

Formulario e tavole



Ne è consentito l'uso all'esame scritto, ma ogni Studente deve consultare solo il proprio formulario, e nessun altro materiale!

Regole per l'arrotondamento

- Arrotondare un numero significa ridurre il numero di cifre decimali (quelle dopo "la virgola", che qui, adottando la convenzione internazionale, rappresentiamo con un punto).

valore originario	→1 decimale	→2 decimali
12.422	12.4	12.42
11.237	11.2	11.24
10.251	10.2	10.25
10.257	10.3	10.26
14.0	14.0	14.00

Se la cifra decimale successiva a quella a cui ci vogliamo fermare è:

<5 → troncare il numero

>5 → aumentare di 1 unità l'ultimo decimale

=5 → guardare alla cifra ancora successiva, e seguire lo stesso criterio

Statistica Descrittiva

$$\text{densità} = \frac{\text{frequenza}}{\text{ampiezza}}$$

$$\Leftrightarrow \text{frequenza} = \text{ampiezza} \times \text{densità}$$

Media aritmetica – per tabelle di frequenze - pesata

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \quad \bar{x} = \frac{\sum x_i n_i}{n} \quad \bar{x}_p = \frac{\sum x_j p_j}{\sum p_j}$$

$$n \text{ dispari} \rightarrow \text{rango}(\text{Mediana}) = \frac{n+1}{2}$$

$$n \text{ pari} \rightarrow \text{rango}(\text{Mediana}) = \frac{n}{2}, \frac{n}{2} + 1$$

$$\text{Varianza} \quad \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \left(\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \bar{x}^2 \right) \cdot \frac{n}{n-1}$$

$$\text{dev.st.} = \sqrt{\text{varianza}}$$

$$\text{coeff. di variazione} = \frac{\text{dev.st.}}{\bar{x}} \cdot 100$$

Proprietà della Normale $N(\mu, \sigma)$

$$\Pr(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) = 68\%$$

$$\Pr(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) = 95\%$$

$$\Pr(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) = 99.7\%$$

$$Q_1 = \mu - 0.67 \cdot \sigma$$

$$Q_3 = \mu + 0.67 \cdot \sigma$$

Calcolare probabilità (frequenze) con la distribuzione Normale

$$\text{Area}_{N(\mu, \sigma^2)}(X \leq x) = \text{Area}_{N(0,1)}\left(Z \leq \frac{x - \mu}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)$$

$$X_i \xrightarrow{\text{standardizzazione}} Z_i$$

Valori sulla scala
originaria, con
parametri μ e σ^2

Valori sulla
 $N(0,1)$

Standardizzazione:

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

Operazione inversa:

$$x = \mu + \sigma \cdot z$$

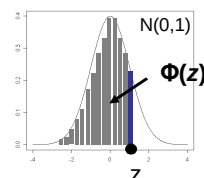
Per $z > 0$ $\Phi(z)$ si legge sulla **tabella fornita qui di seguito**
(attenzione: altri testi possono riportare altre aree)

Aree di forma diversa si ottengono
utilizzando la simmetria della curva.

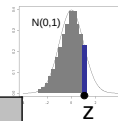
$$\Phi(0) = 0.5 \quad \Phi(+\infty) = 1$$

$$\text{Area}(Z < -z) = \text{Area}(Z > z)$$

$$\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)$$

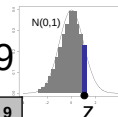


Tavole della Normale (0,1), z da 0 a 1.99



z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.500	0.504	0.508	0.512	0.516	0.520	0.524	0.528	0.532	0.536
0.1	0.540	0.544	0.548	0.552	0.556	0.560	0.564	0.567	0.571	0.575
0.2	0.579	0.583	0.587	0.591	0.595	0.599	0.603	0.606	0.610	0.614
0.3	0.618	0.622	0.626	0.629	0.633	0.637	0.641	0.644	0.648	0.652
0.4	0.655	0.659	0.663	0.666	0.670	0.674	0.677	0.681	0.684	0.688
0.5	0.691	0.695	0.698	0.702	0.705	0.709	0.712	0.716	0.719	0.722
0.6	0.726	0.729	0.732	0.736	0.739	0.742	0.745	0.749	0.752	0.755
0.7	0.758	0.761	0.764	0.767	0.770	0.773	0.776	0.779	0.782	0.785
0.8	0.788	0.791	0.794	0.797	0.800	0.802	0.805	0.808	0.811	0.813
0.9	0.816	0.819	0.821	0.824	0.826	0.829	0.831	0.834	0.836	0.839
1.0	0.841	0.844	0.846	0.848	0.851	0.853	0.855	0.858	0.860	0.862
1.1	0.864	0.867	0.869	0.871	0.873	0.875	0.877	0.879	0.881	0.883
1.2	0.885	0.887	0.889	0.891	0.893	0.894	0.896	0.898	0.900	0.901
1.3	0.903	0.905	0.907	0.908	0.910	0.911	0.913	0.915	0.916	0.918
1.4	0.919	0.921	0.922	0.924	0.925	0.926	0.928	0.929	0.931	0.932
1.5	0.933	0.934	0.936	0.937	0.938	0.939	0.941	0.942	0.943	0.944
1.6	0.945	0.946	0.947	0.948	0.949	0.951	0.952	0.953	0.954	0.954
1.7	0.955	0.956	0.957	0.958	0.959	0.960	0.961	0.962	0.962	0.963
1.8	0.964	0.965	0.966	0.966	0.967	0.968	0.969	0.969	0.970	0.971
1.9	0.971	0.972	0.973	0.973	0.974	0.974	0.975	0.976	0.976	0.977

Tavole della Normale (0,1), z da 2.00 a 3.99



z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2.0	0.977	0.978	0.978	0.979	0.979	0.980	0.980	0.981	0.981	0.982
2.1	0.982	0.983	0.983	0.983	0.984	0.984	0.985	0.985	0.985	0.986
2.2	0.986	0.986	0.987	0.987	0.987	0.988	0.988	0.988	0.989	0.989
2.3	0.989	0.990	0.990	0.990	0.990	0.991	0.991	0.991	0.991	0.992
2.4	0.992	0.992	0.992	0.992	0.993	0.993	0.993	0.993	0.993	0.994
2.5	0.994	0.994	0.994	0.994	0.994	0.995	0.995	0.995	0.995	0.995
2.6	0.995	0.995	0.996	0.996	0.996	0.996	0.996	0.996	0.996	0.996
2.7	0.997	0.997	0.997	0.997	0.997	0.997	0.997	0.997	0.997	0.997
2.8	0.997	0.998	0.998	0.998	0.998	0.998	0.998	0.998	0.998	0.998
2.9	0.998	0.998	0.998	0.998	0.998	0.998	0.998	0.999	0.999	0.999
3.0	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999
3.1	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999
3.2	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999
3.3	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
3.4	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
3.5	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
3.6	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
3.7	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
3.8	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
3.9	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

Test Chi-Quadrato per l'associazione fra due caratteri qualitativi (tabella doppia rxc)

H_0 : X (r modalità) e Y (c modalità) indipendenti vs H_1 : X,Y associati

Ipotesi: nella tabella doppia, tutte le frequenze attese sono >5

Calcolare le frequenze attese sotto l'ipotesi H_0 di indipendenza:

per ogni cella: $Attesa = \frac{\text{tot riga} \cdot \text{tot colonna}}{\text{tot generale}}$

Statistica test:

$$\chi^2 = \sum \frac{(\text{Osservate} - \text{Attese})^2}{\text{Attese}}$$

Fissare α e confrontare il valore della Statistica test con il valore soglia corrispondente ai gradi di libertà $gdl=(r-1)(c-1)$

gdl	$\alpha=0.1$	$\alpha=0.05$	$\alpha=0.01$
1	2.706	3.841	6.635
2	4.605	5.991	9.21
3	6.251	7.815	11.345
4	7.779	9.488	13.277
5	9.236	11.07	15.086
6	10.645	12.592	16.812

T-test per confrontare 2 medie da campioni indipendenti

$H_0: \mu_1 = \mu_2$ vs $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$

Ipotesi: i due gruppi provengono da due popolazioni rispettivamente con media μ_1 e μ_2 (incognite) e uguale varianza σ^2 incognita; entrambi i campioni sono grandi ($n_1, n_2 > 30$)

Calcolare: $s = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$

Statistica test: la differenza delle medie calcolate nel campione, standardizzata:

$$t = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{s \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

Calcolare il p-value sulla tavola della $N(0,1)$
Oppure

Fissare un livello di significatività α e confrontare t con i limiti della regione di rifiuto $\pm z$

α	Quantile z	Regione Critica
0.01	$z_{\alpha/2}=2.58$	$t < -2.58$ or $t > 2.58$
0.05	$z_{\alpha/2}=1.96$	$t < -1.96$ or $t > 1.96$
0.1	$z_{\alpha/2}=1.64$	$t < -1.64$ or $t > 1.64$