valore centrale

$$x_i = \frac{l_{i-1} + l_i}{2}$$

pertanto per la prima fascia (24-30 anni) il valore centrale sarà dato da (24+ 30) /2 = 27
etc

Si ricostruisce poi l'ammontare per ciascuna classe

Età	freq (ni)	Xi	xi ni
24 - 30	28	27	756
30 - 36	9	33	297
36 - 40	3	38	114
tot	40		1167

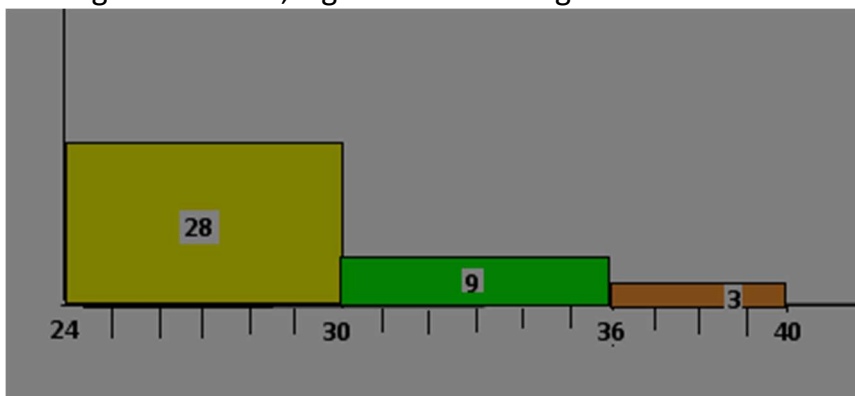
Si procede infine al calcolo del valore medio (1167 /40) = 29,17

2) Il grafico utilizzabile per questo tipo di distribuzione è **l'istogramma**. E' necessario **inoltre** **infatti** utilizzare un grafico che tenga conto della densità di frequenza di ogni classe.

Densità di frequenza = frequenza /ampiezza

Età	freq. (ni)	ampiezza della classe	densità di freq.
24 - 30	28	6	4,6
30 - 36	9	6	1,5
36 - 40	3	4	0,75

Conseguentemente, il grafico avrà la seguente forma:



Esercizio numero 27:

Una indagine sul quoziente di intelligenza condotta su un campione di quarantenni ha mostrato un QI medio pari 85 in un gruppo di 189 maschi ed un QI medio pari a 95 in un gruppo di 172 femmine. Quanto vale il QI medio nella popolazione considerata (maschi e femmine insieme?)

Svolgimento

	MEDIA	N. Casi	totale
Femmine	95	172	95 x 172=16340
Maschi	85	189	85x 189 =16065
Totale		361	32405

Media = $32045 / 361 = 88,76$

Esercizio numero 28:

In un collettivo composto da 45 atleti , sappiamo che :
 mediana 178; $Q1 = 176$ $Q3 = 180$ $P(33) = 176,64$

1) completare le seguenti affermazioni :

1 atleta su 4 (25%) è alta meno dicm
 $3/4$ (75%) degli atleti sono alti meno di cm
 Metà degli atleti è più alta di cm e meno alta di cm
 $2/3$ degli atleti sono più alti dicm
 1 atleta su 4 (25 %) è più alto di

2) indicare come vero o falso le seguenti affermazioni:

$1/3$ degli atleti è alto meno di 176,64 cm
 Il 50 % degli atleti ha una altezza compresa tra 178 cm e 180 cm
 L'altezza media degli atleti è di 180 cm

Svolgimento

1 atleta su 4 (25%) è alta meno di 176 cm
 $3/4$ (75%) degli atleti sono alte meno di ...180. cm
 Metà degli atleti è più alta di 178 cm e l'altra metà meno alta di 178 cm (cmq ok)
 $2/3$ degli atleti sono più alti di 176,64 cm
 1 atleta su 4 (25 %) è più alto di 180 cm

$1/3$ degli atleti è alto meno di 176,64 cm vero x falso
 Il 50 % degli atleti ha una altezza compresa tra 178 cm e 180 cm vero falso x (il 25 % degli atleti ha una altezza compresa nell'intervallo tra il secondo quartile ed il terzo)

L'altezza media degli atleti è di 180 cm vero falso x (è pari a 178 cm in quanto nella distribuzione normale media e mediana coincidono) quest'ultima affermazione non è corretta in quanto NON sappiamo se la distribuzione è Normale. Dai dati in nostro possesso non possiamo determinare la media

Esercizio numero 29:

Il reddito pro-capite di un gruppo di 72 operai si distribuisce secondo una normale di media $\mu = 1350$ euro e varianza $\sigma^2 = 900$.

Sulla base dei dati forniti costruire dei range di valori centrati sulla media tali che:

- a) sia contenuto il 50 % dei dati
- b) sia contenuto il 68 % dei dati
- c) sia contenuto il 95 % dei dati

Considerando come stipendio base un valore pari a 1322 euro qual è la probabilità di essere sottopagati ?

Quante persone nel gruppo considerato guadagnano più di 1420* euro ?

Svolgimento

a) Il problema fornisce il valore della varianza. E' necessario procedere al calcolo della deviazione standard.

$$\text{Deviazione standard} = \sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{900} = 30$$

Sapendo che :

$$Q1 = \mu - 0,67 \sigma \quad \text{e} \quad Q3 = \mu + 0,67 \sigma$$

si procede al calcolo del primo e del terzo quartile

$$Q1 = \mu - 0,67 \times 30 ; \quad Q3 = \mu + 0,67 \times 30$$

$$Q1 = 1350 - 20,1 = 1329,90$$

$$Q3 = 1350 + 20,1 = 1370,01$$

L'intervallo tra il primo quartile Q1 ed il terzo quartile Q3 contiene il 50 % delle osservazioni pertanto il range è pari a 1329,90 – 1370,01 euro

Nell'intervallo $\mu - \sigma$ e $\mu + \sigma$ sono compresi il 68% dei valori pertanto il range è pari a 1320- 1380 euro

Nell'intervallo $\mu - 2\sigma$ e $\mu + 2\sigma$ sono compresi il 95% dei valori pertanto il range è pari a 1290- 1410 euro

- procediamo alla normalizzazione del dato

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$Z = \frac{1322 - 1350}{30} = -0,93$$

$$\Phi = 0,821 \quad \text{0.824 in tabella (all'incrocio fra la riga 0.9 e la colonna 3)}$$

$$P(x < 1322) = 1 - 0,821 = 0,179 = 18\%$$

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$Z = \frac{1420 - 1350}{30} = 2,33 \quad \text{etc * errore nel testo. comunque ok}$$

$$\Phi = 0.953$$

$$P(x > 1400) = 1 - 0,953 = 0,047 = 4,7 \%$$

$$4,7 : 100 = x : 72$$

X= 3,38 (3 persone su 72 guadagnano più di 1400* euro)

Esercizio numero 30:

Su un campione composto da 187 ragazze vengono testati 3 tipologie di pomate per il viso contro l'acne.

65 ragazze vengono trattate con la Pomata A, 59 ragazze con la pomata B e le restanti con la pomata C.

I risultati vengono valutati in termini di completa scomparsa dell'acne (rispondenti al trattamento), miglioramento dello stato della pelle con parziale scomparsa dell'acne (mediamente rispondenti) oppure assoluta inefficacia (non rispondenti).

I risultati sono riportati in tabella.

Tra le ragazze rispondenti quale percentuale era stata sottoposta al trattamento di tipo B ?

Tra le ragazze non rispondenti quale percentuale era stata sottoposta al trattamento C ?

Qual è la percentuale complessiva delle rispondenti ?

valutare se è presente una associazione significativa a livello del 5% tra trattamenti adottati e scomparsa dell'acne mediante il test statistico del chi quadro.

	Rispondenti	Mediamente rispondenti	Non rispondenti	tot
POMATA A	49	12	4	65
POMATA B	29	13	17	59
POMATA C	41	17	5	63
totale				187

Svolgimento

percentuale rispondenti trattamento B $(29/119) \times 100 = 24 \%$

percentuale non rispondenti trattamento C $(5/26) \times 100 = 19 \%$

probabilità complessiva rispondenti $119/187 \times 100 = 64 \%$

Il calcolo del chi quadro prevede il calcolo delle frequenze attese, l'applicazione della formula (sommatoria degli scarti quadratici tra valori osservati e attesi diviso i valori attesi, ed infine il confronto del valore del chi quadro ottenuto rispetto al tabulato.

	Rispondenti	Mediamente rispondenti	Non rispondenti	tot
POMATA A	49	12	4	65
POMATA B	29	13	17	59
POMATA C	41	17	5	63
Totale	119	42	26	187

Calcolo delle frequenze attese (tot riga x tot colonna)/ totale generale
 $(65 \times 119) / 187$; $(65 \times 42) / 187$; $(65 \times 26) / 187$

$(59 \times 119)/187$; $(59 \times 42)/187$; $(59 \times 26)/187$
 $(63 \times 119)/187$; $(63 \times 42)/187$; $(63 \times 26)/187$

Riportiamo i valori delle frequenze attese in tabella

	Rispondenti	Mediamente rispondenti	Non rispondenti	Tot
POMATA A	49	12	4	65
freq. Attese	41,36	14,6	9,04	
POMATA B	29	13	17	59
freq. Attese	37,54	13,25	8,2	
POMATA C	41	17	5	63
freq. Attese	40,09	14,15	8,76	
	119	42	26	187

Applichiamo la formula del chi quadro

$$\chi^2 = \sum \frac{(Osservate - Attese)^2}{Attese}$$

$$\chi^2 = (49-41,36)^2 / 41,36 + (29-37,54)^2 / 37,54 + (41-40,09)^2 / 41,09 + (12-14,6)^2 / 14,6 + (13-13,25)^2 / 13,25 + (17-14,15)^2 / 14,15 + (4-9,04)^2 / 9,04 + (17-8,2)^2 / 8,2 + (5-8,76)^2 / 8,76$$

$$\chi^2 = 1,41 + 1,94 + 0,02 + 0,46 + 0,0047 + 0,70 + 2,81 + 9,44 + 1,61 = 18,39$$

$$\text{gradi di libert\`a } (r-1) \times (c-1) = (3-1) \times (3-1) = 4$$

Confronto tra χ^2 e valore tabulato

Il valore tabulato per $\alpha = 0,05$ e 4 gradi di libert\`a \`e pari a 9,488 poich\`e il valore di chi quadro calcolato \`e maggiore del valore tabulato affermiamo che la differenza osservata \`e statisticamente significativa.

Esercizio numero 31:

Su un campione di 10 bambini si misura il peso: 33, 30, 40, 27, 42, 44, 38, 39, 45, 50
calcolare media, mediana e deviazione standard:

Svolgimento

$$M = (33+30+40+27+42+44+38+39+45+50)/10 = 38,8$$

Essendo i valori pari si prender\`a in considerazione la formula $n/2$ e $n/2+1$:

Me osservazioni ordinate: 27, 30, 33, 38, 39, 40, 42, 44, 45, 50 **mediana** = $(39+40)/2 = 39,5$

$$\text{Varianza : } (27-38,8)^2 + (30-38,8)^2 + (33-38,8)^2 + (38-38,8)^2 + (39-38,8)^2 + (40-38,8)^2 + (42-38,8)^2 + (44-38,8)^2 + (45-38,8)^2 + (50-38,8)^2 / 9 = 50,4$$

$$\text{Deviazione Standard} = 7,09$$

Esercizio numero 32:

Uno studio condotto in un gruppo di 200 soggetti diabetici, la glicemia si distribuisce secondo una normale di media 100 e deviazione standard 20. Sapendo che $Q_1 = 86.6$ e $Q_3 = 113.4$:

$\frac{1}{4}$ aveva meno di ?

$\frac{1}{4}$ aveva più di ?

Il 50% aveva valori compresi tra ?

Svolgimento

$\frac{1}{4}$ aveva meno di 86.6

$\frac{1}{4}$ aveva più di 113.4

Il 50% aveva valori compresi tra 86.6 e 113.4

Esercizio numero 33:

Uno studio condotto in un gruppo di 180 donne in età fertile, per il progesterone in fase luteale, si distribuisce secondo una normale di media 13.4 ng/mL e deviazione standard 1.5; Quale intervallo contiene il 99% dei dati?

Quale il 50%?

Svolgimento

$\mu \pm 3\sigma$ contiene il 99 % quindi si avrà:

$$13.9 + 3*(1.5) = 18.4$$

$$13.9 - 3*(1.5) = 9.4$$

Calcoliamo il Q_1 e il Q_3

$$Q_1 = \mu - (0.67 * \sigma) = 13.9 - 1.005 = 12.895$$

$$Q_3 = \mu + (0.67 * \sigma) = 13.9 + 1.005 = 14.905$$

Il 50% si troverà nell'intervallo compreso tra Q_1 e Q_3 e quindi tra 12.895 e 14.905

Esercizio numero 34:

In un reparto ospedaliero registro il valore massimo di pressione arteriosa in un gruppo di 8 pazienti come: 140, 125, 132, 117, 128, 151, 168, 135.

Calcolare media, mediana.

Svolgimento

Mettiamo i valori in ordine crescente: 117, 125, 128, 132, 135, 140, 151, 168.

La **media** è data dalla somma di tutti i valori diviso il numero di valori ed è: 137.

La **mediana** per un gruppo di variabili pari è **ideamente nel posto fra $n/2$ e $n/2+1$** ed è **pertanto la semisomma fra 132 e 135, cioè 133,5.**

Esercizio numero 35:

In un gruppo di 10 donne in pre-menopausa si è chiesto quante avevano già effettuato la mammografia: 1 donna non ha mai effettuato l'esame, 3 lo hanno eseguito solo una volta e 6 due volte. Calcolare il numero medio di controlli effettuati.

Svolgimento

Costruisco la tabella

Numero mammografie	Freq.	x.n
0	1	0
1	3	3
2	6	12
tot	10	15

$$\text{Media} = 15/10 = 1.5$$

Esercizio numero 36:

La distribuzione del peso di un gruppo di donne sopra i 50 anni ha un andamento a curva normale di media μ 80 e deviazione standard σ 5, sapendo che $Q1=76.65$ e $Q3= 83.35$:

1 su 4 pesa meno di ...?

1 su 4 pesa più di....?

Il 50% dei valori è compreso tra...?

Svolgimento

1 su 4 pesa meno di ...? 76.65

1 su 4 pesa più di....? 83.35

Il 50% dei valori è compreso tra...? 76.65 e 83.35

Esercizio numero 37:

Uno studio su un gruppo di studenti ha rilevato la distribuzione del peso secondo una normale di media μ 65 e deviazione standard σ 3.

Quale intervallo contiene il 68% dei dati?

Quale intervallo contiene il 95% dei dati?

Quale intervallo contiene il 99% dei dati?

Quale intervallo contiene il 50% dei dati?

Svolgimento

Quale intervallo contiene il 68% dei dati?

L'intervallo: $\mu - \sigma < x < \mu + \sigma$

$$65 - 3 < x < 65 + 3 \quad \mathbf{62 < x < 68}$$

Quale intervallo contiene il 95% dei dati?

$$\mu - 2\sigma < x < \mu + 2\sigma$$

$$65 - 6 < x < 65 + 6 \quad \mathbf{59 < x < 71}$$

Quale intervallo contiene il 99% dei dati?

$$\mu - 3\sigma < x < \mu + 3\sigma$$

$$65 - 9 < x < 65 + 9 \quad \mathbf{56 < x < 74}$$

Quale intervallo contiene il 50% dei dati?

$$Q1 = \mu - 0.67\sigma = 65 - 0.67 \times 3 = 62.99$$

$$Q2 = \mu + 0.67\sigma = 65 + 0.67 \times 3 = 67.01$$

Il 50%: **62.99 < x < 67.01**

Esercizio numero 38:

Condotto uno studio per il controllo del colesterolo su un gruppo di 88 persone: 41 hanno condotto una dieta alimentare (gruppo A) e solo a 13 di loro si è abbassato il valore del colesterolo; 47 hanno preso un farmaco dedicato (gruppo B) e a 26 di loro si è abbassato il valore.

Qual è la probabilità complessiva di risposta?

La differenza è statisticamente significativa a livello dell'1%?

Svolgimento

	Valore abbassato	No risposta	Tot riga
Gruppo A	13	28	41
Gruppo b	26	21	47
Tot colonna	39	49	88

La probabilità complessiva di risposta è: $39/88 = 0.44 = 44\%$

Calcolo le frequenze attese: $\text{tot riga} \times \text{tot colonna} / \text{tot}$

$$X(13) = 41 \times 39 / 88 = 18.17$$

$$X(26) = 47 \times 39 / 88 = 20.83$$

$$X(28) = 41 \times 49 / 88 = 22.83$$

$$X(21) = 47 \times 49 / 88 = 26.17$$

$$\text{Calcolo statistica test: } \sum \frac{(\text{fr.osservate} - \text{fr.attese})^2}{\text{fr.attese}} = 4.95$$

$$\text{calcolo il gdl} = (r-1) \times (c-1) = 1$$

secondo le tavole all'1% non vi è differenza statisticamente rilevante.

E al livello 5%? Perché?

Esercizio numero 39:

Nel reparto di oculistica si è deciso di valutare l'età media del personale infermieristico. Seguendo i dati in tabella calcolare qual è l'età media, la mediana e la deviazione standard.

Età
38
24
58
42

46
50
29
33

Svolgimento

media = $320/8 = 40$.

Mediana = $(38+42)/2 = 40$

varianza = $[(13694/8) - 1600]1.14 = 127.71$

std = 11.30

Esercizio numero 40:

In un reparto di radiologia sono presenti diverse apparecchiature che devono essere sottoposte a controlli di qualità periodici che vanno dal controllo mensile a quello annuale. Calcolare in media ogni quanti mesi va controllato un apparecchio

Tempo(mesi)	frequenza
1	6
2	1
3	2
6	2
9	1
12	1
Tot.	13

Svolgimento

CALCOLO MEDIA

$(6+2+6+12+9+12)/13 = 3.61$

Esercizio numero 41:

Una scuola calcio fa partecipare i propri iscritti a campionati di categorie diverse in base alle diverse età secondo la seguente tabella. Qual è l'età media tra tutti gli iscritti? Rappresenta graficamente la distribuzione.

età	frequenza
7- 11	28
11- 13	24
13- 15	20
15- 17	18
Tot.	90

Svolgimento

CALCOLO MEDIA

$$252+288+280+288=1108$$

$$1108/90=12.3$$

corretto, ma sarebbe stato utile riportare tutti i calcoli. qui sotto, vero, ma l'istogramma e le densità dove sono?

Per la rappresentazione grafica si utilizza l'istogramma tenendo conto del calcolo della densità delle classi

Densità= frequenza/ampiezza

Esercizio numero 42:

I dati riportati nella seguente tabella si riferiscono ai valori medi di pressione arteriosa sistolica registrati su un campione di 46 persone, 26 uomini e 20 donne di età compresa fra 35 e 74 anni. Quanto vale la media della pressione arteriosa sistolica nella popolazione totale (uomini e donne insieme)?

	Media (mmHg)	Numero Casi	Totale
M	135	26	135x26=3510
F	130	20	130x20=2600
Tot .		46	6110

Svolgimento

$$\text{Media} = 6110/46 = 132.82$$

Esercizio numero 43:

Riguardo l'altezza dei giocatori di basket NBA sappiamo che: Mediana (Q2) =200.8 cm; Q1=192.4 cm; Q3=208.1 cm; P10 (primo decile) =189 cm; P66 (secondo tercile) =205.2 cm .

Uno su 4 (25%) è alto più di ...

3/4 (75%) è alto più di ...

Il 90% è più alto di...

2/3 sono più bassi di...

Uno su due è più basso di...

Svolgimento

Uno su 4 (25%) è alto più di ... 208.1cm

3/4 (75%) è alto più di ... 192.4cm

Il 90% è più alto di... 189cm

2/3 sono più bassi di... 205.2cm

Uno su due è più basso di... 200.8cm

Esercizio numero 44:

In una riserva naturale ci sono 30 orsi. Il loro peso si distribuisce secondo una Normale con media 180kg e deviazione standard 55Kg. Qual è la probabilità di trovare un orso con peso

maggiore di 240kg?

E di cuccioli con peso minore di 80kg?

Svolgimento

Standardizzazione valore 240 $240-180/55=1.09$

$\Phi(1.09)=1-0.862=0.138$ circa il 14%

Standardizzazione valore 80 $80-180/55=-1.818$

$\Phi(-1.82)=1-\Phi(1.82)=1-0.9656=0.0344$ circa il 3%

Esercizio numero 45:

Nella tabella sono riportati dati relativi alla risposta a due diversi farmaci chemioterapici da parte di pazienti con tumore polmonare a piccole cellule.

	funziona		
chemioterapici	si	no	
A	29	11	40
B	84	17	101
totale	113	28	141

Dire se la probabilità di cura con tecnica B è superiore, e di quanto, rispetto alla tecnica A, e valutare la significatività statistica di questa relazione mediante test sull'indice Chi Quadrato.

Svolgimento

Sembrerebbe migliore il chemioterapico B con $83.1\%=84/101$ Vs $72.5\%=29/40$ del chemioterapico A. Calcolando il Risk Ratio $=83.1/72.5=1.15$: B ha un percentuale di risposta maggiore del 15% rispetto ad A.

Per valutare se questa differenza è statisticamente significativa al livello del 5%, calcoliamo il Chi-Quadrato e facciamo il test.

TABELLA FREQUENZA ATTESE

	funziona		
chemioterapici	si	no	
A	7.94	32.06	40
B	20.06	80.94	101
totale	113	28	141

ADDENDI

	funziona		
chemioterapici	si	no	
A	1.176	0.291	
B	0.466	0.115	
totale			2.049

$\chi^2=2.049 < 3.841$ =Soglia al livello 5% per 1 gdl → Il trattamento B non è significativamente superiore al trattamento A.